ЗАДАЧА 2

Исходные данные (Рис. 4):

Жесткий брус АВ закреплен, как показано на Рис. 4 и нагружен силой Р = 6кН. Геометрические размеры: a = 1,4м, b = 1,5м, c = 0,8м. Материал сталь 20, предел текучести σ_T= 250МПа, коэффициент запаса n_T= 2,5, модуль деформации Е = 2*10^5МПа.

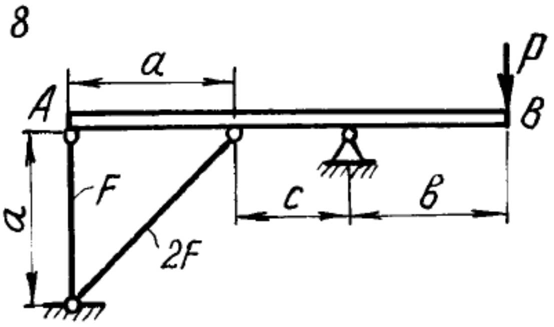

Рис. 4

Требуется:

Подобрать сечения стержней из условия их прочности.

Решение:

Выполним расчетную схему системы с жестким брусом (Рис. 5).

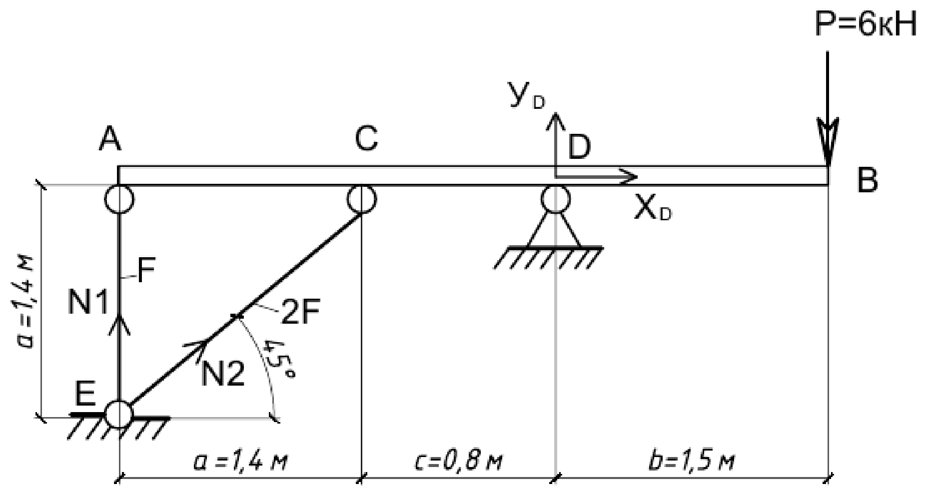

Рис. 5

Вычислим степень статической неопределимости. Жесткий брус АВ закреплен с помощью шарнирно-неподвижной опоры и поддерживается двумя деформируемыми стальными стержнями АЕ и АС. На опоре D (Рис. 5) две составляющие реакции X_D и $У_D$, на опоре Е реакции в стержнях ЕА и ЕС направлены вдоль осей. Для плоской системы сил можно составить только три независимых уравнения равновесия. Так как в системе четыре реакции, а уравнений равновесия три, то разница между числом усилий и числом равновесия статики равна единице. Значит система один раз статически неопределима и нам необходимо составить еще одно уравнение статики, которое можно получить из геометрических зависимостей между деформациями элементов данной конструкции. Для этого рассмотрим конструкцию после ее деформации (Рис. 6).

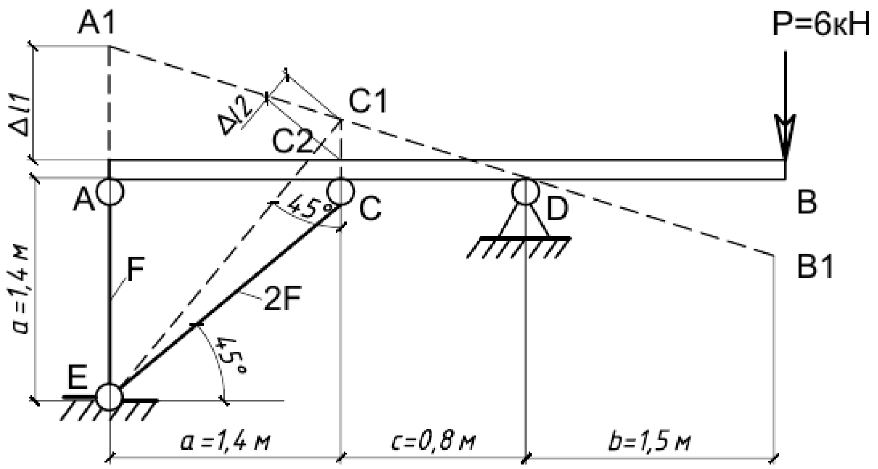

Рис. 6

Под действием силы P жесткий брус может повернуться вокруг точки D, при этом стержни EA и EC будут деформированы. Точки A и B описывают при повороте окружности, которые из за малости перемещений заменяются касательными, т.е. точки перемещаются вверх перпендикулярно к брусу. Точка A занимает положение A1, точка C занимает положение C1. Брус как абсолютно жесткий занимает положение A1, B1. Стержни EA и EC стали растянуты и длиннее: стержень EA - на величину Δl_1, стержень EC - на величину Δl_2.

Определение реакций шарнира D - X_D и $У_D$ нам не требуется, поэтому для их определения не составляем уравнения статики. Составляем следующее уравнение равновесия статики:

$$\sum M_D = 0; \qquad - N_1 * (a + c) - N_2 * (a + c) * \sin 45° - P * b = 0;$$

Для вычисления усилий в стержнях N_1 и N_2 составим еще одно уравнение совместимости деформаций:

$$CC2 = \frac{CC1}{cos 45°};$$

Из подобия треугольников A1AD и C1CD найдем соотношение между деформациями стержней Δl_1 и Δl_2:

$$\frac{AA1}{AD} = \frac{CC1}{CD}; \qquad \frac{\Delta l_1}{(a+c)} = \frac{\Delta l_2}{cos 45° * c};$$

$$\Delta l_1 = \frac{a+c}{c * cos 45°} * \Delta l_2 = \frac{1,4+0,8}{0,8 * 0,707} * \Delta l_2 = 3,89 * \Delta l_2;$$

Абсолютные удлинения стержней выразим через усилия, используя формулу закона Гука:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{N_1 F_1} = \frac{N_1 * a}{E * F}; \qquad \Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{N_2 F_2} = \frac{N_2 * a}{E * 2F * cos45°};$$

Подставив выражения по формуле Гука в уравнение совместимости, деформаций получим:

$$\frac{N_1 * a}{E * F} = 3{,}89 * \frac{N_2 * a}{E * 2F * cos45°}; \qquad N_1 = 2{,}75 N_2;$$

Решая совместно данное уравнение с уравнением равновесия статики, получим:

$$- 2{,}75 N_2 * (1{,}4 + 0{,}8) - N_2 * (1{,}4 + 0{,}8) * 0{,}707 - 6 * 1{,}5 = 0;$$

Откуда: N_2 = - 1,18кН; N_1 = - 3,24кН;

По вычисленным усилиям подберем площади поперечных сечений. Вычислим допускаемое напряжение по формуле:

$$[\sigma] = \frac{\sigma}{n_T} = \frac{250 * 10^6}{2{,}5} = 100 * 10^6 Па = 100МПа;$$

Определим напряжение в стержнях и выберем большее.

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = - \frac{3{,}24 * 10^3}{F} Па; \qquad \sigma_2 = \frac{N_2}{F_2} = - \frac{1{,}18 * 10^3}{2F} Па;$$

Площадь сечения F подбираем по условию прочности наиболее нагруженного стержня. Так как $\sigma_1 > \sigma_2$ используем условие прочности первого стержня:

$$\sigma_1 \le [\sigma]; \qquad \frac{3{,}24 * 10^3}{F} \le 100 * 10^6 Па; \quad F \ge 0{,}32 * 10^{-4} см^2;$$

$$F_1 = F = 0{,}32 * 10^{-4} см^2; \qquad F_2 = 2F = 0{,}64 * 10^{-4} см^2;$$

Определяем допускаемую силу P по предельной грузоподъемности конструкции, когда конструкция начинает деформироваться без увеличения нагрузки, а именно когда напряжения в стержнях достигнут предела текучести.

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_T;$$

Усилия в стержнях определяются по формулам:

$$N_1 = \sigma_T F_1; \qquad N_2 = \sigma_T F_2;$$

Предельную нагрузку найдем из уравнения равновесия статики, после подстановки в него значений N_1 и N_2:

$$-\sigma_{\text{Т}}\, F_1 * (a + c) - \sigma_{\text{Т}}\, F_2 * (a + c) * \sin 45° - P_{\text{пр}} * b = 0;$$

$$P_{\text{пр}} = \frac{1}{b}\left[-\sigma_{\text{Т}}\, F_1 * (a + c) - \sigma_{\text{Т}}\, F_2 * (a + c) * \sin 45\right] =$$

$$= \frac{1}{1{,}5}\left[-250 * 10^6 * 0{,}32 * 10^{-4} * (1{,}4 + 0{,}8) - 250 * 10^6 * 0{,}64 * 10^{-4} * (1{,}4 + 0{,}8) * 0{,}707\right] = 28{,}32 * 10^3 \text{Н};$$

Допускаемая нагрузка с учетом коэффициента запаса будет:

$$P_{\text{доп}} = \frac{P_{\text{пр}}}{n_{\text{Т}}} = \frac{28{,}32 * 10^3}{2{,}5} = 11{,}3 * 10^3 \text{Н} = 11{,}3 \text{кН};$$

Величина допускаемой нагрузки по предельной грузоподъемности получается больше, чем при расчете по допускаемым напряжениям:

$$\frac{P_{\text{доп}}}{P_{\text{з}}} = \frac{11{,}3}{6} = 1{,}9.$$

Разница составляет 90%, причиной чего является то, что при расчете по допускаемым напряжениям опасным считается состояние, при котором только в стержне с F_1 напряжение достигает предела текучести.