

## Содержание

РГР 1. Растяжение–сжатие .....	3
1.1 Определение усилий в стержнях и расчет их на прочность .....	3
1.1.1 Определение усилий в стержнях .....	3
1.1.2 Определение диаметра стержней .....	4
1.2 Расчет ступенчатого бруса на прочность при растяжении и сжатии .....	5
1.2.1 Определение продольных усилий .....	6
1.2.2 Определение напряжений .....	7
1.2.3 Определение перемещений .....	8
1.2.4 Построение эпюр .....	9
1.2.5 Проверка условия прочности и жесткости .....	9
РГР 2. Расчет балки на прочность .....	10
2.1 Определение реакций опор .....	10
2.2 Построение эпюр Q и M. ....	11
2.2.1 Расчет поперечных сил Q .....	12
2.2.2 Расчет изгибающих моментов M .....	12
2.3 Подбор двутаврового сечения .....	15
2.4 Построение эпюры нормальных напряжений в опасном сечении .....	16
РГР 3. Сложное нагружение бруса .....	18
3.1 Построение эпюры продольных сил .....	18
3.2 Построение эпюры изгибающих моментов .....	19
3.3 Определение опасного сечения бруса .....	20
3.4 Проверка прочности бруса .....	21

## РГР 1. Растяжение–сжатие

### 1.1 Определение усилий в стержнях и расчет их на прочность

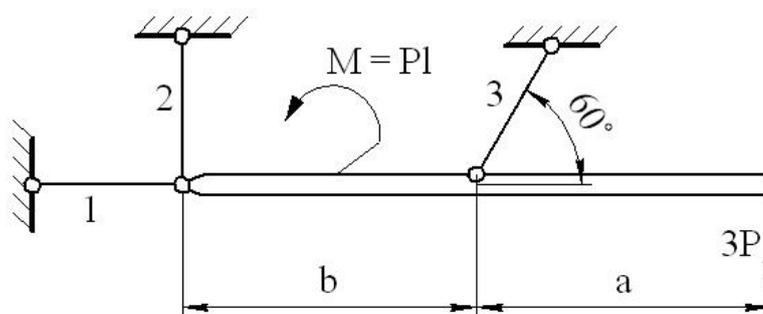
#### 1.1.1 Определение усилий в стержнях

Определить реакции стержней, показанных на рисунке 1.

Принять:

$a = b = 2l$ ;  $l = 0,8$  мм;  $P = 36$  кН;  $d = 24$  мм;  $[\sigma] = 160$  МПа.  
где  $l$  – длина стержней.

На рисунке 1.1 приведена расчетная схема.



1,2,3 – номера стержней.

Рисунок 1.1 – Расчетная схема.

Отбросили опоры и заменили их реакциями. Зададимся плоскостью с осями координат  $Ox$  и  $Oy$ .

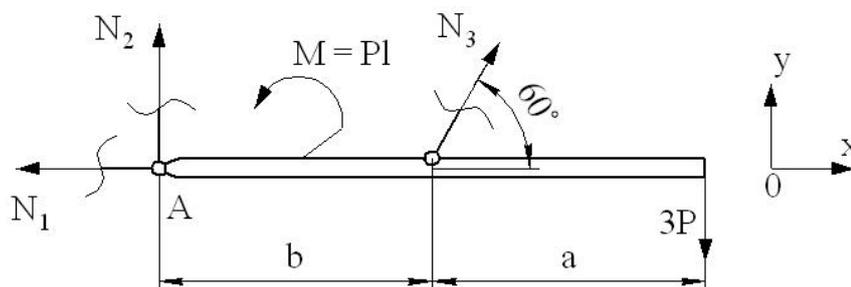


Рисунок 1.2 – Расчетная схема без опор.

Необходимо найти усилие  $N_3$  в стержне №3. Поэтому составим уравнение равновесия моментов относительно точки А :

$$\sum M_{iz} = 0 : M_A = M + N_3 \sin 60^\circ b - 3P(a + b) = 0 .$$

Из этого уравнения выразим и посчитаем  $N_3$  :

$$N_3 = \frac{3P(a+b) - M}{\sin 60^\circ b} = \frac{3P(2l+2l) - Pl}{\sin 60^\circ \cdot 2l} = \frac{3 \cdot 36 \cdot (2 \cdot 0,8 + 2 \cdot 0,8) - 36 \cdot 0,8}{\sin 60^\circ \cdot 2 \cdot 0,8} = 228,6 \text{ кН}$$

Найдем остальные усилия в стержнях.

Составим уравнения равновесия:

$$\left\{ \begin{aligned} \sum F_{ix} = 0: -N_1 + N_3 \cos 60^\circ = 0; \end{aligned} \right. (1.1)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sum F_{iy} = 0: N_2 + N_3 \sin 60^\circ - 3P = 0, \end{aligned} \right. (1.2)$$

Из формулы 1.1 выразим и найдем  $N_1$ :

$$-N_1 + N_3 \cos 60^\circ = 0;$$

$$N_1 = N_3 \cos 60^\circ = 228,6 \cos 60^\circ = 114,3 \text{ кН.}$$

Из формулы 1.2 выразим и найдем  $N_2$ :

$$N_2 + N_3 \sin 60^\circ - 3P = 0;$$

$$N_2 = 3P - N_3 \sin 60^\circ = 3 \cdot 36 - 228,6 \cdot \sin 60^\circ = -90 \text{ кН}$$

Обратим внимание, что усилие стержня №2 сжимающее, о чем говорит его отрицательное значение.

### 1.1.2 Определение диаметра стержней

Условие прочности при растяжении для стержней:

$$\sigma_i = \frac{N_i}{F_i} \leq [\sigma] \quad (1.3)$$

где  $F_i$  – площадь поперечного сечения соответствующего стержня,  $\text{м}^2$ ;

Выразим  $F_i$  из формулы 1.3:

$$F_i \geq \frac{N_i}{[\sigma]}.$$

Диаметр круглого стержня находится по формуле:

$$d_i = \sqrt{\frac{4F_i}{\pi}},$$

где  $d_i$  – диаметр поперечного сечения соответствующего стержня, м;

Для стержня №1:

$$F_1 \geq \frac{N_1}{[\sigma]} = \frac{114,3 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0,714 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2,$$

$$d_1 = \sqrt{\frac{4F_1}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,714 \cdot 10^{-3}}{3,14}} = 3,02 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 30,2 \text{ мм}$$

Для стержня №2:

$$F_2 \geq \frac{N_2}{[\sigma]} = \frac{90 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0,563 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2,$$

$$d_2 = \sqrt{\frac{4F_2}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,563 \cdot 10^{-3}}{3,14}} = 2,68 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 26,8 \text{ мм}$$

Для стержня №3:

$$F_3 \geq \frac{N_3}{[\sigma]} = \frac{228,6 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 1,43 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2,$$

$$d_3 = \sqrt{\frac{4F_3}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,43 \cdot 10^{-3}}{3,14}} = 4,27 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 42,7 \text{ мм}$$

I, II, III варианты схем

Рисунок 1.1 – Расчетные схемы

## 1.2 Расчет ступенчатого бруса на прочность при растяжении и сжатии

Для заданного стального ступенчатого бруса на рисунке 1.3 требуется:

- построить эпюры продольных сил;
- используя эпюру продольных сил, построить эпюры нормальных напряжений и перемещений;

– проверить выполнение условия прочности, если  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ ;  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

Принять:

$$a = b = 2l; c = 3l; l = 0,8 \text{ мм}; P = 36 \text{ кН}; d = 24 \text{ мм}$$

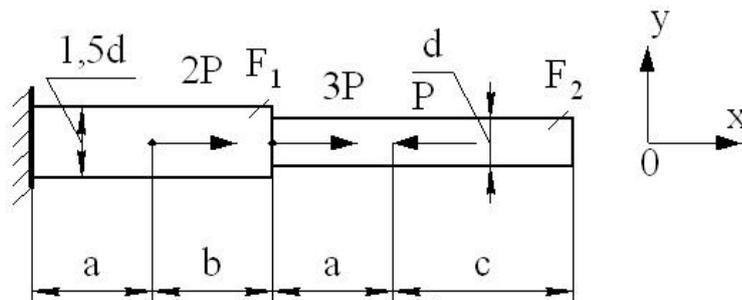


Рисунок 1.3 – Схема ступенчатого бруса

Площадь круглого сечения:

$$F_1 = \pi \frac{(1,5d)^2}{4} = 3,14 \frac{(1,5 \cdot 0,024)^2}{4} = 1,02 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2;$$

$$F_2 = \pi \frac{d^2}{4} = 3,14 \frac{0,024^2}{4} = 0,452 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2;$$

### 1.2.1 Определение продольных усилий

Отбросим опору, заменив ее реакцией, как показано на рисунке 1.4

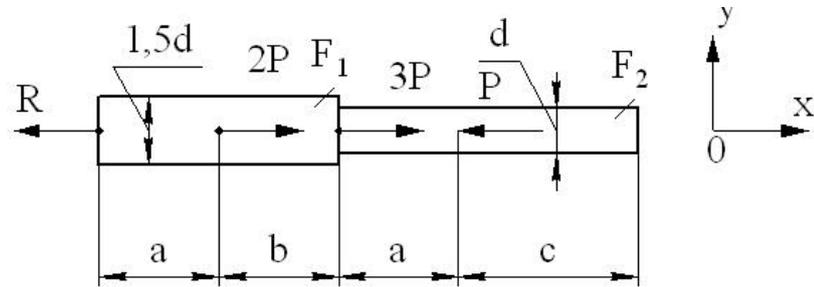


Рисунок 1.4 – Схема ступенчатого бруса без опоры

Составим уравнение равновесия, найдем реакцию опоры.

$$\sum F_{ix} = 0: -R + 2P + 3P - P = 0,$$

Из этого уравнения найдем Величину реакции:

$$R = 2P + 3P - P = 4P.$$

Разобьем брус на четыре участка  $z_1; z_2; z_3; z_4$ . Определим для каждого из участков величину нагрузки. Схема, разбитая на участки, показана на рисунке 1.5.

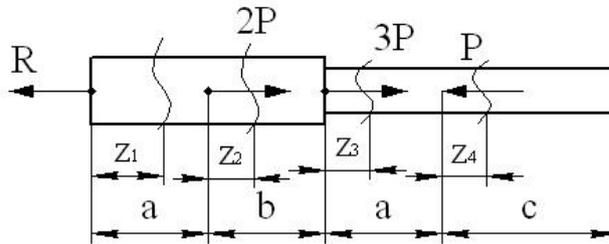


Рисунок 1.5 – схема, разбитая на участки  $z_1; z_2; z_3; z_4$

Для участка  $z_1; 0 < z_1 < a$ :

$$P_{(z_1)} = R;$$

где  $P_{(z_1)}$  – усилие в заданном сечении, кН.

$$P_{(z_1=0)} = R = 4P = 144 \text{ кН};$$

$$P_{(z_1=a)} = R = 4P = 144 \text{ кН}.$$

Для участка  $z_2; 0 < z_2 < b$ :

$$P_{(z_2)} = R - 2P;$$

$$P_{(z_2=0)} = R - 2P = 4P - 2P = 2P = 72 \text{ кН};$$

$$P_{(z_2=b)} = R - 2P = 4P - 2P = 2P = 72 \text{ кН}.$$

Для участка  $z_3; 0 < z_3 < a$ :

$$P_{(z_3)} = R - 2P - 3P;$$

$$P_{(z_3=0)} = R - 2P - 3P = 4P - 2P - 3P = -P = -36 \text{ кН};$$

$$P_{(z_3=a)} = R - 2P - 3P = 4P - 2P - 3P = -P = -36 \text{ кН}.$$

Для участка  $z_4; 0 < z_4 < c$ :

$$P_{(z_4)} = R - 2P - 3P + P;$$

$$P_{(z_4=0)} = R - 2P - 3P + P = 4P - 2P - 3P + P = 0 \text{ кН};$$

$$P_{(z_4=c)} = R - 2P - 3P + P = 4P - 2P - 3P + P = 0 \text{ кН}.$$

Эпюра продольных усилий показана на рисунке 1.6 б).

Вывод:

Положительные усилия – растягивающие, отрицательные – сжимающие.

### 1.2.2 Определение напряжений

По найденным усилиям в пункте 1.2.1, найдем напряжения соответствующие участкам  $z_1; z_2; z_3; z_4$

Для участка  $z_1$ :

$$\sigma_{(z_1)} = \frac{P_{(z_1)}}{F_1} = \frac{144 \cdot 10^3}{1,02 \cdot 10^{-3}} = 141,2 \text{ МПа};$$

где  $\sigma_{(z_i)}$  – напряжение в заданном сечении, МПа.

Для участка  $z_2$

$$\sigma_{(z_2)} = \frac{P_{(z_2)}}{F_1} = \frac{72 \cdot 10^3}{1,02 \cdot 10^{-3}} = 70,6 \text{ МПа};$$

Для участка  $z_3$ :

$$\sigma_{(z_3)} = \frac{P_{(z_3)}}{F_2} = \frac{-36 \cdot 10^3}{0,452 \cdot 10^{-3}} = -79,6 \text{ МПа};$$

Для участка  $z_4$ :

$$\sigma_{(z_4)} = \frac{P_{(z_4)}}{F_2} = \frac{0 \cdot 10^3}{0,452 \cdot 10^{-3}} = 0 \text{ МПа};$$

Эпюра нормальных напряжений показана на рисунке 1.6 в).

Вывод:

Положительные напряжения – растягивающие, отрицательные – сжимающие.

### 1.2.3 Определение перемещений

Используя рисунок 1.5, найдем перемещения.

Для участка  $z_1; 0 < z_1 < a$ :

$$\Delta l_{(z_1)} = \frac{P_{(z_1)} z_1}{EF_1};$$

где  $\Delta l_{(z_1)}$  – абсолютная продольная деформация соответствующего участка, м.

$$\Delta l_{(z_1=0)} = 0;$$

$$\Delta l_{(z_1=a)} = \frac{P_{(z_1)} a}{EF_1} = \frac{P_{(z_1)} \cdot 2l}{EF_1} = \frac{144 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 0,8}{200 \cdot 10^9 \cdot 1,02 \cdot 10^{-3}} = 1,13 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 1,13 \text{ мм},$$

Для участка  $z_2; 0 < z_2 < b$ :

$$\Delta l_{(z_2)} = \Delta l_{(z_1=a)} + \frac{P_{(z_2)} z_2}{EF_1};$$

$$\Delta l_{(z_2=0)} = \Delta l_{(z_1=a)} = 1,13 \text{ мм};$$

$$\Delta l_{(z_2=b)} = \Delta l_{(z_1=a)} + \frac{P_{(z_2)} b}{EF_1} = \Delta l_{(z_1=a)} + \frac{P_{(z_2)} \cdot 2l}{EF_1} = 1,13 \cdot 10^{-3} + \frac{72 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 0,8}{200 \cdot 10^9 \cdot 1,02 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 1,7 \text{ мм};$$

Для участка  $z_3; 0 < z_3 < l_3$ :

$$\Delta l_{(z_3)} = \Delta l_{(z_2=b)} + \frac{P_{(z_3)} z_3}{EF_2};$$

$$\Delta l_{(z_3=0)} = \Delta l_{(z_2=b)} = 1,7 \text{ мм};$$

$$\Delta l_{(z_3=a)} = \Delta l_{(z_2=b)} + \frac{P_{(z_3)} a}{EF_2} = \Delta l_{(z_2=b)} + \frac{P_{(z_3)} 2l}{EF_2} = 1,7 \cdot 10^{-3} - \frac{36 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 0,8}{200 \cdot 10^9 \cdot 0,452 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= 1,06 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 1,06 \text{ мм};$$

Для участка  $z_4; 0 < z_4 < c$ :

$$\Delta l_{(z_4)} = \Delta l_{(z_3=a)} + \frac{P_{(z_4)} z_4}{EF_2};$$

$$\Delta l_{(z_4=0)} = \Delta l_{(z_3=a)} = 1,06 \text{ мм};$$

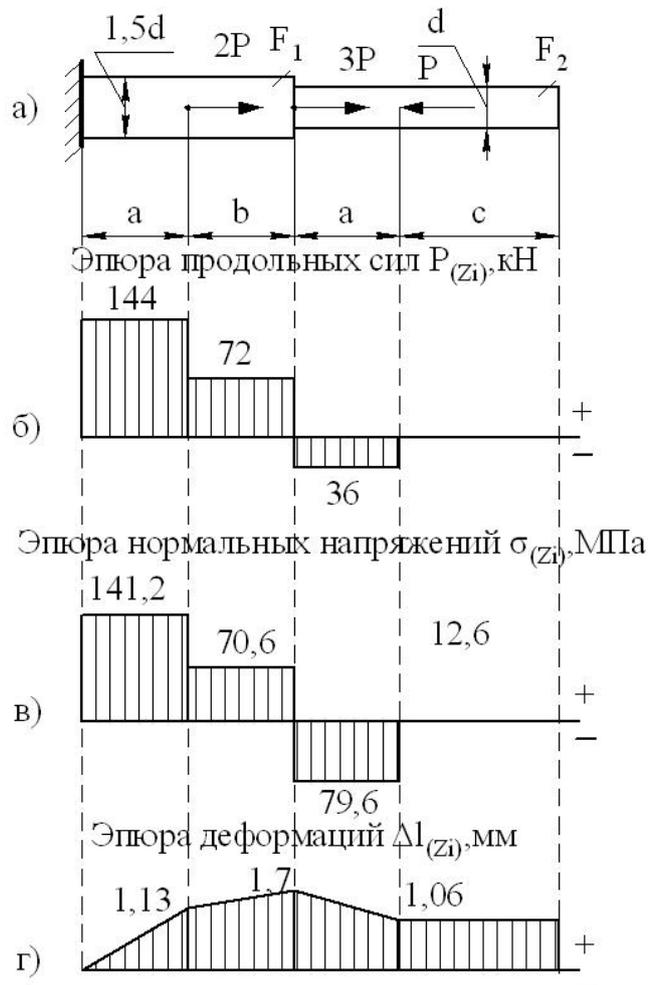
$$\Delta l_{(z_4=c)} = \Delta l_{(z_3=a)} + \frac{P_{(z_4)} c}{EF_2} = \Delta l_{(z_3=a)} + \frac{P_{(z_4)} 3l}{EF_2} = 1,06 \cdot 10^{-3} - \frac{0 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 0,8}{200 \cdot 10^9 \cdot 0,452 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= 1,06 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 1,06 \text{ мм};$$

Эпюра продольных деформаций показана на рисунке 1.6 г).

### 1.2.4 Построение эпюр

По данным вычисленным в пунктах 1.2.1; 1.2.2; 1.2.3 построим соответствующие эпюры на рисунке 1.6.



а) расчетная схема; б) эпюра продольных сил; в) эпюра нормальных напряжений; г) эпюра продольных деформаций.  
Рисунок 1.6 – эпюры

### 1.2.5 Проверка условия прочности и жесткости

Условие прочности при растяжении данной схемы:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma],$$

где  $\sigma_{\max}$  – максимальные напряжения, МПа.

Из эпюры нормальных напряжений на рисунке 1.6 в) видно, что максимальные напряжения на участке  $z_1$ .

$$\sigma_{(z_1)} = 141,2 \text{ МПа} \leq [\sigma] = 160 \text{ МПа}$$

Вывод:

Условие прочности выполнилось.

## РГР 2. Расчет балки на прочность

Требуется:

- определить реакции опор;
- построить эпюры изгибающих моментов и поперечных сил;
- подобрать двутавр при  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ ;
- начертить двутавровый профиль и построить эпюру в опасном сечении.

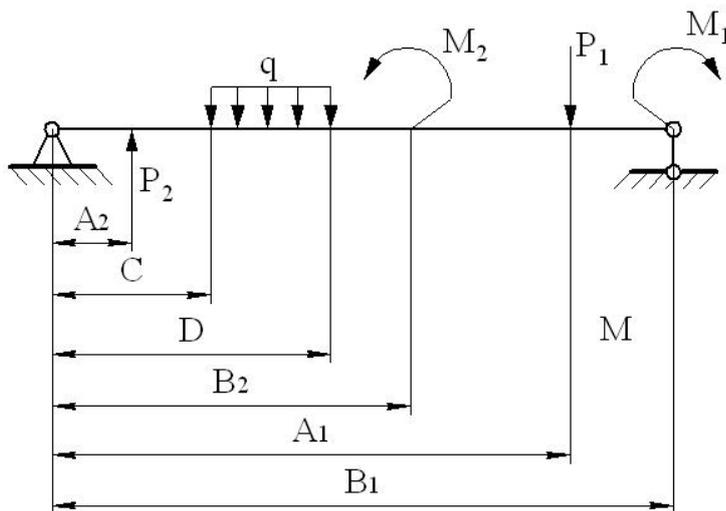


Рисунок 2.1 – Расчетная схема.

Принять:

$$A_1 = 2,6 \text{ м}; A_2 = 0,4 \text{ м}; B_1 = 3,1 \text{ м}; B_2 = 1,8 \text{ м}; C = 0,8 \text{ м}; D = 1,4 \text{ м};$$
$$P_1 = 9 \text{ кН}; P_2 = 8,5 \text{ кН}; M_1 = 18 \text{ кН}; M_2 = 8 \text{ кН}; q = 22 \text{ кН/м}$$

### 2.1 Определение реакций опор

Отбросим опоры, заменив их соответствующими реакциями. Зададимся плоскостью с осями  $0x$  и  $0y$ . На рисунке 2.2 приведена схема без опор.

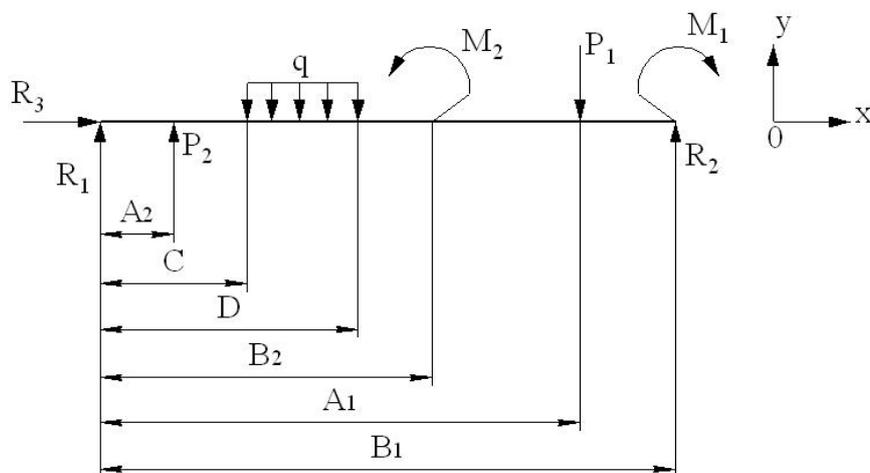


Рисунок 2.2 – Расчетная схема без опор

Запишем уравнение равновесия для данной плоской системы сил:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_{ix} = 0 : R_3 = 0; (2.1) \\ \sum F_{iy} = 0 : R_1 + P_2 - q(D - C) - P_1 + R_2 = 0; (2.2) \\ \sum M_{iz} = 0 : M_{R1} = P_2 A_2 - q(D - C) \left( \frac{D - C}{2} + C \right) + M_2 - P_1 A_1 - M_1 + R_2 B_1 = 0. (2.3) \end{array} \right.$$

где  $\sum F_{ix}, \sum F_{iy}$  – сумма всех сил на оси  $0x$  и  $0y$  соответственно, кН;

$\sum M_{iz}$  – сумма моментов относительно оси  $0z$  (ось  $0z$  перпендикулярна осям  $0x$  и  $0y$ ), кНм;

$M_{R1}$  – момент относительно точки приложения силы  $R_1$ , кНм;

$R_1, R_2, R_3$  – реакции опоры, кН;

Из уравнения (2.1) видно, что реакция  $R_3 = 0$ .

Из уравнения (2.3) выразим и посчитаем реакцию  $R_2$ :

$$R_2 = \frac{-P_2 A_2 + q(D - C) \left( \frac{D - C}{2} + C \right) - M_2 + P_1 A_1 + M_1}{B_1} = 0;$$

$$R_2 = \frac{-8,5 \cdot 0,4 + 22(1,4 - 0,8) \left( \frac{1,4 - 0,8}{2} + 0,8 \right) - 8 + 9 \cdot 2,6 + 18}{3,1} = 14,36 \text{ кН};$$

Из уравнения (2.2) выразим и посчитаем момент опоры  $R_1$ :

$$R_1 + P_2 - q(D - C) - P_1 + R_2 = 0;$$

$$R_1 = -P_2 + q(D - C) + P_1 - R_2 = -8,5 + 22(1,4 - 0,8) + 9 - 14,36 = -0,66 \text{ кН}.$$

Реакции опоры имеющие отрицательные величины, направлены в противоположную сторону.

## 2.2 Построение эпюр Q и M.

Разобьем балку на шесть участков  $z_1; z_2; z_3; z_4; z_5; z_6$ . Определим для каждого из участков величину нагрузки. Схема, разбитая на участки, показана на рисунке 2.3.

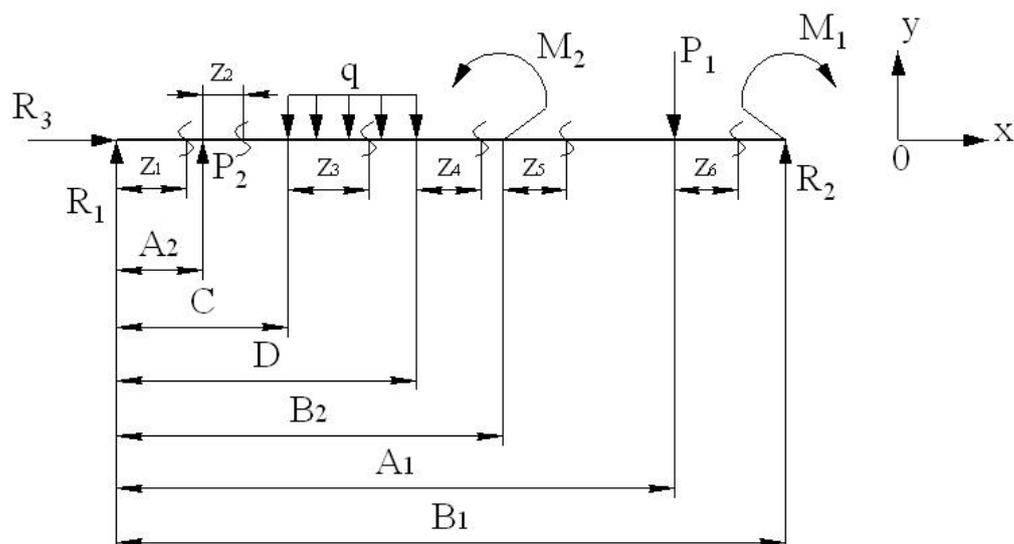


Рисунок 2.3 – схема, разбитая на участки  $z_1; z_2; z_3; z_4; z_5; z_6$ ;

### 2.2.1 Расчет поперечных сил Q

Найдем поперечные силы.

Для участка  $z_1; 0 < z_1 < A_2$ :

$$Q_{(z_1)} = R_1 = -0,66 \text{ кН};$$

где  $P_{(z_1)}$  – усилие в заданном сечении, кН.

Для участка  $z_2; 0 < z_2 < C - A_2$ :

$$Q_{(z_2)} = R_1 + P_2 = -0,66 + 8,5 = 7,84 \text{ кН};$$

Для участка  $z_3; 0 < z_3 < D - C$ :

$$Q_{(z_3)} = R_1 + P_2 - qz_3;$$

$$Q_{(z_3=0)} = R_1 + P_2 - qz_3 = 7,84 \text{ кН};$$

$$Q_{(z_3=D-C)} = R_1 + P_2 - q(D - C) = -0,66 + 8,5 - 22 \cdot (1,4 - 0,8) = -5,36 \text{ кН}.$$

Для участка  $z_4; 0 < z_4 < B_2 - D$ :

$$Q_{(z_4)} = R_1 + P_2 - q(D - C) = -0,66 + 8,5 - 22 \cdot (1,4 - 0,8) = -5,36 \text{ кН}.$$

Для участка  $z_5; 0 < z_5 < A_1 - B_2$ :

$$Q_{(z_5)} = R_1 + P_2 - q(D - C) = -0,66 + 8,5 - 22 \cdot (1,4 - 0,8) = -5,36 \text{ кН}.$$

Для участка  $z_6; 0 < z_6 < B_1 - A_1$ :

$$Q_{(z_6)} = R_1 + P_2 - q(D - C) - P_1 = -0,66 + 8,5 - 22(1,4 - 0,8) - 9 = -14,36 \text{ кН};$$

Эпюра продольных усилий показана на рисунке 2.4 б).

### 2.2.2 Расчет изгибающих моментов M

Найдем изгибающие моменты, используя рисунок 2.3.

Для участка  $z_1; 0 < z_1 < A_2$ :

$$M_{(z_1)} = R_1 z_1 \text{ кН};$$

$$M_{(z_1=0)} = 0 \text{ кН};$$

$$M_{(z_1=A_2)} = R_1 A_2 = -0,66 \cdot 0,4 = -0,264 \text{ кНм.}$$

где  $M_{(z_i)}$  – момент изгибающий, в заданном сечении, кНм.

Для участка  $z_2; 0 < z_2 < C - A_2$ :

$$M_{(z_2)} = R_1 (A_2 + z_2) + P_2 z_2, \text{ кНм};$$

$$M_{(z_2=0)} = R_1 (A_2 + z_2) + P_2 z_2 = -0,264 \text{ кНм};$$

$$M_{(z_2=C-A_2)} = R_1 (A_2 + C - A_2) + P_2 (C - A_2) = -0,66 \cdot (0,8) + 8,5(0,8 - 0,4) = 2,87 \text{ кНм.}$$

Для участка  $z_3; 0 < z_3 < D - C$ :

$$M_{(z_3)} = R_1 (C + z_3) + P_2 (C - A_2 + z_3) - qz_3^2/2;$$

$$P_{(z_3=0)} = R_1 (C + z_3) + P_2 (C - A_2 + z_3) - qz_3^2/2 = 2,87 \text{ кН};$$

$$P_{(z_3=D-C)} = R_1 (C + D - C) + P_2 (C - A_2 + D - C) - q \frac{(D - C)^2}{2} =$$

$$= -0,66 \cdot (1,4) + 8,5 \cdot (-0,4 + 1,4) - 22 \frac{(1,4 - 0,8)^2}{2} = 3,62 \text{ кНм}$$

Для участка  $z_4; 0 < z_4 < B_2 - D$ :

$$M_{(z_4)} = R_1 (D + z_4) + P_2 (D - A_2 + z_4) - q(D - C) \left( \frac{D - C}{2} + z_4 \right) \text{ кН.}$$

$$M_{(z_4=0)} = R_1 (D + z_4) + P_2 (D - A_2 + z_4) - q(D - C) \left( \frac{D - C}{2} + z_4 \right) = 3,62 \text{ кНм}$$

$$M_{(z_4=B_2-D)} = R_1 (D + B_2 - D) + P_2 (D - A_2 + B_2 - D) - q(D - C) \left( \frac{D - C}{2} + B_2 - D \right) =$$

$$= -0,66 \cdot (1,8) + 8,5(-0,4 + 1,8) - 22 \cdot (1,4 - 0,8) \left( \frac{1,4 - 0,8}{2} + 1,8 - 1,4 \right) = 1,47 \text{ кНм}$$

Для участка  $z_5; 0 < z_5 < A_1 - B_2$ :

$$M_{(z_5)} = R_1 (B_2 + z_5) + P_2 (B_2 - A_2 + z_5) - q(D - C) \left( \frac{D - C}{2} + B_2 - D + z_5 \right) - M_2, \text{ кН.}$$

$$M_{(z_5=0)} = R_1 (B_2 + z_5) + P_2 (B_2 - A_2 + z_5) - q(D - C) \left( \frac{D - C}{2} + B_2 - D + z_5 \right) - M_2 = -6,53 \text{ кНм}$$

$$M_{(z_5=A_1-B_2)} = R_1(B_2 + A_1 - B_2) + P_2(B_2 - A_2 + A_1 - B_2) - q(D - C) \left( \frac{D - C}{2} + B_2 - D + A_1 - B_2 \right) - M_2 =$$

$$= -0,66 \cdot (2,6) + 8,5(-0,4 + 2,6) - 22 \cdot (1,4 - 0,8) \left( \frac{1,4 - 0,8}{2} - 1,4 + 2,6 \right) - 8 = -10,82 \text{ кНм}$$

Для участка  $z_6; 0 < z_6 < B_1 - A_1$ :

$$M_{(z_6)} = R_1(A_1 + z_6) + P_2(A_1 - A_2 + z_6) - q(D - C) \left( \frac{D - C}{2} + A_1 - D + z_6 \right) - M_2 - P_1 z_6, \text{кН.}$$

$$M_{(z_6=0)} = R_1(A_1 + z_6) + P_2(A_1 - A_2 + z_6) - q(D - C) \left( \frac{D - C}{2} + A_1 - D + z_6 \right) - M_2 - P_1 z_6 = -10,82 \text{ кНм}$$

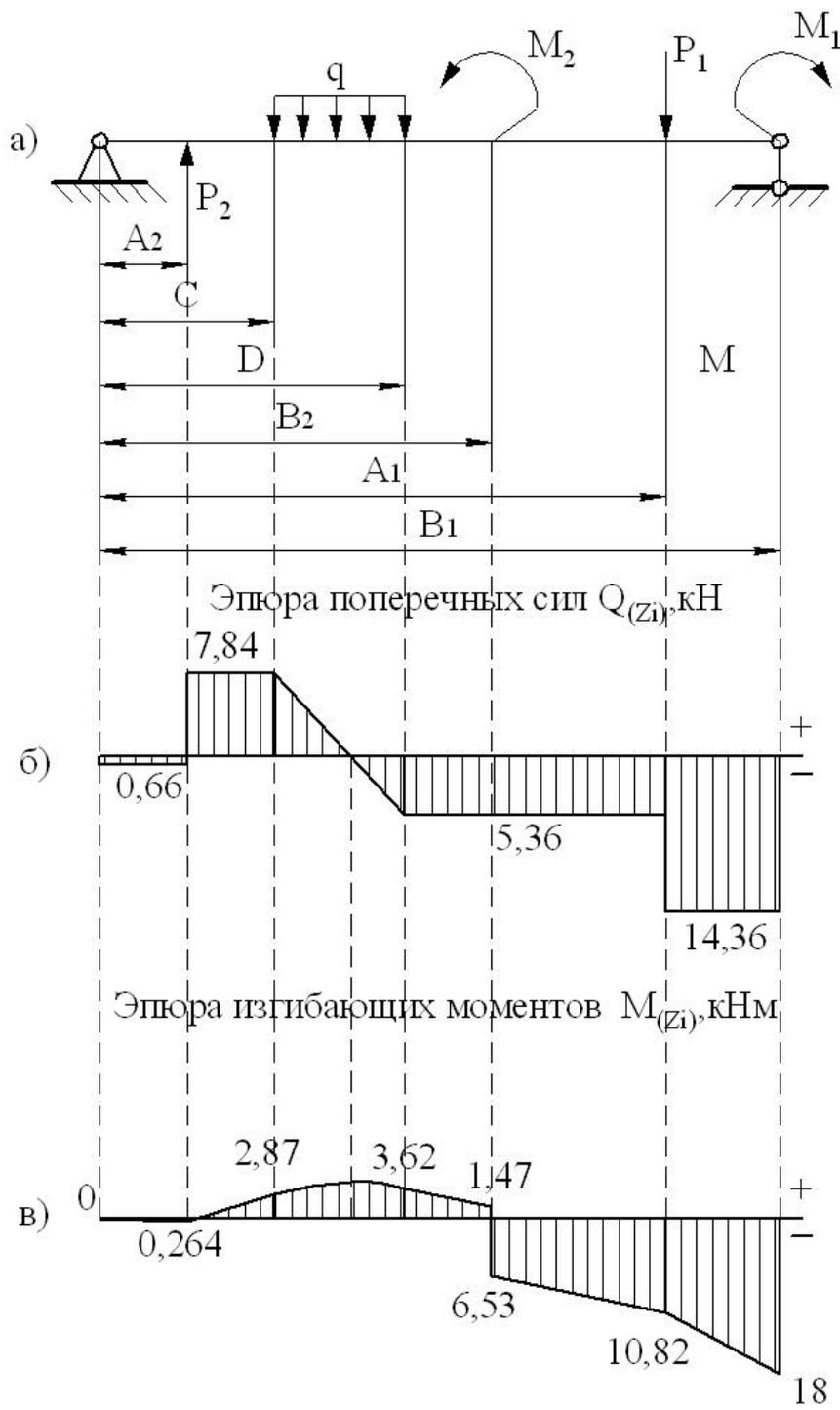
$$M_{(z_6=B_1-A_1)} = R_1(A_1 + B_1 - A_1) + P_2(A_1 - A_2 + B_1 - A_1) - q(D - C) \left( \frac{D - C}{2} + A_1 - D + B_1 - A_1 \right) -$$

$$- M_2 - P_1(B_1 - A_1) =$$

$$= -0,66 \cdot (3,1) + 8,5(-0,4 + 3,1) - 22 \cdot (1,4 - 0,8) \left( \frac{1,4 - 0,8}{2} - 1,4 + 3,1 \right) - 8 - 9(3,1 - 2,6) = -18 \text{ кНм}$$

Эпюра изгибающих моментов показана на рисунке 2.4 в).

На основе данных найденных в пунктах 2.2.1 и 2.2.2 построим эпюры.



а) расчетная схема; б) эпюра поперечных сил;  
 в) эпюра изгибающих моментов  
 Рисунок 2.4 – эпюры

### 2.3 Подбор двутаврового сечения

Как видно из эпюр изгибающих моментов на рисунке 2.4 в), опасное сечение на опоре, в месте приложения изгибающего момента  $M_1$ . То есть, опасное сечение там – где максимальный изгибающий момент.

Запишем условие прочности при изгибе:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma],$$

где  $W_x$  – момент сопротивления сечения,  $\text{м}^3$ .

Отсюда выразим и найдем величину  $W_x$ .

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{18 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 1,125 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 112,5 \text{ см}^3$$

Предварительно подберем двутавр № 16, с  $W'_x = 109 \text{ см}^3$ .

Проверка погрешности:

$$\Delta = \frac{|W_x - W'_x|}{W_x} 100\% = \frac{|112,5 - 109|}{112,5} 100\% = 3,1\% \leq 5\%, \text{ что допускается}$$

Окончательно принимает двутавр № 16, с  $W'_x = 109 \text{ см}^3$ .

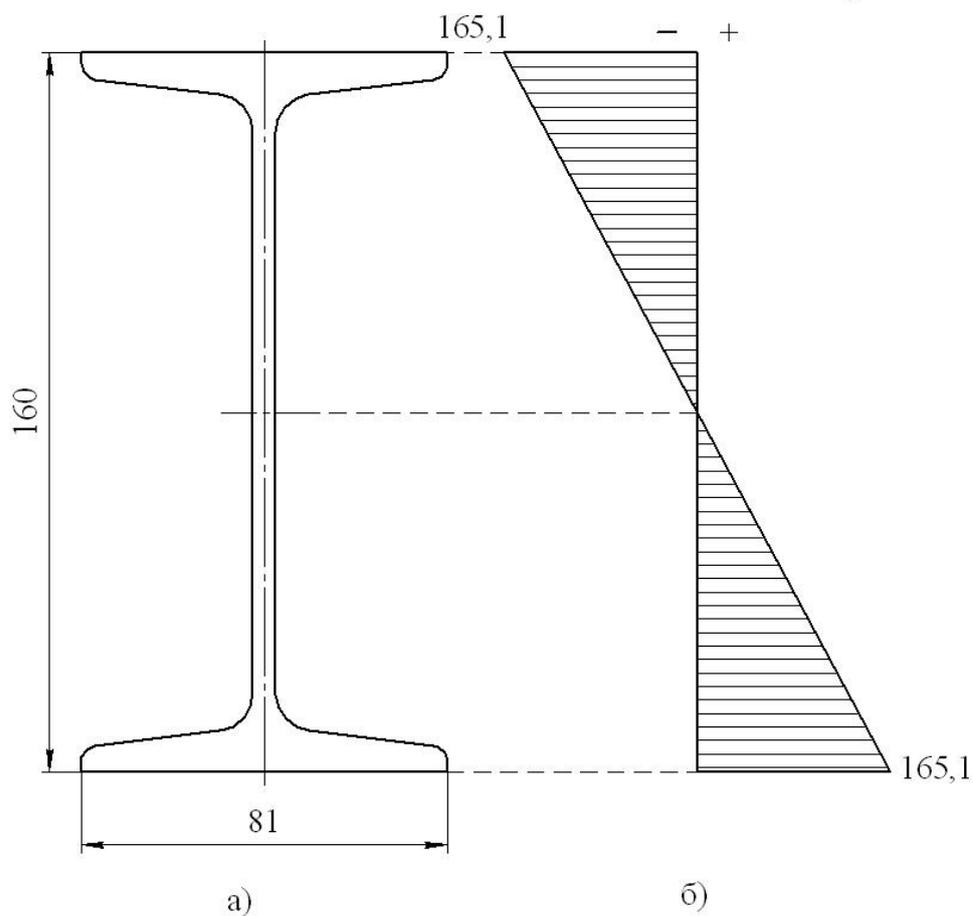
#### 2.4 Построение эпюры нормальных напряжений в опасном сечении

Найдем величину нормального напряжения в опасном сечении.

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{18 \cdot 10^3}{109 \cdot 10^{-6}} = 165,1 \text{ МПа}$$

На рисунке 2.5 б) показана эпюра нормальных напряжений.

Эпюра нормальных напряжений  $\sigma_{(i)}$ , МПа



а) двутавровое сечение б) эпюра нормальных напряжения в сечении;  
Рисунок 2.5 – эпюры напряжений в сечении.

### РГР 3. Сложное нагружение бруса

Требуется:

- построить эпюру продольных сил;
- построить эпюру изгибающих моментов;
- определить опасное сечение бруса, вычислить  $\sigma_{\max}$ ;
- проверить прочность бруса, если  $[\sigma] = 160$  МПа;

Принять:

$l = 0,45$  м;  $b = 0,105$  м;  $h = 0,25$  м;  $P_x = 25$  кН;  $P_z = 42$  кН.

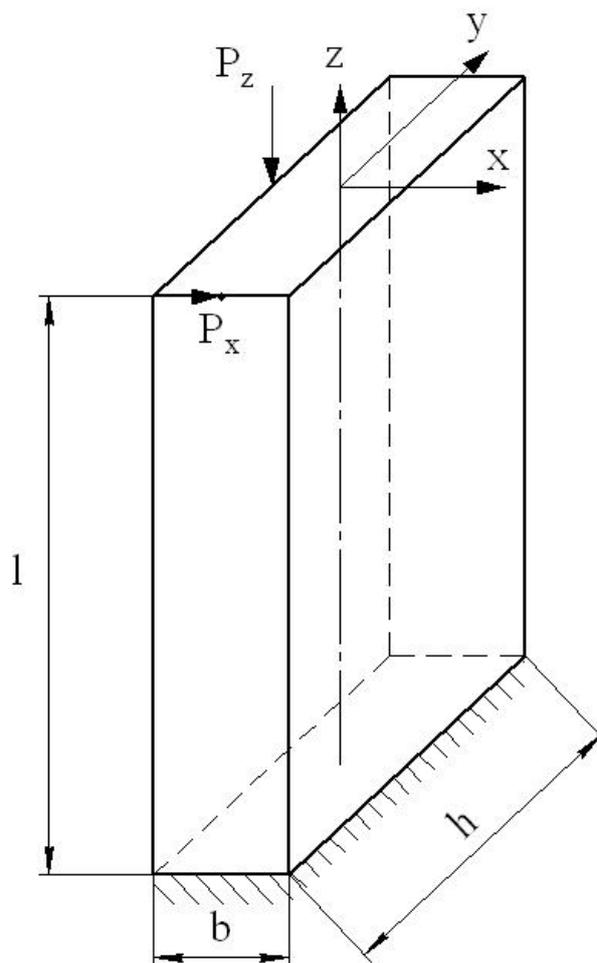


Рисунок 3.1 – расчетная схема

#### 3.1 Построение эпюры продольных сил

Для удобства расчета, перенесем все силы в центр сечения бруса, с добавлением дополнительных сил, которые получаются в результате действия данных сил. Это показано на рисунке 3.2

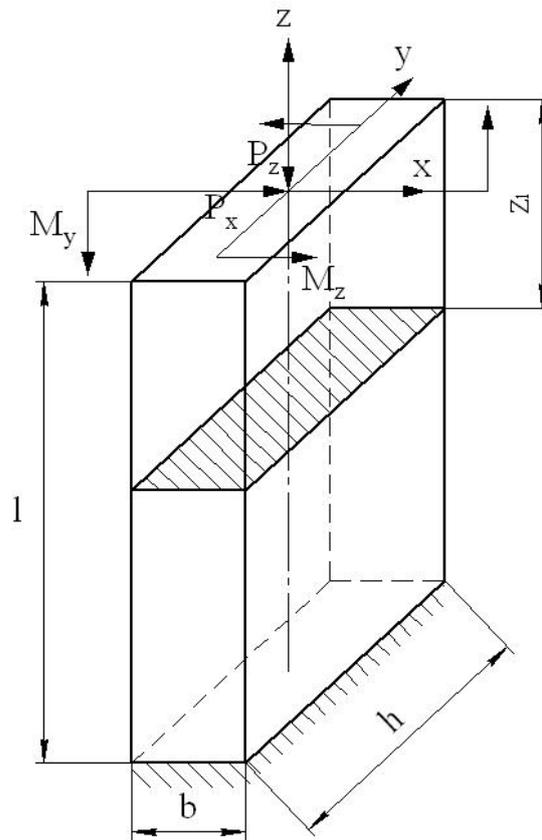


Рисунок 3.2 – приведенная расчетная схема.

В результате появилось два дополнительных момента:

$M_y = P_z \frac{b}{2}$  изгибающий момент,  $M_z = P_x \frac{h}{2}$  крутящий момент.

Разобьем схему на один участок как показано на рисунке 3.2

Для участка  $z_1; 0 < z_1 < l$ :

Величина продольных сил:

$$P_{(z_1)} = P_z = 42 \text{ кН}$$

Эпюра продольных сил показана на рисунке 3.3 б)

### 3.2 Построение эпюры изгибающих моментов

Используя рисунок 3.2, запишем уравнение для нахождения изгибающего момента.

Для участка  $z_1; 0 < z_1 < l$ :

Величина продольных сил:

$$M_{(z_1)} = P_x z_1 - M_y = 42 \text{ кНм};$$

$$M_{(z_1=0)} = -M_y = -P_z \frac{b}{2} = -42 \frac{0,105}{2} = -2,21 \text{ кНм};$$

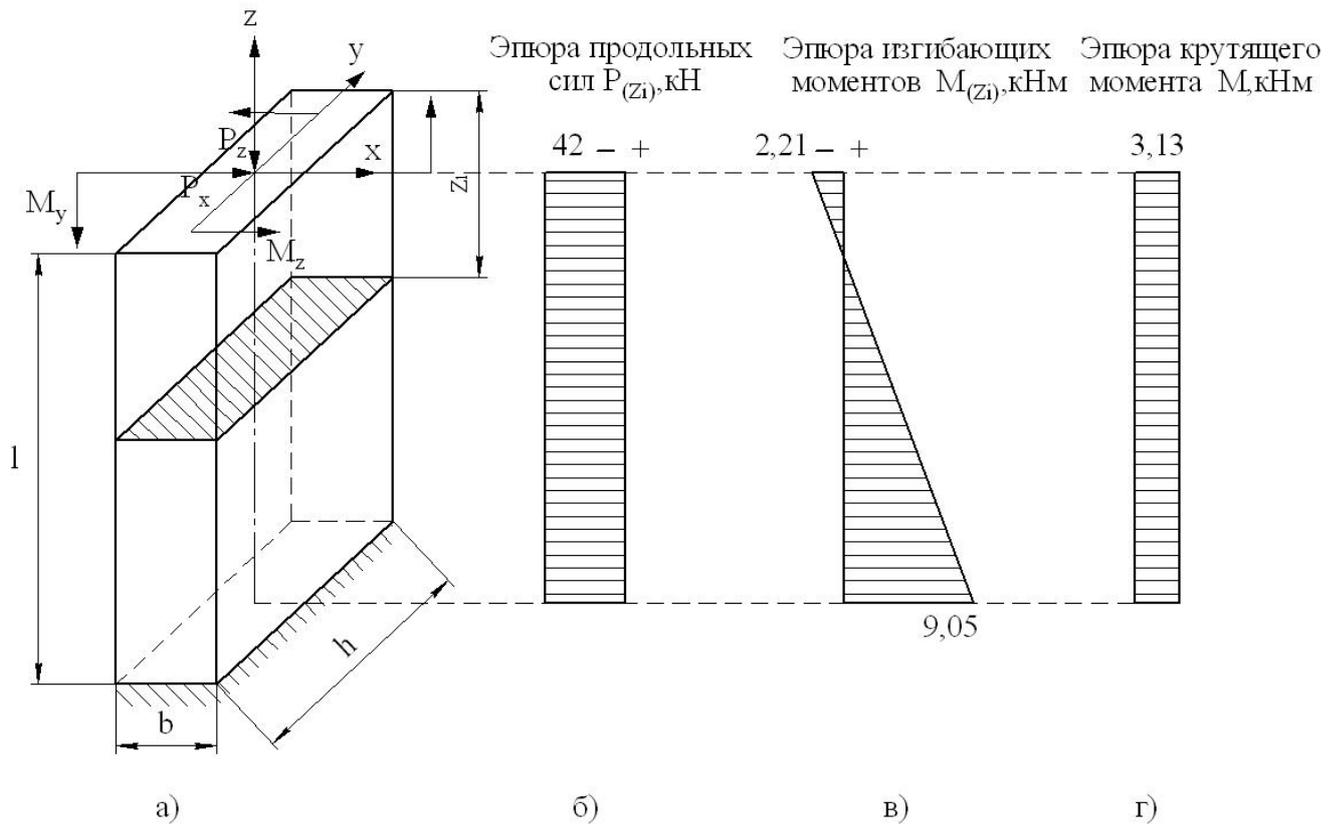
$$M_{(z_1=l)} = P_x l - M_y = 25 \cdot 0,45 - 42 \frac{0,105}{2} = 9,05 \text{ кНм.}$$

Эпюра изгибающих моментов показана на рисунке 3.3 в)

Дополнительно еще построим эпюру крутящего момента, величина которого будет постоянна по длине бруса и равна:

$$M_z = P_x \frac{h}{2} = 25 \cdot \frac{0,25}{2} = 3,13 \text{ кНм}$$

Эпюра крутящего момента показана на рисунке 3.3 г)



а) приведенная схема; б) эпюра продольных сил;  
в) эпюра изгибающих моментов; г) эпюра крутящего момента.

Рисунок 3.3 – эпюры.

### 3.3 Определение опасного сечения бруса

Как видно из рисунка 3.3, опасное сечение возле жесткой заделки. Найдем величину максимального напряжения по четвертой теории прочности.

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\text{ЭКВ}}^{\text{IV}}}{W_y} = \frac{\sqrt{M_{x(\max)}^2 + M_{y(\max)}^2 + 0,75M_k^2}}{W_y}, \text{ МПа}$$

где  $W_y$  – момент сопротивления прямоугольного сечения,  $\text{м}^3$

$M_{\text{ЭКВ}}^{\text{IV}}$  – эквивалентный момент по четвертой теории прочности, кНм

$$W_x = \frac{b^2 h}{6} = \frac{0,105^2 \cdot 0,25}{6} = 4,59 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$$

$$\sigma_{\max} = \frac{\sqrt{M_{x(\max)}^2 + M_{y(\max)}^2 + 0,75M_k^2}}{W_y} = \frac{\sqrt{0 + 9,05^2 + 0,75 \cdot 3,13^2 \cdot 10^3}}{4,59 \cdot 10^{-4}} = 20,58 \text{ МПа}$$

Теперь найдем напряжение продольных сил:

$$\sigma'_{\max} = \frac{P_{\max}}{F}, \text{ МПа};$$

где F – площадь поперечного сечения бруса, м<sup>2</sup>

$$\sigma'_{\max} = \frac{42 \cdot 10^3}{0,105 \cdot 0,25} = 1,6 \text{ МПа};$$

Найдем общее напряжение:

$$\sigma_{\text{общее}} = \sigma'_{\max} + \sigma_{\max} = 1,6 + 20,58 = 22,18 \text{ МПа};$$

### 3.4 Проверка прочности бруса

$$\sigma_{\text{общее}} = 22,18 \leq [\sigma] = 160 \text{ МПа.}$$

Условие выполнилось.