

5-1. Какую массу углекислого газа можно нагреть при постоянном давлении от температуры 20°C до 100°C количеством теплоты 222 Дж? Определите изменение средней кинетической энергии одной молекулы.

Дано:

$$Q = 222 \text{ Дж}$$

$$T_1 = 293 \text{ К}$$

$$T_2 = 373 \text{ К}$$

$$m - ?$$

$$\Delta \varepsilon - ?$$

Решение. Работа при постоянном давлении равна: $A = p(V_2 - V_1)$.

По уравнению Менделеева-Клапейрона для начального и конечного

$$\text{состояния газа имеем: } pV_1 = \frac{m}{\mu}RT_1, \quad pV_2 = \frac{m}{\mu}RT_2,$$

где $\mu = 44 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ - молярная масса углекислого газа.

$$\text{Значит, работа равна: } A = pV_2 - pV_1 = \frac{m}{\mu}RT_2 - \frac{m}{\mu}RT_1 = \frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1).$$

Изменение внутренней энергии равно: $\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1)$, где $i = 5$ - число степеней

свободы углекислого газа.

Молекула CO_2 - линейная. В линейных молекулах, в отличие от нелинейных, атомы расположены вдоль одной прямой. Поэтому жесткая линейная молекула содержит столько же степеней свободы, сколько имеет жесткая двухатомная, т. е. пять.

$$\text{Значит, } \Delta U = \frac{5}{2} \frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1).$$

По первому началу термодинамики имеем: $Q = A + \Delta U$.

$$\text{Тогда, имеем: } Q = \frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1) + \frac{5}{2} \frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1) = \frac{7}{2} \frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1).$$

$$\text{Значит, масса газа равна: } m = \frac{2Q\mu}{7R(T_2 - T_1)}.$$

$$\text{Кинетическая энергия одной молекулы равна: } \varepsilon = \frac{i}{2}kT = \frac{5}{2}kT,$$

$$\text{где } k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \text{ - постоянная Больцмана. Значит, } \varepsilon_1 = \frac{5}{2}kT_1, \quad \varepsilon_2 = \frac{5}{2}kT_2.$$

Значит, изменение кинетической энергии молекулы равно: $\Delta \varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$.

$$\text{Тогда, имеем: } \Delta \varepsilon = \frac{5}{2}kT_2 - \frac{5}{2}kT_1 = \frac{5}{2}k(T_2 - T_1).$$

Проверка размерности:

$$[m] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}}{\text{моль} \cdot \text{Дж} \cdot (\text{К} - \text{К})} = \text{кг}, \quad [\Delta \varepsilon] = \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot (\text{К} - \text{К}) = \text{Дж}.$$

$$\text{Получаем, } m = \frac{2 \cdot 222 \cdot 44 \cdot 10^{-3}}{7 \cdot 8,31 \cdot (373 - 293)} = 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ кг},$$

$$\Delta \varepsilon = \frac{5}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot (373 - 293) = 2,76 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}.$$

Ответ. $m = 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$, $\Delta \varepsilon = 2,76 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$.