

$$l = 6,2 \text{ m}$$

$$P_1 = 12 \text{ kN}$$

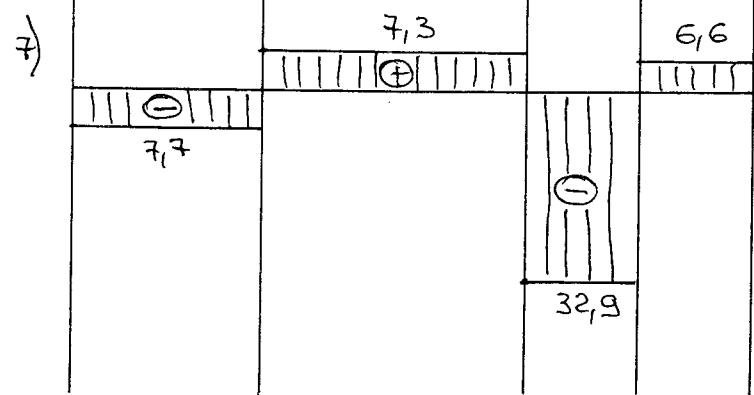
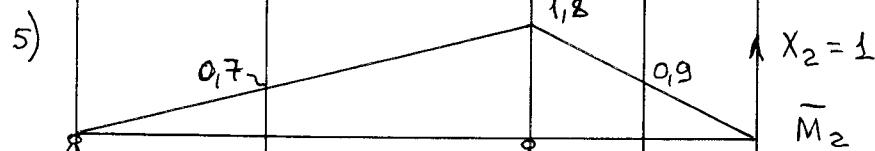
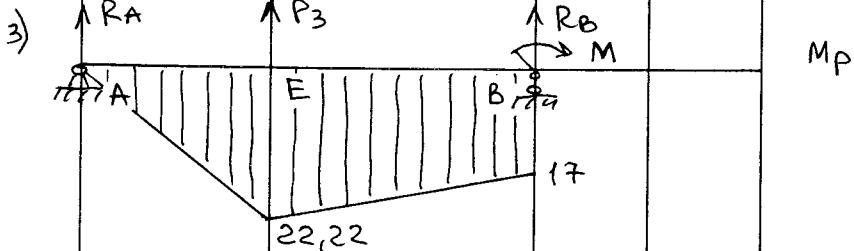
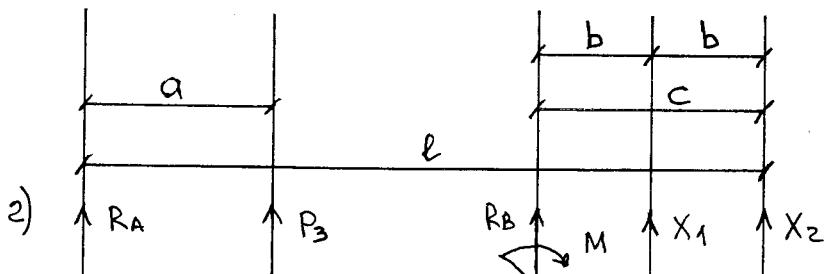
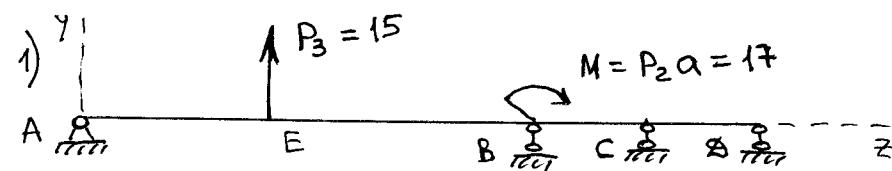
$$a = 1,7 \text{ m}$$

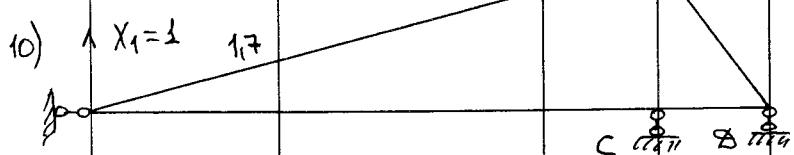
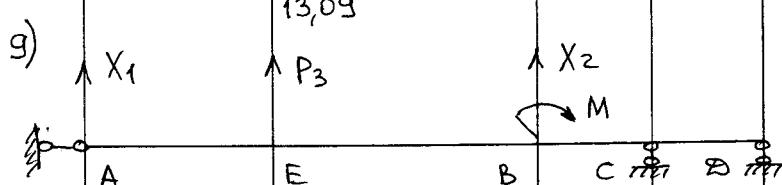
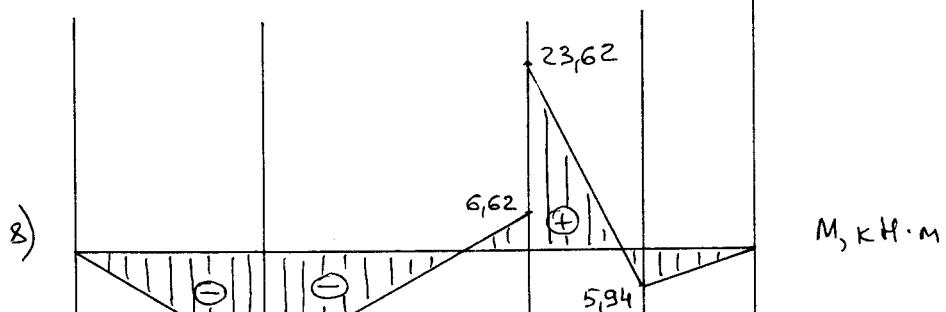
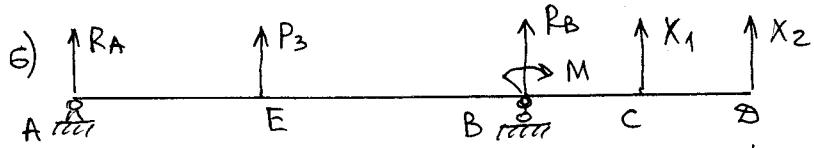
$$P_2 = 10 \text{ kN}$$

$$b = 0,9 \text{ m}$$

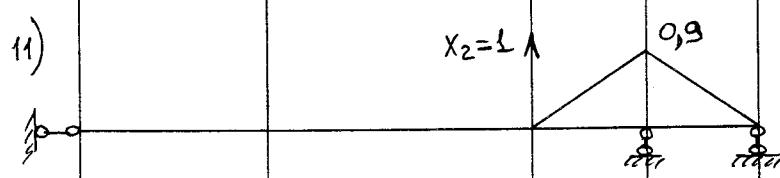
$$P_3 = 15 \text{ kN}$$

$$c = 1,8 \text{ m}$$





M'_1



M'_2

$$1.1 \quad n = 5 - 3 = 2$$

1.2 Выбираем основную систему (рис. 2)

1.3 Построение грузовой эпюры M_p от нагрузки P_3 и M ($X_1 = 0, X_2 = 0$) (рис. 3)

Определим реакции опор из условий равновесия системы

$$\sum M_B = 0; -R_A(l-c) - P_3(l-c-a) - M = 0$$

$$R_A = \frac{-P_3(l-c-a) - M}{l-c} = \frac{-15(6,2-1,8-1,7) - 17}{6,2-1,8} = -13,07 \text{ кН}$$

$$\sum M_A = 0; R_B(l-c) - M + P_3a = 0$$

$$R_B = \frac{M - P_3a}{l-c} = \frac{17 - 15 \cdot 1,7}{6,2-1,8} = -1,93 \text{ кН}$$

Эпюра M_p :

$$M_E = R_A \cdot a = -13,07 \cdot 1,7 = -22,22 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_B = -M = -17 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Эпюра M_p показана на рис. 3.

1.4. Прикладываем к основной системе единичную нагрузку $X_1 = 1$ и строим эпюру изгибающих моментов \bar{M}_1 (рис. 4)

1.5. — “ — \bar{M}_2 (рис. 5)

1.6. Канонические уравнения метода сил

$$\begin{cases} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \Delta_{1P} = 0 \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \Delta_{2P} = 0 \end{cases}$$

Коэффициенты определим по интегралу Мора с применением правила Верещагина [теория с примерами хорошо расписана в учебнике Фокков, Широ "Сопротивление материалов", стр. 449-455]

$$\delta_{11} = \int_0^l \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_1}{E J_x} dz$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{E J_x} \left[\frac{1}{2}(l-c) \cdot 0,9 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,9 + \frac{1}{2} b \cdot 0,9 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,9 \right] = \frac{1,431}{E J_x}$$

$$\delta_{22} = \int_0^l \frac{\bar{M}_2 \bar{M}_2}{E J_x} dz$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{E J_x} \left[\frac{1}{2}(l-c) \cdot 1,8 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,8 + \frac{1}{2} c \cdot 1,8 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,8 \right] = \frac{6,696}{E J_x}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \int_0^l \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_2}{E J_x} dz$$

$$\tilde{\delta}_{12} = \tilde{\delta}_{21} = \frac{1}{EI_x} \left[\frac{1}{2}(l-c) \cdot 0,9 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,8 + \frac{1}{2} \cdot b \cdot 0,9 \left(0,9 + \frac{2}{3} \cdot 0,9 \right) \right] = \frac{2,9835}{EI_x}$$

$$\Delta_{1P} = \int_0^l \frac{M_p \cdot \bar{M}_1}{EI_x} dz$$

$$\Delta_{1P} = \frac{1}{EI_x} \left[-\frac{1}{2} a \cdot 22,22 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,35 - (l-c-a) \cdot 17 \cdot \left(0,35 + \frac{0,9-0,35}{2} \right) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} (l-c-a)(22,22-17) \cdot \left(0,35 + \frac{1}{3}(0,9-0,35) \right) \right] = \frac{-36,8529}{EI_x}$$

$$\Delta_{2P} = \int_0^l \frac{M_p \cdot \bar{M}_2}{EI_x} dz$$

~~Δ_{2P}~~ $\frac{1}{EI_x}$ На участке AB $\bar{M}_2 > \bar{M}_1$ в 2 раза \Rightarrow

$$\Delta_{2P} = 2 \Delta_{1P} = - \frac{73,7058}{EI_x}$$

Из системы канонических уравнений находим

$$\begin{cases} X_1 = 39,5 \text{ кН} \\ X_2 = -6,6 \text{ кН} \end{cases}$$

Проверка:

$$\frac{1,431}{EI_x} \cdot 39,5 + \frac{2,9835}{EI_x} (-6,6) - \frac{36,8529}{EI_x} = 0 ; 0 = 0$$

$$\frac{2,9835}{EI_x} \cdot 39,5 + \frac{6,696}{EI_x} (-6,6) - \frac{73,7058}{EI_x} = 0 ; 0 = 0$$

1.7 Прикладываем к основной системе заданную нагрузку P_3 , M и найденные неизвестные X_1, X_2 (рис. 6)
Определяем реакции опор.

$$\sum M_B = 0; -R_A(l-c) - P_3(l-c-a) + X_1 b + X_2 \cdot \cancel{c} \cdot c - M = 0$$

$$R_A = \frac{-P_3(l-c-a) + X_1 b + X_2 c - M}{l-c} = \\ = \frac{-15(6,2-1,8-1,7) + 39,5 \cdot 0,9 - 6,6 \cdot 1,8 - 17}{6,2-1,8} = \frac{-7,7}{\cancel{6,2-1,8}} \text{ кН}$$

$$\sum M_A = 0; R_B(l-c) + P_3 \cdot a - M + X_1(l-b) + X_2 l = 0$$

$$R_B = \frac{-P_3 \cdot a + M - X_1(l-b) - X_2 l}{l-c} = \\ = \frac{-15 \cdot 1,7 + 17 - 39,5(6,2-0,9) + 6,6 \cdot 6,2}{6,2-1,8} = -40,2 \text{ кН}$$

Эпюры Q и M (рис. 7, 8)

$$Q_A = R_A = -7,7 \text{ кН}$$

$$Q_E = R_A + P_3 = -7,7 + 15 = 7,3 \text{ кН}$$

$$Q_B = Q_E + R_B = 7,3 - 40,2 = -32,9 \text{ кН}$$

$$Q_C = Q_B + X_1 = -32,9 + 39,5 = 6,6 \text{ кН}$$

$$M_A = 0$$

$$M_E = R_A \cdot a = -7,7 \cdot 1,7 = -13,09 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_B = R_A(l-c) + P_3(l-a-c) = -7,7(6,2 - 1,8) + 15(6,2 - 1,7 - 1,8) = 6,62 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M'_B = M_B + M = 6,62 + 17 = 23,62 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_D = 0$$

$$M_C = X_2 b = -6,6 \cdot 0,9 = -5,94 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

2. Выбираем вторую основную систему (рис. 9)

Прикладываем единичные силы $X_1=1$ и $X_2=1$ и строим эпюры (единичные) \bar{M}_1 (рис. 10) и \bar{M}_2 (рис. 11).

Деформационная проверка заключается в следующем. Вертикальное перемещение сечений А и В должно быть равно нулю.

$$\Delta_A = \int_0^l \frac{M \cdot \bar{M}_1}{E J_x} dz$$

Перемножаем эпюры M (рис. 8) и \bar{M}_1 (рис. 10)

$$\begin{aligned} \Delta_A &= \frac{1}{E J_x} \left[-\frac{1}{2} a \cdot 13,09 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,7 + \frac{(l-a-c)}{6} \left(-2 \cdot 13,09 \cdot 1,7 + 2 \cdot 6,62 \cdot 4,4 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 1,7 \cdot 6,62 - 13,09 \cdot 4,4 \right) + \frac{b}{6} \left(2 \cdot 23,62 \cdot 4,4 - 2 \cdot 5,94 \cdot 5,3 + 23,62 \cdot 5,3 - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 5,94 \cdot 4,4 \right) - \frac{1}{2} \cdot b \cdot 5,94 \cdot \frac{2}{3} \cdot 5,3 \right] = \\ &= \frac{1}{E J_x} \left[-12,6100 + \frac{2,7}{6} \cdot (-44,506 + 58,256 + 11,254 - 57,596) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{0,9}{6} (207,856 - 62,964 + 125,186 - 26,136) - 9,4446 \right] = \\ &= \frac{1}{E J_x} \left[-12,6100 - 14,6664 + 36,5913 - 9,4446 \right] = \frac{-0,13}{E J_x} \approx 0 \end{aligned}$$

Незначительная погрешность обусловлена большим количеством сокращений в ходе расчета.

$$\Delta_B = \frac{1}{E J_x} \left[\frac{b}{6} (-2 \cdot 5,94 \cdot 0,9 + 23,62 \cdot 0,9) - \frac{1}{2} b \cdot 5,94 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,9 \right] =$$

$$= \frac{1}{E J_x} \left[1,5849 - 1,6038 \right] = -\frac{0,02}{E J_x} \approx 0$$

3. Проверка прочности.

По эпюре M (рис 8) находим

$$|M_{\max}| = 23,62 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Условие прочности имеет вид

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_{\max}|}{W_x} \leq [\sigma] = 160 \text{ МПа}$$

В условии к задаче ставится, что для проверки прочности взять номер профиля из задачи 6.

Следует по сортаменту для этого профиля определить W_x и подставить в последнее ур-е.