ЗАДАЧА Д1

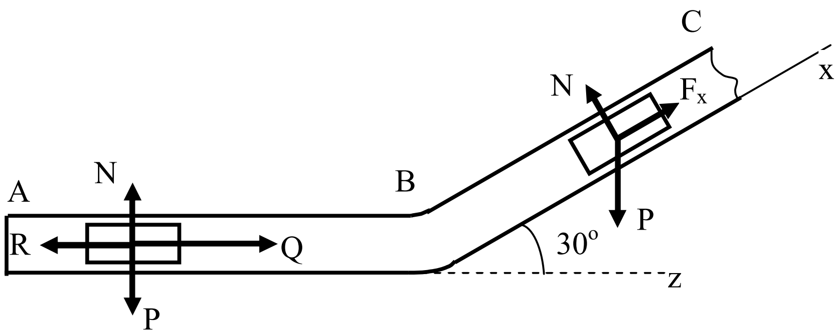
Груз D массой $m = 1,8$ кг, получив в точке А начальную скорость $v_0 = 24$ м/с, движется в изогнутой трубе АВС, расположенной в вертикальной плоскости. На участке АВ на груз кроме силы тяжести действует постоянная сила $Q = 5$ Н и сила сопротивления среды $R = 0,3v$, направленная против движения.

В точке В груз, не изменяя значения своей скорости, переходит на участок ВС трубы, где на него кроме силы тяжести действует переменная сила F, проекция которой на ось ВХ равна $F_x = -2\cos(2t)$ Н.

Считая груз материальной точкой и зная время движение по участку АВ - $t_1 = 2$ с, найти закон движения груза на участке ВС. Трением груза о трубу пренебречь.

РЕШЕНИЕ

1. Рассмотрим движение груза на участке АВ, считая груз материальной точкой.



На груз действует сила тяжести $\bar{G}$, сила $\bar{Q}$, сопротивление среды $\bar{R}$ и реакция $\bar{N}$.

Проводим ось Az и составляем дифференциальное уравнение движения груза в проекции на эту ось. Примем $v_z = v$. Тогда:

$$m\frac{dv}{dt} = \sum F_{kz} \qquad \text{или} \qquad m\frac{dv}{dt} = Q - R;$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{Q-R}{m} = \frac{5}{1,8} - \frac{0,3v}{1,8} = -\frac{1}{6}\left(v - 16,67\right).$$

Разделяем переменные и интегрируем:

$$\frac{dv}{v-16,67} = -\frac{1}{6}dt; \qquad \ln(v-16,67) = -\frac{t}{6} + C_1.$$

Зная начальное условие, что при $t = 0,\ z = 0$ и $v = v_0 = 24$ м/с. Определим постоянную интегрирования C_1.

$$\ln(v_0 - 16,67) = C_1; \qquad \ln(v-16,67) = -\frac{t}{6} + \ln(v_0 - 16,67);$$

$$\ln\frac{v-16,67}{24-16,67} = -\frac{t}{6}; \qquad \frac{v-16,67}{7,33} = e^{-\frac{t}{6}}; \qquad v = 7,33\cdot e^{-\frac{t}{6}} + 16,67.$$

Зная, что $t_1 = 2$ с, определим скорость груза в точке В:

$$v_B = 7,33\cdot e^{-\frac{1}{3}} + 16,67 = 21,92 \text{ м/с.}$$

2. Теперь рассмотрим движение груза D на участке ВС. Найденная скорость v_B будет для этого участка начальной. На груз действует сила тяжести $\bar{G}$, сила $\bar{F}_x$ и реакция $\bar{N}$. Проведем ось Bx вдоль ВС и составим уравнение движения в проекции на эту ось.

$$m\frac{dv_x}{dt} = \sum F_{kx} \qquad \text{или} \qquad m\frac{dv_x}{dt} = G_x + F_x + N_x .$$

Приняв во внимание, что $G_x = mg\sin 30^0$, $F_x = -2\cos(2t)$, $N_x = 0$, получим

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{2}{m}\cos 2t - g\sin 30 \quad \text{или} \quad \frac{dv_x}{dt} = -\frac{2}{1,8}\cos\left(2t\right) - 9,8\cdot 0,5 = -1,11\cos\left(2t\right) - 4,9;$$

$$dv_x = \left(-1,11\cos\left(2t\right) - 4,9\right)dt .$$

Проинтегрировав это уравнение, получим:

$$v_x = -0,555\sin\left(2t\right) - 4,9t + C_2;$$

$$dx = \left(-0,555\sin\left(2t\right) - 4,9t + C_2\right)dt; \qquad x = 0,277\cos\left(2t\right) - 2,45t^2 + C_2 t + C_3 .$$

С учетом начальных условий определим постоянные интегрирования:

При $t = 0$, $v_x = v_B = 21,92$ м/с, следовательно, $C_2 = v_B = 21,92$.

При $t = 0$, $x = 0$ м, следовательно, $C_3 = 0$.

В результате получим:

$$x = 0,277\cos\left(2t\right) - 2,45t^2 + 21,92t .$$

Ответ: $x = 0,277\cos\left(2t\right) - 2,45t^2 + 21,92t$.