

**Задача 3.3.** На отрезке прямого провода длиной  $l$  равномерно распределен заряд с линейной плотностью  $\tau = 10^{-8}$  Кл/см. Определить напряженность поля в точке  $A$ , расположенной на расстоянии  $l$  от одного из концов стержня (см. рисунок).

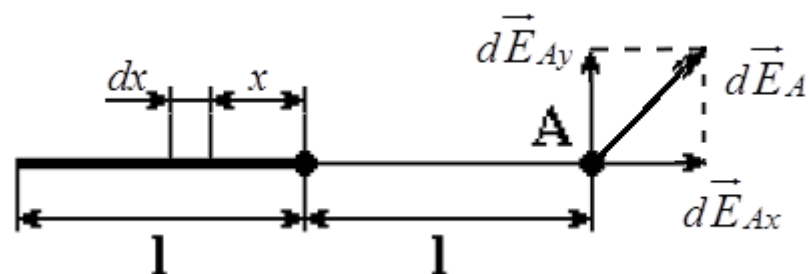
**Дано**

$$\tau = 10^{-8} \text{ Кл/см} = 10^{-6} \text{ Кл/м}$$

$l$

$E_A$  - ?

**Решение**



Согласно принципу суперпозиции напряженность, создаваемая отрезком провода равна сумме векторов напряженностей, создаваемых каждым бесконечно малым зарядом.

Выделим на проводнике элементарный отрезок длиной  $dx$ , несущий заряд  $dq = \tau \cdot dx$ , где  $\tau$  – линейная плотность заряда.

Этот точечный заряд создает электрическое поле, напряженность которого в точке  $A$  определяется как:

$$dE_A = k \cdot \frac{dq}{\epsilon \cdot r^2} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{\tau \cdot dx}{\epsilon \cdot r^2},$$

где  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м – диэлектрическая постоянная;

$\epsilon = 1$  Ф/м – диэлектрическая проницаемость среды вокруг плоскости – для воздуха;

$r = x + l$  – расстояние от заряда, до той точки, в которой определяем напряженность (см. рисунок).

Окончательно получим:

$$dE_A = \frac{\tau \cdot dx}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot (x+l)^2}.$$

Проецируя векторы напряженности на выбранную ось, имеем, что  $dE_{Ay} = 0$ , тогда  $dE_A = dE_{Ax}$ . Таким образом, нужно найти только проекцию суммарного вектора  $dE_A$  на ось ОХ.

Интегрируя полученное выражение в пределах всей длины провода (от  $x=0$  до  $x=l$ ), получим искомое значение напряженности поля всего отрезка провода:

$$\begin{aligned} dE_A &= \int_0^l \frac{\tau \cdot dx}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot (x+l)^2} = \frac{\tau}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \int_0^l \frac{dx}{(x+l)^2} = \frac{\tau}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \int_0^l \frac{d(x+l)}{(x+l)^2} = \\ &= \frac{\tau}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left. \frac{-1}{x+l} \right|_0^l = \frac{\tau}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left( \frac{-1}{l+l} - \frac{-1}{0+l} \right) = \frac{\tau}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left( \frac{-1}{2 \cdot l} + \frac{1}{l} \right) = \\ &= \frac{\tau}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left( \frac{-1+2}{2 \cdot l} \right) = \frac{\tau}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{1}{2 \cdot l} = \frac{\tau}{8 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot l}. \end{aligned}$$

Тогда,

$$E_A = \frac{\tau}{8 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot l} = \frac{10^{-6}}{8 \cdot \pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot l} = 4,5 \cdot \frac{1}{l} \text{ В/м}.$$

**Ответ:**  $E_A = 4,5 \cdot \frac{1}{l} \text{ В/м}.$