$f(x)$ – непрерывна; период $T = 4$; разложить в ряд Фурье

$T = 4 \Rightarrow f(x+4) = f(x)$, разложим на отрезке $[-2; 2]$

Введем новую переменную u с периодом 2π:

$u = \frac{\pi x}{2}$, тогда $x = -2$, когда $u = -\pi$ и $x = 2$, когда $u = \pi$

Пусть также $f(x) = f\left(\frac{2u}{\pi}\right) = F(u)$

Ряд Фурье для $F(u)$ имеет вид:

$F(u) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n cosnu + b_n \sin nu)$*, где*

$a_0 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} F(u)\, du,$

$a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} F(u) \cos nu\, du,$

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} F(u) \sin nu\; du$$

Сделаем обратную замену: поскольку $u = \frac{\pi x}{2}$, то $du = \frac{\pi}{2}dx$; пределы интегрирования теперь -2 и 2 вместо $-\pi$ и π.

Тогда $f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \cos\left(\frac{\pi n x}{2}\right) + b_n \sin\left(\frac{\pi n x}{2}\right)\right)$, где

$$a_0 = \frac{1}{4}\int_{-2}^{2} f(x) dx$$

$$a_n = \frac{1}{2}\int_{-2}^{2} f(x) \cos\left(\frac{\pi n x}{2}\right)$$

$$b_n = \frac{1}{2}\int_{-2}^{2} f(x) \sin\left(\frac{\pi n x}{2}\right)$$