Вариант 8.

Задача 1. При измерении активного сопротивления резистора были произведены десять равноточных измерений, результаты которых приведены в таблице. Оцените абсолютную и относительную погрешности и запишите результат измерения для доверительных вероятностей 0,95 и 0,99.

|  |
| --- |
| Результат измерений, Ом |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 953,6 | 953,7 | 953,9 | 953,5 | 953,7 | 953,7 | 953,5 | 953,8 | 954,0 | 953,9 |

Решение.

Находим среднее арифметическое значение по формуле:

$$\overbar{R}=\frac{1}{n}\sum\_{i=1}^{n}R\_{i}$$

$$\overbar{R}=\frac{1}{10}∙9537,3=953,73$$

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$i$$ | $$R\_{i}$$ | $$R\_{i}-\overbar{R}$$ | $$\left(R\_{i}-\overbar{R}\right)^{2}$$ |
| 1 | 953,6 | $$-0,13$$ | $$0,0169$$ |
| 2 | 953,7 | $$-0,03$$ | $$0,0009$$ |
| 3 | 953,9 | $$0,17$$ | $$0,0289$$ |
| 4 | 953,5 | $$-0,23$$ | $$0,0529$$ |
| 5 | 953,7 | $$-0,03$$ | $$0,0009$$ |
| 6 | 953,7 | $$-0,03$$ | $$0,0009$$ |
| 7 | 953,5 | $$-0,23$$ | $$0,0529$$ |
| 8 | 953,8 | $$0,07$$ | $$0,0049$$ |
| 9 | 954,0 | 0,27 | $$0,0729$$ |
| 10 | 953,9 | $$0,17$$ | $$0,0289$$ |
| $$\sum\_{}^{}$$ | 9537,3 |  | 0,261 |

Вычисляем среднее квадратическое отклонение единичных результатов:

$$σ=\sqrt{\frac{\sum\_{i=1}^{n}\left(R\_{i}-\overbar{R}\right)^{2}}{n-1}}$$

$$σ=\sqrt{\frac{0,261}{9}}=\sqrt{0,029}=0,17$$

Предполагая, что погрешность распределена по нормальному закону, исключаем «промахи», т.е. измерения с грубыми погрешностями, для которых $\left|R\_{i}-\overbar{R}\right|>3σ$.

В этой задаче измерений, погрешность которых превышает $3σ$ (0,511) нет.

Вычисляем среднее квадратическое отклонение среднего арифметического (СКО результата измерений):

$$S\_{\overbar{R}}=\sqrt{\frac{\sum\_{i=1}^{n}\left(R\_{i}-\overbar{R}\right)^{2}}{n\left(n-1\right)}}$$

$$S\_{\overbar{R}}=\sqrt{\frac{0,261}{10\left(10-1\right)}}=\sqrt{\frac{0,261}{90}}=0,054$$

Определяем доверительные границы случайной погрешности при заданной доверительной вероятности:

а) $P=0,95$;

б) $P=0,99$.

$$ε=t\_{q}∙S\_{\overbar{R}}$$

где $t\_{q}$ - коэффициент Стьюдента, зависящий от доверительной вероятности $P$ и числа измерений $n$. Выбираем коэффициент $t$ из таблицы.

а) для $P=0,95;n-1=9:t=2,262.$

$$ε=2,262∙0,054=0,12$$

б) для $P=0,99;n-1=9:t=3,169.$

$$ε=3,169∙0,054=0,17$$

Окончательный результат записываем в форме:

а) 953,7±0,1 Ом, $P=0,95$;

б) 953,7±0,2 Ом, $P=0,99$.

Задача 2. Оценить погрешность прямого однократного измерения напряжения $U=4,2 B$ на сопротивлении $R=5,2 Ом$, выполненного вольтметром класса точности $γ=1,5$ с верхним пределом измерения $U\_{п}=5 В$ и имеющим сопротивление $R\_{v}=1400 Ом$. Известно, что дополнительные погрешности измерения из-за влияния магнитного поля и температуры не превышают соответственно $δ\_{м}=0,85\%$ и $δ\_{т}=0,45\%$ допускаемой предельной погрешности.

Решение.

Предел допускаемой относительной погрешности вольтметра на отметке $4,2 В$ составляет:

$$δ\_{x}=δ\_{СИ}∙\frac{U\_{п}}{U}$$

$δ\_{x}=1,5∙\frac{5}{4,2}=1,8$ (%)

При подсоединении вольтметра исходное напряжение $U\_{x}$ изменится из-за наличия внутреннего сопротивления вольтметра $R\_{v}$ и составит

$$U\_{v}=\frac{R\_{v}}{R+R\_{v}}∙U\_{x}$$

Тогда относительная методическая погрешность, обусловленная конечным значением $R\_{v}$, будет равна

$$δ\_{m}=\frac{U\_{v}-U\_{x}}{U\_{x}}∙100\%=-\frac{R}{R+R\_{v}}∙100\%$$

$$δ\_{m}=-\frac{5,2}{5,2+1400}∙100=-0,37 (\%)$$

Данная методическая погрешность является систематической составляющей погрешности измерения и должна быть внесена в результат в виде поправки $-δ\_{m}=0,37\%$ или в абсолютной форме

$$q=\frac{-δ\_{m}∙U}{100\%}$$

$$q=\frac{0,37∙4,2}{100}=\frac{1,55}{100}=0,016 (B)$$

Тогда результат измерения с учетом поправки

$$\overbar{U\_{x}}=4,2+0,016=4,216 (B)$$

Поскольку основная и дополнительная погрешности заданы своими граничными значениями, они могут рассматриваться как не исключенные систематические погрешности (НСП).

При оценке границ НСП в соответствии с ГОСТ 8.207-76 их рассматривают как случайные величины, распределенные по равномерному закону. Тогда границы НСП результата измерения $θ$ можно вычислить по формуле:

$$θ=k\sqrt{\sum\_{i=1}^{m}θ\_{i}^{2}}$$

где $θ\_{i}$ - граница $i$ - той составляющей НСП,

 $k$ – коэффициент, определяемый принятой доверительной вероятностью $P$.

Поскольку число суммируемых погрешностей меньше четырех, то коэффициент $k$ определяем по графику зависимости $k=f\left(m,l\right)$

(с. 4 ГОСТ 8.207-76 ).

$$θ=1,2\sqrt{1,8^{2}+0,85^{2}+0,45^{2}}=1,2∙2,04=\pm 2,4$$

А в абсолютной форме

$$∆=\frac{θ∙U}{100\%}$$

$$∆=\frac{\pm 2,4∙4,2}{100\%}=0,1 (B)$$

Ввиду того, что $∆>q$ ($0,1>0,016)$, окончательный результат записывается в виде

$$U=4,2 B, ∆=0,1 B.$$

Задача 3. При проверке после ремонта вольтметра класса точности 1,5 с конечным значением шкалы 5 В, в точках шкалы 1, 2, 3, 4, 5 В получены показания образцового прибора, представленные в таблице. Определить, соответствует ли проверяемый вольтметр своему классу точности.

|  |
| --- |
| Показания образцового прибора, В |
| $$U\_{1}$$ | $$U\_{2}$$ | $$U\_{3}$$ | $$U\_{4}$$ | $$U\_{5}$$ |
| 1,02 | 2,01 | 2,94 | 3,97 | 5,07 |

Решение.

Предельная допускаемая абсолютная погрешность прибора равна

$$5∙\frac{1,5}{100}=0,075 (В)$$

В каждой точке шкалы погрешность прибора не превышает предельно допустимую:

$\left(0,2<0,075;0,01<0,075; 0,06<0,075; 0,03<0,075; 0,07<0,075\right)$.

Следовательно, после ремонта прибор соответствует своему классу точности.

Задача 4. Определить величину электрического тока $I\_{x}$ в общей цепи, а также значение абсолютной и относительной погрешности его определения, если токи, измеренные в ветвях цепи, равны $I\_{1}$, $I\_{2}$, $I\_{3}$.

Классы точности амперметров, включенных в эти ветви, соответствуют $K\_{1}$, $K\_{2}$, $K\_{3}$, а их предельные значения шкал $I\_{max1}$ $I\_{max2}$ $I\_{max3}$

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| $I$, Ампер | $$K$$ | $I\_{max}$, Ампер |
| $$I\_{1}$$ | $$I\_{2}$$ | $$I\_{3}$$ | $$K\_{1}$$ | $$K\_{2}$$ | $$K\_{3}$$ | $$I\_{max1}$$ | $$I\_{max2}$$ | $$I\_{max3}$$ |
| 0,18 | 0,07 | 0,47 | 0,05/0,02 | 0,05 | 0,1 | 0,2 | 0,1 | 0,5 |

Решение.

Величина тока в общей цепи

$$I=I\_{1}+I\_{2}+I\_{3}$$

$$I=0,18+0,07+0,47=0,72 (A)$$

Погрешность измерения тока $I\_{1}$

$$δI\_{1}=c+d\left(\frac{I\_{m1}}{I\_{1}}-1\right)$$

$$δI\_{1}=0,05+0,02∙\left(\frac{0,2}{0,18}-1\right)=0,052 (\%)$$

$$∆I\_{1}=I\_{1m}∙\frac{δI\_{1}}{100\%}$$

$$∆I\_{1}=0,2∙\frac{0,052}{100}=0,0001 (A)$$

Погрешность измерения тока $I\_{2}$

$$∆I\_{2}=I\_{2m}∙\frac{K\_{2}}{100\%}$$

$$∆I\_{2}=0,1∙\frac{0,05}{100}=0,00005 (A)$$

Погрешность измерения тока $I\_{3}$

$$∆I\_{3}=I\_{3m}∙\frac{K\_{3}}{100\%}$$

$$∆I\_{3}=0,5∙\frac{0,1}{100}=0,0005 (A)$$

Предельная погрешность косвенного определения величины тока в общей цепи не превышает суммы абсолютных погрешностей измерений токов в отдельных ветвях цепи:

$$∆I=∆I\_{1}+∆I\_{2}+∆I\_{3}$$

$$∆I=0,0001+0,00005+0,0005=0,00065 (A)$$

Относительная погрешность измерения:

$$δI=\frac{∆I}{I}∙100\%$$

$$δI=\frac{0,00065}{0,72}∙100=0,09 (\%)$$

Таким образом, $I=0,72\pm 0,00065 A$

Задача 5. Производится эксперимент по определению параметров транзисторов $α$ и $β$. Для этого измеряются микроамперметрами ток коллектора $I\_{k}$ и ток эмиттера $I\_{э}$, а затем определяются параметры $α$ и $β$ по формулам $α=\frac{I\_{к}}{I\_{э}}$, $β=\frac{α}{1-α}$. Представьте результаты определения указанных параметров вместе с погрешностями их определения. Пределы измерения используемых микроамперметров, их классы точности ($K\_{I\_{к}}, K\_{I\_{э}}$) и полученные показания приведены в таблице.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Предел измерения | Класс точности | Показания приборов |
| $I\_{э}$, мкА | $I\_{к}$, мкА | $$ K\_{I\_{э}}$$ | $$K\_{I\_{к}}$$ | $I\_{э}$, мкА | $I\_{к}$, мкА |
| 250 | 250 | 0,2 | 0,05/0,02 | 220 | 210 |

Решение.

Коэффициент передачи тока

$$α=\frac{I\_{к}}{I\_{э}}$$

$$α=\frac{140}{145}=0,97$$

Погрешность косвенного определения $α$ в этом случае находится как сумма относительных погрешностей измерений токов:

$$δα=δI\_{к}+δI\_{э}$$

$δI\_{к}=\frac{150∙\left[0,1+0,05\left(\frac{150}{140}-1\right)\right]}{140}=0,11$ *(%)*

$δI\_{э}=\frac{150∙0,5}{145}=0,52$ (%)

$$δα=0,11+0,52=0,63 (\%)$$

Абсолютная погрешность

$$∆α=\frac{0,97∙0,63}{100}=0,006$$

Таким образом, $α=0,97\pm 0,006$

Коэффициент усиления $β$ связан с $α $функциональной зависимостью

$$β=f\left(α\right)=\frac{α}{1-α}$$

$$β=\frac{0,97}{1-0,97}=32$$

Погрешность определения β

∆β$=\left|f^{ı}\left(α\right)\right|∙∆α=\frac{1}{\left(1-α\right)^{2}}∙∆α$

$$∆β=\frac{1}{\left(1-0,97\right)^{2}}∙0,006=6,7$$

Таким образом, погрешность определения β в этом случае велика.

Задача 6. В информационно – измерительной системе для градуировки канала измерения нагрузки механического пресса, включающего тензометрический датчик и плату тензостанции на основе 16 –разрядного аналого – цифрового преобразователя, устанавливались усилия $x$, контролируемые эталонным динамометром и фиксировались числовые значения $y$ на выходе аналого – цифрового преобразователя. Диапазон градуировки 0…50 кН. Данные измерений $y$ сведены в таблицу. Найти линейную функцию преобразования и построить градуировочную характеристику канала. Определить наибольшую относительную погрешность и приведенную погрешность канала измерения.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
| 330 | 1014 | 1694 | 2369 | 3034 | 3718 |

Решение.

Линейная функция преобразования $y=ax+b$, представляющая собой зависимость между входной величиной $x$ и выходной величиной $y$ (значением на выходе аналого-цифрового преобразователя) находится методом наименьших квадратов. Для этой цели составим таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$i$$ | $$x\_{i}$$ | $$y\_{i}$$ | $$x\_{i}^{2}$$ | $$x\_{i}y\_{i}$$ | $$\overbar{x\_{i}}$$ | ∆$x\_{i}$ | $$δx\_{i}$$ |
| 1 | 0 | 330 | 0 | 0 | -0,080 | 0,080 | \_ |
| 2 | 10 | 1014 | 100 | 10140 | 10,032 | 0,032 | 0,32 |
| 3 | 20 | 1694 | 400 | 33880 | 20,085 | 0,085 | 0,43 |
| 4 | 30 | 2369 | 900 | 71070 | 30,065 | 0,065 | 0,22 |
| 5 | 40 | 3034 | 1600 | 121360 | 39,896 | 0,104 | 0,26 |
| 6 | 50 | 3718 | 2500 | 185900 | 50,008 | 0,008 | 0,016 |
| $$\sum\_{}^{}$$ | 150 | 12159 | 5500 | 422350 |  |  |  |

Значения коэффициентов линейной зависимости находятся по формулам:

$$a=\frac{n\sum\_{i=1}^{n}x\_{i}y\_{i}-\sum\_{i=1}^{n}x\_{i}\sum\_{i=1}^{n}y\_{i}}{n\sum\_{i=1}^{n}x\_{i}^{2}-\left(\sum\_{i=1}^{n}x\_{i}\right)^{2}}$$

$$a=\frac{6∙422350-150∙12159}{6∙5500-150^{2}}=\frac{710250}{10500}=67,64$$

$$β=\frac{\sum\_{i=1}^{n}x\_{i}^{2}\sum\_{i=1}^{n}y\_{i}-\sum\_{i=1}^{n}x\_{i}\sum\_{i=1}^{n}x\_{i}y\_{i}}{n∙\sum\_{i=1}^{n}x\_{i}^{2}-\left(\sum\_{i=1}^{n}x\_{i}\right)^{2}}$$

$$β=\frac{5500∙12159-150∙422350}{6∙5500-150^{2}}=\frac{3522000}{10500}=335,43$$

Функция преобразования измерительного канала имеет вид $y=67,64x+335,43$. Полученная зависимость может быть преобразована для вычисления неизвестной входной величины $\overbar{x}=0,0148y-4,96$.

Как видно из таблицы, наибольшая относительная погрешность $δx=0,43\%$. Наибольшая абсолютная погрешность преобразования $∆x=0,104$ наблюдается в точке $x=40$. Таким образом, приведенная погрешность равна

$$γ=\frac{∆x}{50}∙100\%$$

$$γ=\frac{0,104}{50}∙100=0,21\left(\%\right)$$