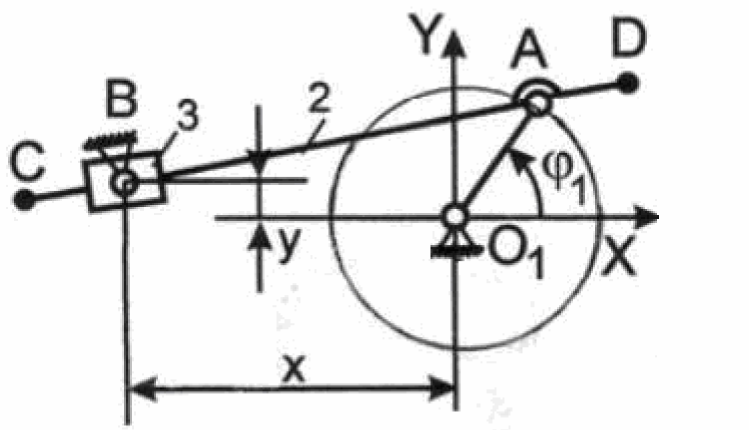
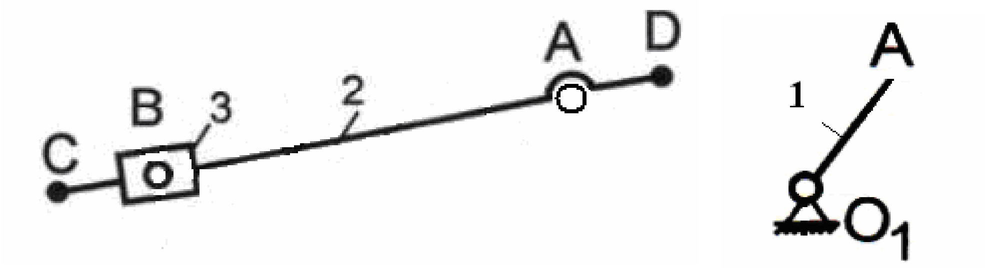
Механизм с группой 3-й модификации 2-го вида.





Дано:

$\varphi_1 = 60°$; $\omega_1 = 40\ c^{-1}$; $O_1A = 0,04\ м$; $AD = 0,02\ м$; $AC = 0,24\ м$;

$x = -0,17\ м$; $y = 0,008\ м$.

Выберем масштаб:

пусть $\overline{O_1A} = 20\ мм$, $K_L = \dfrac{0,04}{20} = 0,002\ м/мм$; $\overline{AD} = 10\ мм$; $\overline{AC} = 120\ мм$;

$\overline{x} = -85\ мм$; $\overline{y} = 4\ мм$.

Кинематический анализ механизма, в котором шатун **2** присоединяется вращательной парой ***A*** к кривошипу **1**. Ползун **3** присоединяется вращательной парой ***B*** к стойке.

Данный механизм при структурном анализе распадается на следующие группы Ассура:

Стойка – $\boldsymbol{O_1}$ –1 → 1-й класс,

$\boldsymbol{A_{вр}}$ **– 2 –** $\boldsymbol{B_{пост}}$ **–3 –** $\boldsymbol{B_{вр}}$, 2-й кл., 3-я мод. 2-й вид (диада **ВПВ**).

Перепишем запись структурного анализа с учетом нумерации звеньев:

$\boldsymbol{A_{1,2}}$ **– 2 –** $\boldsymbol{B_2}$ **–3 –** $\boldsymbol{B_{3,0}}$

Задача кинематического анализа механизма определить для заданного положения механизма следующие параметры:

– скорость $V_{A1,2}$ и ускорение $a_{A1,2}$ точки $\boldsymbol{A_{1,2}}$;

– скорость V_{B2} и ускорение a_{B2} точки $\boldsymbol{B_2}$;

– скорость V_C и ускорение a_C точки ***C***;

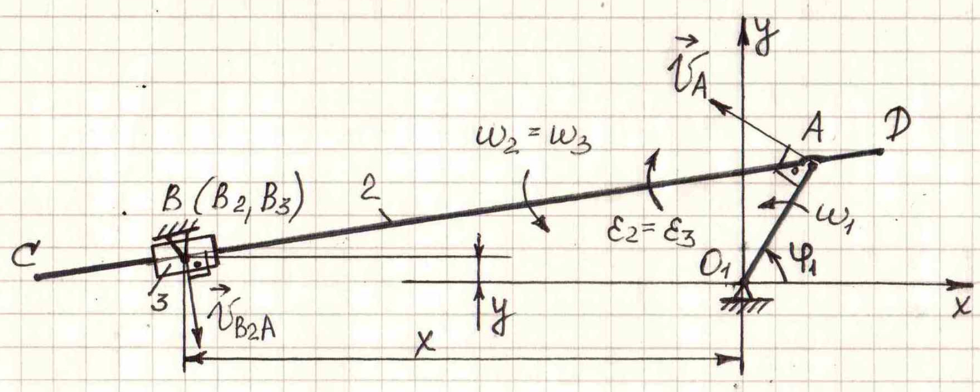
– скорость V_D и ускорение a_D точки ***D***;

– угловую скорость ω_2 и угловое ускорение ε_2 шатуна ***CD***;

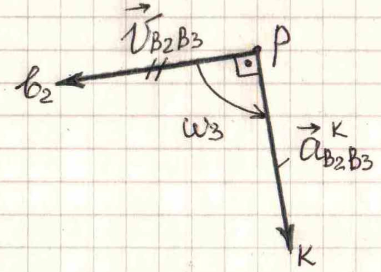
– угловую скорость ω_3 и угловое ускорение ε_3 ползуна.

Скорость и ускорение точек ***C*** и ***D*** могут быть определены только после определения скорости и ускорения точки $\boldsymbol{B_2}$.

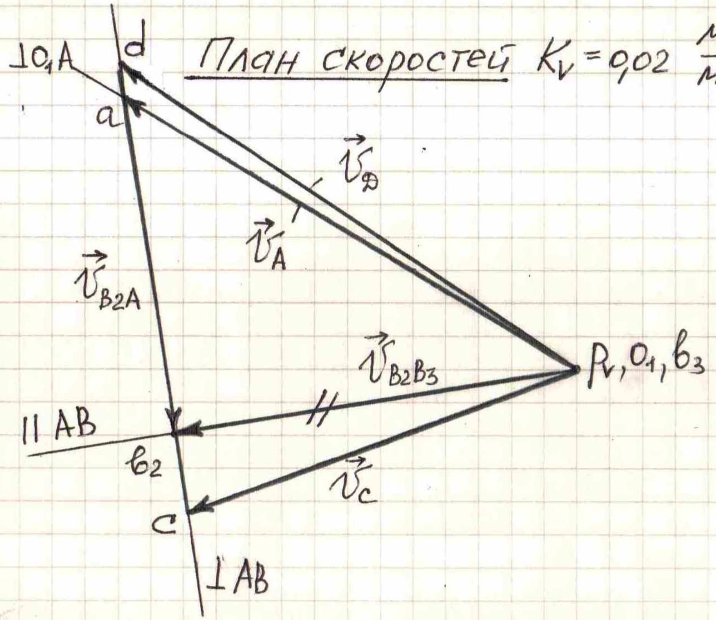
План механизма $K_l = 0{,}002\ \frac{м}{мм}$



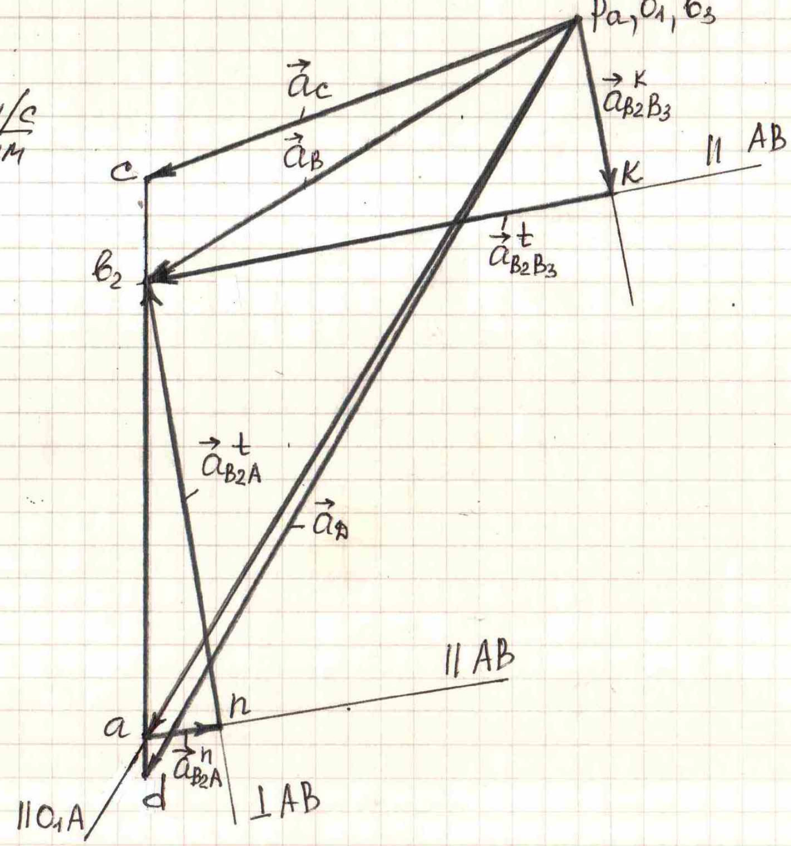
Для кориолисова ускорения



План скоростей $K_v = 0{,}02\ \frac{м/с}{мм}$



План ускорений $K_a = 0{,}5\ \frac{м/с^2}{мм}$



Построение плана скоростей механизма

Кинематический анализ механизма начинаем с входного звена и далее в порядке присоединения групп Ассура.

Входное звено $O_1 A$ *– (кривошип)*

Точка A_1 принадлежит кривошипу (звено **1**), и ее скорость определяется по зависимости

$V_{A1} = \omega_1 \cdot O_1 A$, м/с; $V_{A1} = 40 \cdot 0,04 = 1,6$ м/с.

Вектор этой скорости направлен в сторону угловой скорости ω_1 по касательной к траектории, т. е. перпендикулярно к радиусу $O_1 A$.

С учетом масштаба K_V величина вектора $\vec{V}_A$ равна:

$$\vec{V}_A = \left(\overline{p_V a}\right) = \frac{V_A}{K_V}, \text{ мм}; \quad \vec{V}_A = \left(\overline{p_V a}\right) = \frac{1,6}{0,02} = 80, \text{ мм}.$$

Присоединенная группа $A_2 - 2 - B_2 - 3 - B_{3,0}$

В точке A вращательной парой соединяются кривошип (звено **1**) и шатун (звено **2**), поэтому $\vec{V}_{A2} = \vec{V}_{A1} = \vec{V}_A$. В точке B вращательной парой соединяются ползун (звено **3**) и стойка (звено **0**). Скорость точки B_0, принадлежащей стойке, равна нулю: $\vec{V}_{B3} = \vec{V}_{B0} = 0$.

В точке B поступательной парой соединяются шатун (звено 2) и ползун (звено **3**), следовательно: $\vec{V}_{B2} \neq \vec{V}_{B3}$. Скорость точки B_2 подлежит определению.

Движение шатуна рассматриваем как сложное движение, состоящее из переносного поступательного движения вместе с точкой (полюсом) A, скорость которой известна, и относительного вращательного движения вокруг полюса A со скоростью $\vec{V}_{B2A}$.

Тогда в соответствии с теоремой сложения скоростей при сложном движении для точки $\boldsymbol{B_2}$ имеем:

$\vec{V}_{B2} = \vec{V}_A + \vec{V}_{B2A}$ где $\vec{V}_{B2A}$ – относительная скорость точки $\boldsymbol{B_2}$ по отношению к полюсу $\boldsymbol{A}$.

При построении векторного уравнения вектор относительной скорости $\vec{V}_{B2A}$ не может быть построен, так как для него известна только линия действия $\vec{V}_{B2A} \perp AB$, но неизвестны величина и направление (ω_2 – неизвестна).

Движение шатуна **2** можно представить как переносное вращательное движение вместе с ползуном **3** и относительное поступательное движение по отношению к ползуну со скоростью $\vec{V}_{B2B3}$:

$\vec{V}_{B2} = \vec{V}_{B3} + \vec{V}_{B2B3}$, где $\vec{V}_{B2B3}$ – относительная скорость точки $\boldsymbol{B_2}$ по отношению к точке $\boldsymbol{B_3}$, принадлежащей ползуну.

При построении векторного уравнения вектор относительной скорости $\vec{V}_{B2B3}$ не может быть построен, так как для него известна только линия действия $\vec{V}_{B2B3} \parallel AB$, но неизвестны величина и направление.

Объединяем уравнения и в систему:

$$\begin{cases} \vec{V}_{B2} = \vec{V}_A + \vec{V}_{B2A}, & \vec{V}_{B2A} \perp AB; \\ \vec{V}_{B2} = \vec{V}_{B3} + \vec{V}_{B2B3,} & \vec{V}_{B2B3} \parallel AB. \end{cases}$$

Эту систему будем решать графически. Цель построения – определить скорость точки $\boldsymbol{B_2}$.

Построение плана скоростей производится в следующей последовательности:

1. Выберем полюс плана скоростей $\boldsymbol{P_V}$ – общее начало векторов абсолютных скоростей точек механизма.

2. Из полюса $\boldsymbol{P_V}$ построим вектор скорости точки $\boldsymbol{A}$ в масштабе K_V:

$\left(\overline{p_V a}\right) = \dfrac{V_A}{K_V}$, мм. Конец вектора обозначим буквой ***a.***

3. Согласно первому уравнению системы , из конца вектора $\vec{V}_A$, т. е. через точку ***a***, проведем линию действия относительной скорости $\vec{V}_{B2A}$ перпендикулярно звену AB, $\vec{V}_{B2A} \perp AB$.

4. Согласно второму уравнению системы, из полюса $\boldsymbol{P_V}$ (т.к. $\vec{V}_{B3} = 0$) проведем линию действия относительной скорости $\vec{V}_{B2B3}$ параллельно звену $AB\,(\vec{V}_{B2B3} \parallel AB)$.

5. Отметим точку пересечения двух линий действия относительных скоростей и обозначим ее $\boldsymbol{b_2}$.

6. Проведем из полюса $\boldsymbol{P_V}$ вектор в точку $\boldsymbol{b_2}$ – это вектор абсолютной скорости точки $\boldsymbol{B_2}$**.** Проведем вектор из точки $\boldsymbol{b_3}$ **,** которая находится в полюсе $\boldsymbol{P_V}$, в точку $\boldsymbol{b_2}$ – это вектор относительной скорости точки $\boldsymbol{B_2}$ по отношению к точке $\boldsymbol{B_3}$.

Чтобы получить модули этих скоростей в размерности м/с**,** необходимо измерить вектор в (мм) умножить на масштаб K_V:

$\vec{V}_{B2} = \left(\overline{p_V b_2}\right) \cdot K_V$, м/с; $V_{B2B3} = \vec{V}_{B2B3} \cdot K_V = \left(\overline{b_2 b_3}\right)_V \cdot K_V$, м/с;

$\vec{V}_{B2} = \left(\overline{p_V b_2}\right) \cdot K_V = 62 \cdot 0{,}02 = 1{,}24$ м/с;

$V_{B2B3} = \left(\overline{b_2 b_3}\right)_V \cdot K_V = 52 \cdot 0{,}02 = 1{,}04$ м/с.

Скорость точек ***C*** и ***D***, принадлежащие кулисе ***AB****,* может быть получена по теореме подобия плана скоростей:

$\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{(\overline{ab_2})_V}{(\overline{ac})_V}$; отсюда $(\overline{ac})_V = (\overline{ab_2})_V \dfrac{AC}{AB}$,

$\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{(\overline{ad})_V}{(\overline{ab_2})_V}$; отсюда $(\overline{ad})_V = (\overline{ab_2})_V \dfrac{AD}{AB}$,

$(\overline{ac})_V = 52 \cdot \dfrac{120}{97} = 64$ мм; $(\overline{ad})_V = 52 \cdot \dfrac{10}{97} = 5$ мм.

Отложим на плане скоростей от ***a*** отрезок $(\overline{ac})_V$ и $(\overline{ad})_V$, на отрезке $(\overline{ab_2})_V$ и обозначим концы отрезков точкой ***c*** и ***d***. Из полюса $\boldsymbol{P_V}$ проведем вектор в точку ***c*** и ***d***. Эти вектора – абсолютная скорость точки ***C*** и ***D*** в масштабе K_V.

Чтобы получить модуль этих скоростей в размерности м/с, необходимо измерить вектора $\left(\overline{p_V c}\right)$ и $\left(\overline{p_V d}\right)$ в миллиметрах и умножить на масштаб K_V:

$$V_C = \vec{V}_C \cdot K_V = \left(\overline{p_V c}\right) \cdot K_V, \text{ м/с}; \quad V_D = \vec{V}_D \cdot K_V = \left(\overline{p_V d}\right) \cdot K_V, \text{ м/с};$$

$$V_C = 63 \cdot 0{,}02 = 1{,}26 \text{ м/с}; \quad V_D = 84 \cdot 0{,}02 = 1{,}68 \text{ м/с}.$$

Определение величины и направления угловых скоростей звеньев механизма

Угловая скорость звена определяется по формуле: $\omega_i = \dfrac{V_i}{R_i}, \text{ с}^{-1}$,

Звено 1 – входное звено O_1A (кривошип).

Направление угловой скорости кривошипа ω_1 задается.

Звено 2 – шатун AC.

Величина угловой скорости звена ***AB*** определяется по формуле:

$$\omega_2 = \frac{V_{B_2 A}}{AB} = \frac{(\overline{b_2 a})_V \cdot K_V}{AB \cdot K_L}, \text{ с}^{-1}$$

$$\omega_2 = \frac{52 \cdot 0{,}02}{97 \cdot 0{,}002} = 5{,}36 \text{ с}^{-1}.$$

Для определения направления угловой скорости ω_2 остановим на механизме точку ***A***, перенесем с плана скоростей вектор $\vec{V}_{B2A}$ в точку ***B*** и проследим какому направлению угловой скорости ω_2 соответствует вектор скорости $\vec{V}_{B2A}$. Этой скорости соответствует вращение звена ***AB*** против часовой стрелки. Следовательно, ω_2 будет направлена против часовой стрелки.

Звено 3-ползун.

Угловая скорость ползуна по величине и направлению равна угловой скорости звена **2**, $\omega_3 = \omega_2$.

Составление векторных уравнений и расчетных зависимостей для построения планов ускорений

Построение планов ускорений производится так же, как и план скоростей, в порядке наслоения групп Ассура.

Входное звено *O*₁*A* – *(кривошип)*

Полное ускорение точки ***A*** при $\omega_1 = const$ определяется по зависимости

$a_A = a^n_{AO_1} = \omega^2 \cdot O_1 A$, м/с^2; $a_A = 40^2 \cdot 0,04 = 64$ м/с^2.

Вектор ускорения $\vec{a}_A$ направлен параллельно звену $O_1 A$ от точки ***A*** к точке O_1. С учетом масштаба K_a величина вектора $\vec{a}_A$ равна

$\vec{a}_A = \left(\overline{p_a a}\right) = \dfrac{a_A}{K_a}$, мм; $\vec{a}_A = \left(\overline{p_a a}\right) = \dfrac{64}{0,5} = 128$ мм.

Присоединенная группа $A_{1,2}$ – 2 – B_2 –3 – $B_{3,0}$

В точке ***A*** шарнирно соединяются звено **1** и звено **2**, поэтому ускорения $a_{A1} = a_{A2} = a_A$. Ползун **3** соединяется вращательной парой ***B*** со стойкой, поэтому $a_{B3} = a_{B0} = 0$. В точке ***B*** шатун **2** поступательной парой присоединяется к ползуну **3**, поэтому $a_{B2} \neq a_{B3}$. Подлежит определению a_{B2}.

Движение кулисы ***AB*** рассматриваем как сложное движение, состоящее из переносного движения вместе с точкой (полюсом) ***A***, ускорение которой известно, и относительного вращательного движения вокруг полюса ***A***.

Тогда в соответствии с теоремой сложения ускорений при сложном движении для точки $\boldsymbol{B_2}$ получаем:

$\vec{a}_{B2} = \vec{a}_A + \vec{a}_{B2A}$, где $\vec{a}_{B2A}$ – относительное ускорение точки $\boldsymbol{B_2}$ вокруг полюса ***A***.

При построении векторного уравнения, вектор относительного ускорения $\vec{a}_{B2A}$ не может быть построен, так как для него неизвестны величина и направление.

Движение шатуна ***AB*** рассматриваем как сложное движение, состоящее из переносного вращательного движения вместе с ползуном **3**, для которого ускорение точки $\boldsymbol{B_3}$ известно ($a_{B3} = a_{B0} = 0$) и относительного ускорения $\vec{a}_{B2B3}$ при поступательном движении шатуна по отношению к ползуну **3**, для которого неизвестны величина и направление.

Если при движении точки на плоскости имеет место вращательное переносное движение и относительное поступательное, то возникает дополнительное ускорение, которое называется ***кориолисовым***.

В соответствии с теоремой сложения ускорений при сложном движении для точки $\boldsymbol{B_2}$ имеем

$$\vec{a}_{B2} = \vec{a}_{B3} + \vec{a}^{\,k}_{B2B3} + \vec{a}_{B2B3}.$$

Разложим относительные ускорения $\vec{a}_{B2A}$ и $\vec{a}_{B2B3}$на нормальные и касательные составляющие и объединим в систему уравнения :

$$\begin{cases} \vec{a}_{B2} = \vec{a}_A + \vec{a}^{\,n}_{B2A} + \vec{a}^{\,\tau}_{B2A}, & \vec{a}^{\,\tau}_{B2A} \perp AB; \\ \vec{a}_{B2} = \vec{a}_{B3} + \vec{a}^{\,k}_{B2B3} + \vec{a}^{\,n}_{B2B3} + \vec{a}^{\,\tau}_{B2B3}, & \vec{a}^{\,\tau}_{B2B3} \parallel AB. \end{cases}$$

Величины нормальных ускорений и кориолисово ускорение определяются по известным зависимостям, а касательные ускорения известны по линии действия:

$$a^n_{B2A} = \omega_2^2 \cdot BA \quad \text{или} \quad a^n_{B2A} = \frac{V^2_{B2A}}{AB} = \frac{\left[\left(\overline{b_2 a}\right) \cdot K_V\right]^2}{\overline{AB} \cdot K_L}, \text{ м/с}^2;$$

$$a^n_{B2A} = \frac{\left[\left(\overline{b_2 a}\right) \cdot K_V\right]^2}{\overline{AB} \cdot K_L} = \frac{[52 \cdot 0{,}02]^2}{97 \cdot 0{,}002} = 5{,}58 \text{ м/с}^2.$$

Чтобы определить размер вектора этого ускорения необходимо модуль ускорения a^n_{B2A} разделить на масштаб K_a:

$$\vec{a}^{\,n}_{B2A} = \frac{a^n_{B2A}}{K_a}, \text{ мм}; \quad \vec{a}^{\,n}_{B2A} = \frac{5{,}58}{0{,}5} = 11 \text{ мм}.$$

Ускорение $\vec{a}^{\,n}_{B2A}$ направляется по звену ***AB*** от ***B*** к ***A***. Касательное ускорение $\vec{a}^{\,\tau}_{B2A} \perp AB$.

Вектор нормального ускорения $\vec{a}^{\,n}_{B2B3} = 0$, т.к. относительное движение шатуна и ползуна – прямолинейное.

Линия действия касательного ускорения $\vec{a}^{\,\tau}_{B2B3}$ направлена по касательной к траектории относительного движения ($\vec{a}^{\,\tau}_{B2B3} \parallel AB$).

Величина кориолисова ускорения для плоского движения определяется по формуле :

$$a^k = 2 \cdot \omega^2_{\text{пер}} \cdot V_{\text{отн}}.$$

Для данного случая: $\omega_{\text{пер}} = \omega_3$ и $V_{\text{отн}} = V_{\text{B2B3}}$.

Следовательно: $a^k_{B2B3} = 2 \cdot \omega_3 \cdot V_{\text{B2B3}}$, м/с^2;

$a^k_{B2B3} = 2 \cdot 5{,}36 \cdot 1{,}24 = 13{,}3$ м/с^2.

Чтобы определить размер вектора $\vec{a}^k_{B2B3}$ в миллиметрах, необходимо его модуль разделить на масштаб K_a:

$$\vec{a}^k_{B2B3} = \frac{\vec{a}^k_{B2B3}}{K_a} = \frac{2\omega_3 \cdot \left(\overline{b_2 b_3}\right)_V \cdot K_V}{K_a}, \text{ мм; } \quad \vec{a}^k_{B2B3} = \frac{13{,}3}{0{,}5} = 27 \text{ мм.}$$

Вектор $\vec{a}^k_{B2B3}$ будет направлен в ту сторону, в которую будет направлен вектор относительной скорости $\vec{V}_{B2B3} = \left(\overline{b_2 b_3}\right)_V$ при повороте его на 90^0 по направлению угловой скорости переносного движения $\boldsymbol{\omega_3}$.

Построение плана ускорений производится в следующей последовательности:

1. Выберем полюс плана ускорений $\boldsymbol{P_a}$ – общее начало векторов абсолютных ускорений точек механизма.
2. Из полюса $\boldsymbol{P_a}$ построим вектор ускорения точки ***A*** в масштабе K_a:

$$\left(\overline{p_a a}\right) = \frac{a_A}{K_a}$$, мм. Конец вектора обозначим ***a***.

3. Из точки ***a*** строим вектор $\vec{a}^n_{B2A}$, величина которого определяется выражением и, который направлен по звену **2** от ***B*** к ***A***: $\vec{a}^n_{B2A} \parallel BA$. Через конец этого вектора проводим линию действия касательного ускорения $\vec{a}^{\tau}_{B2A} \perp AB$.

4. Согласно второму уравнению системы, из полюса $\boldsymbol{P_a}$ (первый вектор равнения $\vec{a}_{B3} = 0$), строим вектор кориолисова ускорения $\vec{a}^{k}_{B2B3}$, известный по величине и направлению, и через его конец проводим линию действия касательного ускорения $\vec{a}^{\tau}_{B2B3} \parallel AB$.

5. Отметим точку пересечения двух линий действия касательных ускорений $\vec{a}^{\tau}_{B2A}$ и $\vec{a}^{\tau}_{B2B3}$ и обозначим ее $\boldsymbol{b_2}$;

6. Проведем из полюса $\boldsymbol{P_a}$ вектор в точку $\boldsymbol{b_2}$ – это вектор абсолютного ускорения $\vec{a}_{B2}$ точки $\boldsymbol{B_2}$ **.**

Вектор относительного ускорения $\vec{a}_{B2A} = \vec{a}^{n}_{B2A} + \vec{a}^{\tau}_{B2A}$. Вектор относительного ускорения $\vec{a}_{B2B3} = \vec{a}^{\tau}_{B2B3}$.

Чтобы получить модули этих ускорений в размерности м/с^2 необходимо измерить соответствующие векторы в миллиметрах и умножить на масштаб K_a:

$a_{B2} = \vec{a}_{B2} \cdot K_a = \left(p_a b_2\right) \cdot K_a$, м/с^2; $a_{B2} = 78 \cdot 0{,}5 = 39$ м/с^2;

$a^{\tau}_{B2A} = \vec{a}^{\tau}_{B2B3} \cdot K_a = \left(b_2 n\right) \cdot K_a$, м/с^2; $a^{\tau}_{B2A} = 68 \cdot 0{,}5 = 34$ м/с^2;

$a_{B2B3} = \vec{a}_{B2B3} \cdot K_a$, м/с^2; $a_{B2B3} = a_{B2} = 39$ м/с^2.

Ускорение точек ***C*** и ***D***, принадлежащей звену ***AB***, определяется с применением теоремы подобия:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{(\overline{ab_2})_a}{(\overline{ac})_a}; \text{ отсюда } (\overline{ac})_a = (\overline{ab_2})_a \frac{AC}{AB},$$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{(\overline{ad})_a}{(\overline{ab_2})_a}; \text{ отсюда } (\overline{ad})_a = (\overline{ab_2})_a \frac{AD}{AB},$$

$$(\overline{ac})_a = 69 \cdot \frac{120}{97} = 85 \text{ мм}; \; (\overline{ad})_a = 69 \cdot \frac{10}{97} = 6 \text{ мм}.$$

Отложим на плане ускорений от точки ***a*** отрезки $(\overline{ac})_a$ и $(\overline{ad})_a$ по линии действия вектора $(\overline{ab_2})_a$ и соединим полученную точку ***c*** и ***d*** с полюсом ***P****a*. Эти отрезки представляет собой вектор $\vec{a}_C$ и $\vec{a}_D$ в масштабе K_a:

$$a_C = \vec{a}_C \cdot K_a = (\overline{p_a c})_a \cdot K_a, \text{ м/с}^2; \; a_D = \vec{a}_D \cdot K_a = (\overline{p_a d})_a \cdot K_a, \text{ м/с}^2$$

$$a_C = 70 \cdot 0{,}5 = 35 \text{ м/с}^2; \; a_D = 133 \cdot 0{,}5 = 66{,}5$$

Определение величины и направления угловых ускорений звеньев механизма

Определение углового ускорения звена производится по формуле:

$$\varepsilon_i = \dot{\omega}_i = \frac{a_i^\tau}{R_i}$$

Звено 1 – (кривошип)

Угловое ускорение кривошипа равно нулю, так как $\omega_1 = const$, $\varepsilon_1 = 0$.

Звено 2 – шатун

Величина углового ускорения кулисы ε_2 определяется по формуле:

$$\varepsilon_2 = \frac{a^\tau_{\text{B2A}}}{AB} = \frac{\vec{a}^\tau_{\text{B2A}} \cdot K_\text{a}}{AB \cdot K_\text{L}}, \text{ с}^{-2}; \; \varepsilon_2 = \frac{\vec{a}^\tau_{\text{B2A}} \cdot K_\text{a}}{AB \cdot K_\text{L}} = \frac{68 \cdot 0{,}5}{97 \cdot 0{,}002} = 175{,}3 \text{ с}^{-2}.$$

Направление углового ускорения ε_2 определяется следующим образом. Остановим на механизме точку ***A***, перенесем с плана ускорений вектор $\vec{a}^\tau_{\text{B2A}}$ в точку ***B*** и проследим, какому направлению углового ускорения шатуна соответствует вектор ускорения $\vec{a}^\tau_{\text{B2A}}$. Этому касательному ускорению соответствует вращение звена ***AB*** по ходу часовой стрелки. Следовательно, угловое ускорение ε_2 будет направлено по часовой стрелки.

Звено 3 – ползун

Угловое ускорение ползуна по величине и направлению равно угловому ускорению звена **2**, $\varepsilon_3 = \varepsilon_2$.