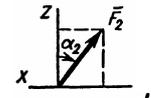
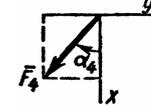


### Задача С4

Шифр 084 (схема 8, условие 4)

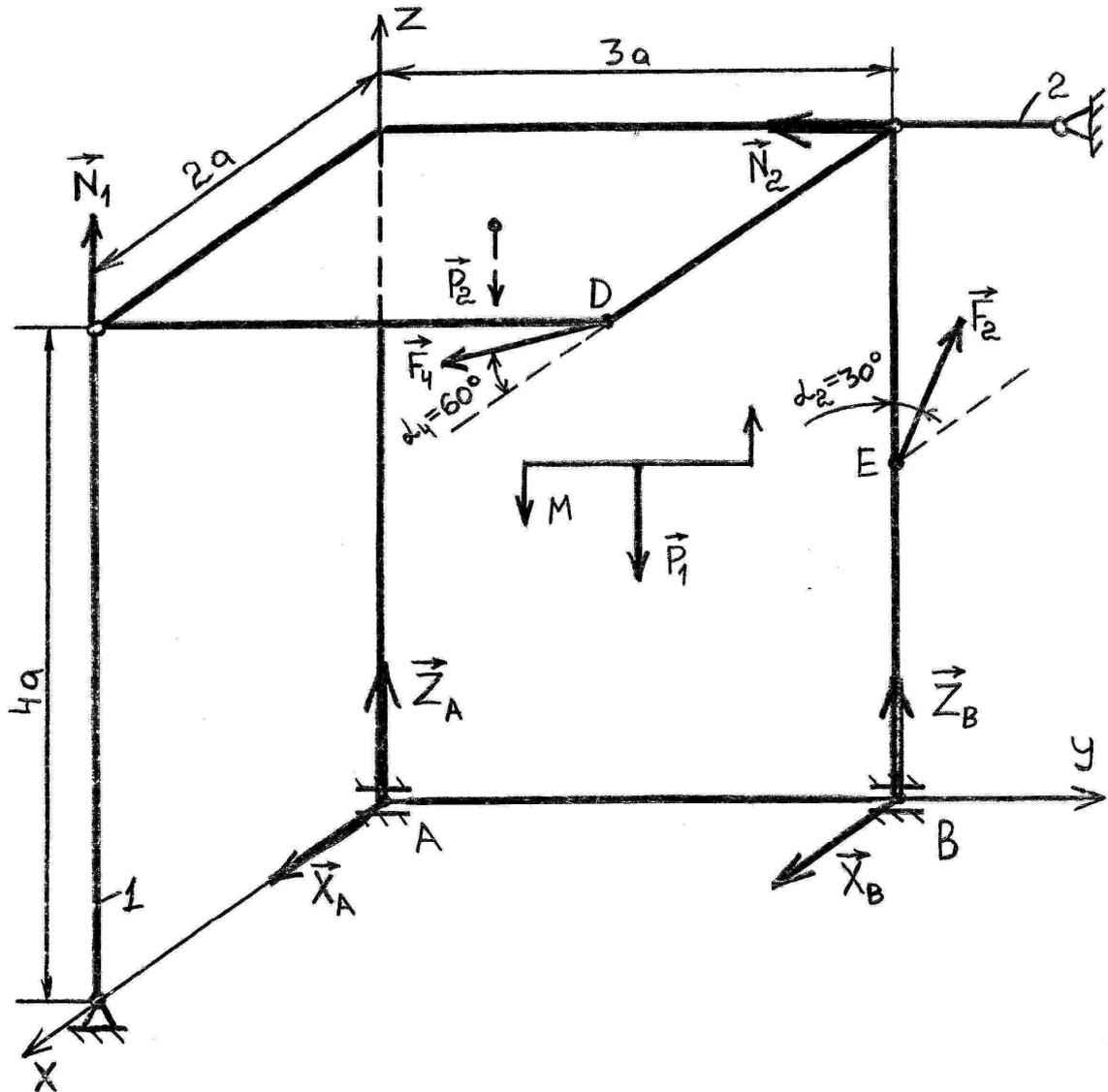
Дано:  $P_1 = 5 \text{ кН}$ ;  $P_2 = 3 \text{ кН}$ ;  $M = 4 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ;  $a = 0,6 \text{ м}$ ;

точка  $E$  –  $F_2 = 8 \text{ кН}$ ,  $\alpha_2 = 30^\circ$ , 

точка  $D$  –  $F_4 = 12 \text{ кН}$ ,  $\alpha_3 = 60^\circ$ , 

Определить: реакции связей в точках  $A$  и  $B$  и реакции стержней.

Решение:



1) Рассмотрим равновесие рамы: действуют силы  $\vec{F}_2$ ,  $\vec{F}_4$ , силы тяжести  $\vec{P}_1$ ,  $\vec{P}_2$ , пара сил с моментом  $M$  и реакции связей  $\vec{X}_A$ ,  $\vec{Z}_A$ ,  $\vec{X}_B$ ,  $\vec{Z}_B$ ,  $\vec{N}_1$ ,  $\vec{N}_2$ .

Проводим координатные оси  $x$ ,  $y$ .

2) Составим уравнения равновесия:

$$\Sigma F_{kx} = 0; \quad X_A + X_B + F_4 \cdot \cos 60^\circ - F_2 \cdot \sin 30^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma F_{ky} = 0; \quad -N_2 - F_4 \cdot \sin 60^\circ = 0 \quad (2)$$

$$\Sigma F_{kz} = 0; \quad Z_A + Z_B + N_1 + F_2 \cdot \cos 30^\circ - P_1 - P_2 = 0 \quad (3)$$

$$\Sigma m_x(\vec{F}_k) = 0;$$

$$N_2 \cdot 4a + Z_B \cdot 3a - P_1 \cdot 1,5a - P_2 \cdot 1,5a + M + F_2 \cdot \cos 30^\circ \cdot 3a + F_4 \cdot \sin 60^\circ \cdot 4a = 0 \quad (4)$$

$$\Sigma m_y(\vec{F}_k) = 0; \quad -N_1 \cdot 2a + P_2 \cdot a + F_4 \cdot \cos 60^\circ \cdot 4a - F_2 \cdot \sin 30^\circ \cdot 2a = 0 \quad (5)$$

$$\Sigma m_z(\vec{F}_k) = 0; \quad -X_B \cdot 3a + F_2 \cdot \sin 30^\circ \cdot 3a - F_4 \cdot \cos 60^\circ \cdot 3a = 0 \quad (6)$$

3) Найдём реакции из составленных уравнений.

$$\text{Из (2): } N_2 = -F_4 \cdot \sin 60^\circ = -12 \cdot 0,866 = -10,4 \text{ кН}.$$

$$\begin{aligned} \text{Из (4): } Z_B &= \frac{1}{3} \cdot \left( -N_2 \cdot 4 + (P_1 + P_2) \cdot 1,5 - \frac{M}{a} - F_2 \cdot \cos 30^\circ \cdot 3 - F_4 \cdot \sin 60^\circ \cdot 4 \right) = \\ &= \frac{1}{3} \cdot \left( -(-10,4) \cdot 4 + (5 + 3) \cdot 1,5 - \frac{4}{0,6} - 8 \cdot 0,866 \cdot 3 - 12 \cdot 0,866 \cdot 4 \right) = -5,14 \text{ кН}. \end{aligned}$$

$$\text{Из (5): } N_1 = \frac{P_2}{2} + F_4 \cdot \cos 60^\circ \cdot 2 - F_2 \cdot \sin 30^\circ = \frac{3}{2} + 12 \cdot 0,5 \cdot 2 - 8 \cdot 0,5 = 9,5 \text{ кН}.$$

$$\begin{aligned} \text{Из (3): } Z_A &= -Z_B - N_1 - F_2 \cdot \cos 30^\circ + P_1 + P_2 = \\ &= -(-5,14) - 9,5 - 8 \cdot 0,866 + 5 + 3 = -3,3 \text{ кН}. \end{aligned}$$

$$\text{Из (6): } X_B = F_2 \cdot \sin 30^\circ - F_4 \cdot \cos 60^\circ = 8 \cdot 0,5 - 12 \cdot 0,5 = -2 \text{ кН}.$$

$$\text{Из (1): } X_A = -X_B - F_4 \cdot \cos 60^\circ + F_2 \cdot \sin 30^\circ = -(-2) - 12 \cdot 0,5 + 8 \cdot 0,5 = 0 \text{ кН}.$$

Ответ:  $X_A = 0 \text{ кН}$ ;  $Z_A = -3,3 \text{ кН}$ ;  $X_B = -2 \text{ кН}$ ;  $Z_B = -5,14 \text{ кН}$ ;

$N_1 = 9,5 \text{ кН}$ ;  $N_2 = -10,4 \text{ кН}$ . Знаки указывают, что выбранные направления реакций  $\vec{Z}_A$ ,  $\vec{X}_B$ ,  $\vec{Z}_B$ ,  $\vec{N}_2$  противоположны истинным.

### Задача К3

Шифр 084 (схема 8, условие 4)

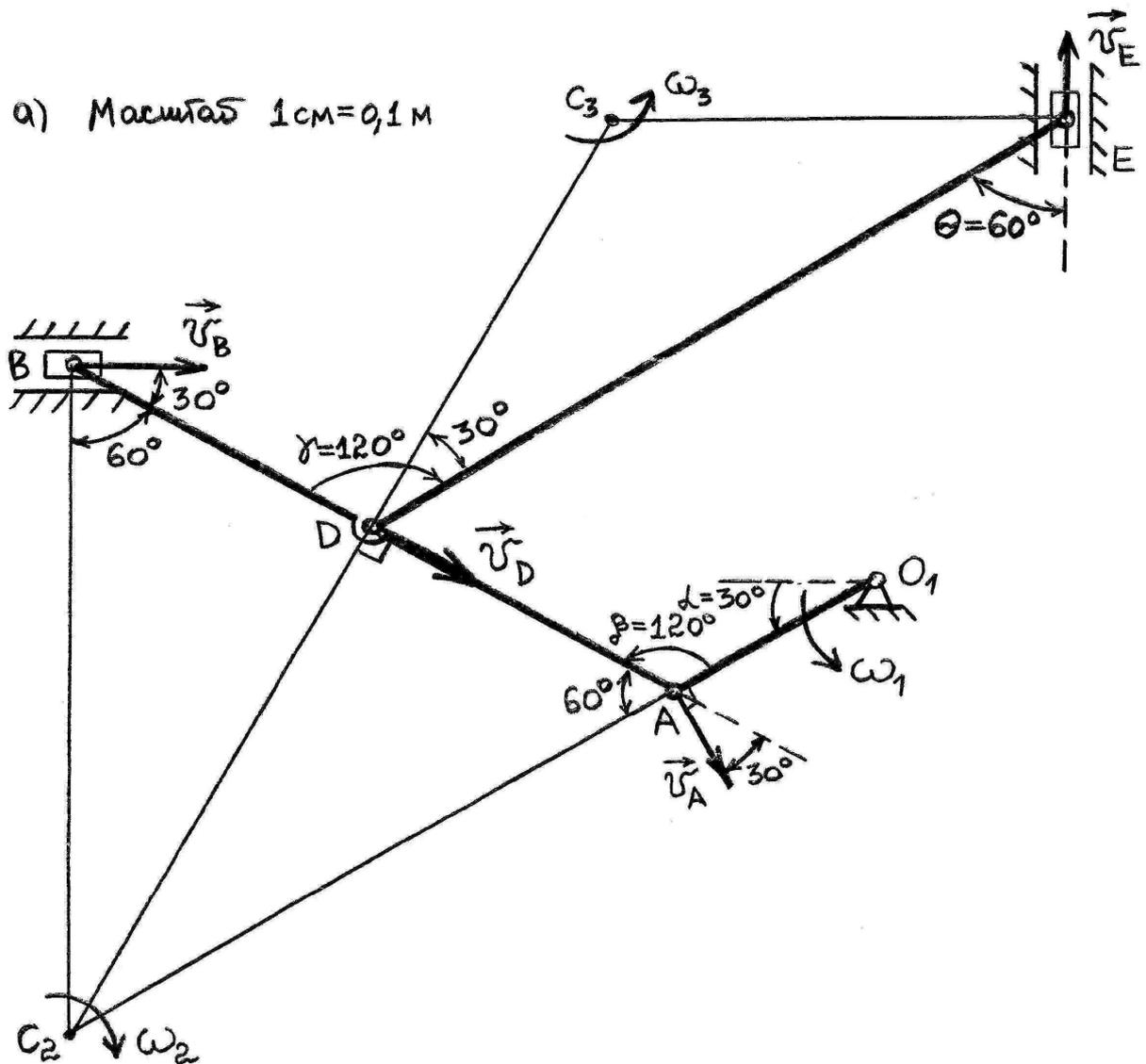
Дано:  $l_1 = 0,4 \text{ м}$ ;  $l_2 = 1,2 \text{ м}$ ;  $l_3 = 1,4 \text{ м}$ ;  $l_4 = 0,6 \text{ м}$ ;  $\alpha = 30^\circ$ ;  $\beta = \gamma = 120^\circ$ ;

$\varphi = 0^\circ$ ;  $\theta = 60^\circ$ ;  $\omega_1 = 4 \text{ с}^{-1}$ ;  $\varepsilon_1 = 6 \text{ с}^{-2}$  (против хода часовой стрелки).

Определить:  $v_B$ ,  $v_E$ ,  $\omega_{DE}$ ,  $a_B$ ,  $\varepsilon_{AB}$ .

Решение:

1) Строим положение механизма в соответствии с заданными углами.



2) Скорость точки B.

Скорость точки A:  $v_A = AO_1 \cdot \omega_1 = l_1 \cdot \omega_1 = 0,4 \cdot 4 = 1,6 \text{ м/с}$ .

По теореме о проекции скоростей двух точек тела:

$$v_B \cdot \cos 30^\circ = v_A \cdot \cos 60^\circ \rightarrow v_B = v_A \cdot \frac{\cos 60^\circ}{\cos 30^\circ} = 1,6 \cdot \frac{0,5}{0,866} = 0,9 \text{ м/с}.$$

3) Скорость точки  $E$  и угловая скорость звена  $DE$  (рис. а).

Строим МЦС (мгновенный центр скоростей)  $C_2$  звена  $AB$  (точка пересечения перпендикуляров к скоростям  $\vec{v}_A$  и  $\vec{v}_B$ , восстановленных из точек  $A$  и  $B$ ). Находим направление скорости  $\vec{v}_D$  ( $\vec{v}_D \perp DC_2$ ).

Из треугольника  $ABC_2$ :

$$AC_2 = BC_2 = l_2 = 1,2 \text{ м}; \quad DC_2 = AD \cdot \operatorname{tg} 60^\circ = \frac{l_2}{2} \cdot \operatorname{tg} 60^\circ = \frac{1,2}{2} \cdot 1,732 = 1,04 \text{ м}.$$

Скорость точки  $D$  находим из пропорции:

$$\frac{v_D}{DC_2} = \frac{v_A}{AC_2} \rightarrow v_D = \frac{v_A \cdot DC_2}{AC_2} = \frac{1,6 \cdot 1,04}{1,2} = 1,4 \text{ м/с}.$$

$$\text{Угловая скорость звена } AB: \quad \omega_{AB} = \frac{v_A}{AC_2} = \frac{1,6}{1,2} = 1,3 \text{ м/с}.$$

Строим МЦС (мгновенный центр скоростей)  $C_3$  звена  $DE$  (точка пересечения перпендикуляров к скоростям  $\vec{v}_D$  и  $\vec{v}_E$ , восстановленных из точек  $D$  и  $E$ ).

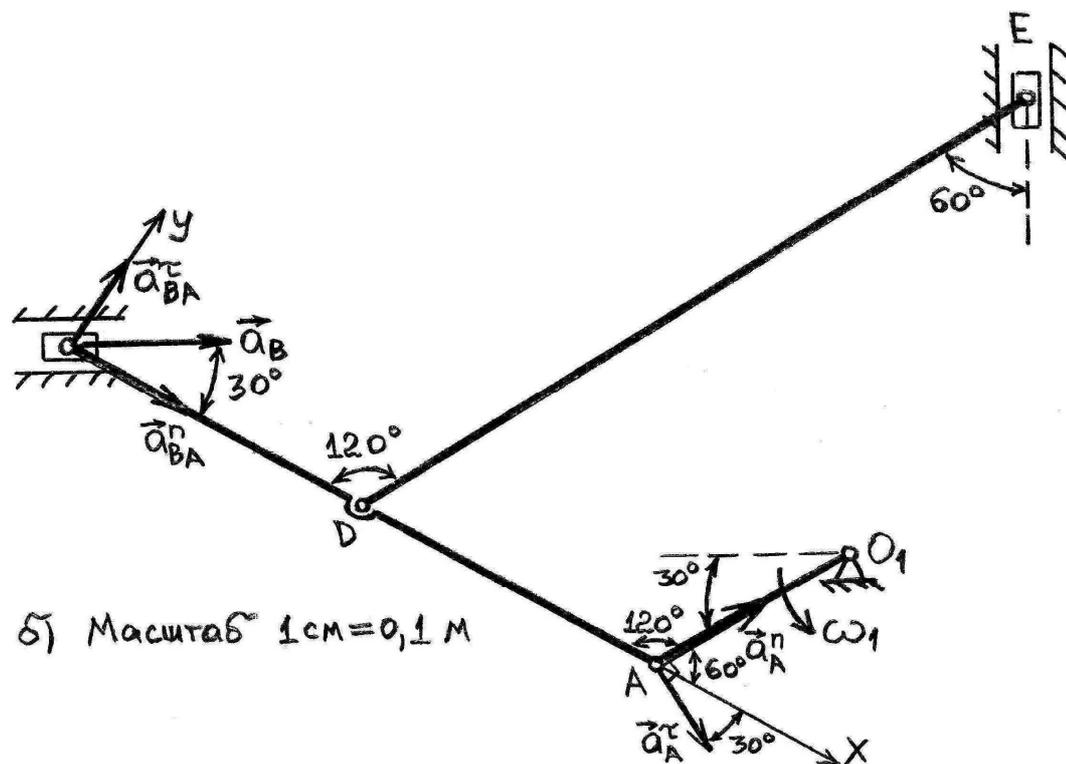
$$\text{Из треугольника } DEC_3: \quad DC_3 = EC_3 = \frac{DE/2}{\cos 30^\circ} = \frac{l_3/2}{\cos 30^\circ} = \frac{1,4/2}{0,866} = 0,81 \text{ м}.$$

Скорость точки  $E$  находим из пропорции:

$$\frac{v_E}{EC_3} = \frac{v_D}{DC_3} \rightarrow v_E = \frac{v_D \cdot EC_3}{DC_3} = v_D = 1,4 \text{ м/с}.$$

$$\text{Угловая скорость звена } DE: \quad \omega_{DE} = \frac{v_D}{DC_3} = \frac{1,4}{0,81} = 1,7 \text{ м/с}.$$

4) Строим положение механизма в соответствии с заданными углами.



5) Ускорение точки  $B$  и угловое ускорение звена  $AB$  (рис. б).

Ускорение точки  $A$ :  $\vec{a}_A = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau$ , где

$$a_A^n = AO_1 \cdot \omega_1^2 = 0,4 \cdot 4^2 = 6,4 \text{ м / с}^2,$$

$$a_A^\tau = AO_1 \cdot \varepsilon_1 = 0,4 \cdot 6 = 2,4 \text{ м / с}^2 \quad (\varepsilon_1 = 0, \text{ так как } \omega_1 = 10 \text{ с}^{-1} = \text{const}),$$

$$a_A = \sqrt{(a_A^n)^2 + (a_A^\tau)^2} = \sqrt{6,4^2 + 2,4^2} = 6,8 \text{ м / с}^2.$$

Ускорение точки  $B$ :  $\vec{a}_B = \vec{a}_A^n + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau$  или  $\vec{a}_B = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau$  (1), где

$$a_{BA}^n = AB \cdot \omega_{AB}^2 = 1,2 \cdot 1,3^2 = 2,03 \text{ м / с}^2, \quad a_{BA}^\tau = AB \cdot \varepsilon_2.$$

Проводим координатные оси  $x, y$ , на которые проецируем выражение (1):

$$a_B \cdot \cos 30^\circ = a_A^n \cdot \cos 60^\circ + a_A^\tau \cdot \cos 30^\circ + a_{BA}^n \quad (2)$$

$$a_B \cdot \sin 30^\circ = a_A^n \cdot \sin 60^\circ - a_A^\tau \cdot \sin 30^\circ + a_{BA}^\tau \quad (3)$$

Из (2) находим ускорение точки  $B$ :

$$a_B = \frac{a_A^n \cdot \cos 60^\circ + a_A^\tau \cdot \cos 30^\circ + a_{BA}^n}{\cos 30^\circ} = \frac{6,4 \cdot 0,5 + 2,4 \cdot 0,866 + 2,03}{0,866} = 8,4 \text{ м / с}^2.$$

Из (3) находим угловое ускорение звена  $AB$ :

$$a_B \cdot \sin 30^\circ = a_A^n \cdot \sin 60^\circ - a_A^\tau \cdot \sin 30^\circ + AB \cdot \varepsilon_2$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{AB} \cdot (a_B \cdot \sin 30^\circ - a_A^n \cdot \sin 60^\circ + a_A^\tau \cdot \sin 30^\circ) = \frac{1}{AB} \cdot [(a_B + a_A^\tau) \cdot \sin 30^\circ - a_A^n \cdot \sin 60^\circ] =$$

$$= \frac{1}{1,2} \cdot [(8,4 + 2,4) \cdot 0,5 - 6,4 \cdot 0,866] = 0,12 \text{ с}^{-2}.$$

Ответ:  $v_B = 0,9 \text{ м/с}$ ;  $v_E = 1,4 \text{ м/с}$ ;  $\omega_{DE} = 1,7 \text{ с}^{-1}$ ;  $a_B = 8,4 \text{ м/с}^2$ ;  $\varepsilon_2 = 0,12 \text{ с}^{-2}$ .