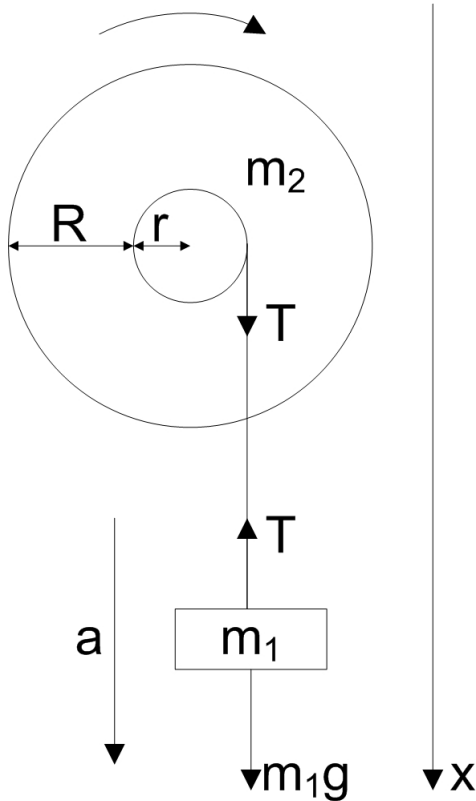


Нерастяжимая нить намотана на шкив радиусом $r = 4$ см. На конце нити подвешен груз массой $m = 200$ г. Шкив соединён с маховиком в виде диска массой 4 кг и радиусом 20 см. Найти время падения груза с высоты $h = 1,5$ м. Начальная скорость груза равна нулю, трением пренебречь.

Дано: $r = 4$ см, $m_1 = 200$ г, $m_2 = 4$ кг, $R = 20$ см, $h = 1,5$ м.

Найти: t .



Решение. Для груза в проекциях на ось x второй закон Ньютона можно записать в виде

$$m_1 a = m_1 g - T, \quad (1)$$

где m_1 — масса груза, a — ускорение груза, g — ускорение свободного падения, T — сила натяжения нити. Согласно основному закону динамики вращательного движения

$$I \beta = M, \quad (2)$$

где I — момент инерции диска, β — угловое ускорение диска (и шкива), M — момент силы натяжения нити относительно оси вращения диска (и шкива), причём справедливы соотношения

$$I = \frac{m_2 R^2}{2}, \quad \beta = \frac{a}{r}, \quad M = Tr, \quad (3)$$

где r и R — радиусы шкива и диска соответственно, m_2 — масса диска. Из уравнений (1) — (3) имеем:

$$a = \frac{2m_1 g r^2}{2m_1 r^2 + m_2 R^2}.$$

Т.к. движение груза равноускоренное (с ускорением a без начальной скорости), то время падения с высоты h составит

$$t = \sqrt{\frac{2h}{a}}.$$

Из двух последних уравнений получаем:

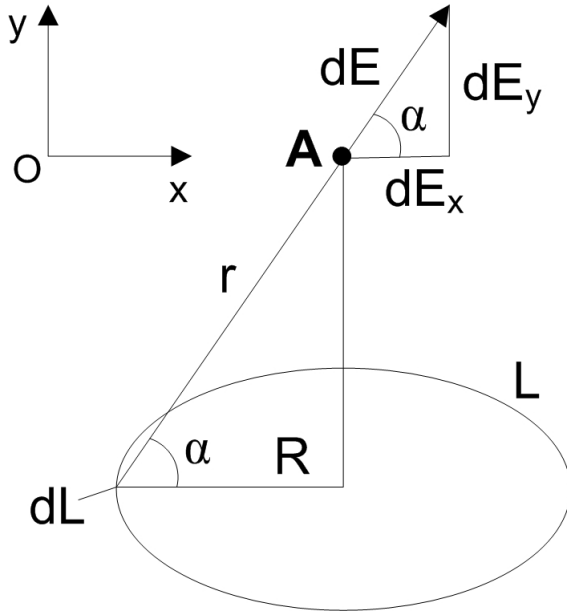
$$t = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{h(2m_1 r^2 + m_2 R^2)}{m_1 g}} = \frac{1}{4 \cdot 10^{-2}} \sqrt{\frac{1,5 \cdot [2 \cdot 0,2 \cdot (4 \cdot 10^{-2})^2 + 4 \cdot (20 \cdot 10^{-2})^2]}{0,2 \cdot 9,81}} = 8,761 \text{ с.}$$

Ответ: 8,761 с.

Тонкое кольцо радиусом $R = 8$ см несёт заряд, равномерно распределённый с линейной плотностью $\tau = 10$ нКл/м. Какова напряжённость E электрического поля в точке, равноудалённой от всех точек кольца на расстояние $r = 10$ см?

Дано: $R = 8$ см, $\tau = 10$ нКл/м, $r = 10$ см.

Найти: E .



Решение. Искомая точка A находится на прямой, перпендикулярной плоскости кольца и проходящей через его центр. Пусть, для определённости, она находится над плоскостью кольца. Выделим малый участок кольца длиной dL . Расположенный на нём заряд $dq = \tau dL$ создаёт в точке A электрическое поле, характеризуемое вектором напряжённости $d\vec{E}$, проекции которого на оси Ox и Oy равны dE_x и dE_y соответственно, причём

$$dE_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \sin \alpha = \frac{\tau \sqrt{r^2 - R^2}}{4\pi\epsilon_0 r^3} dL, \quad (4)$$

где ϵ_0 — электрическая постоянная. Из соображений симметрии ясно, что вектор суммарной напряжённости, создаваемой зарядами всех участков кольца, направлен вертикально вверх и имеет нулевую проекцию на ось Ox . Модуль E вектора суммарной напряжённости будет равен поэтому его проекции на ось Oy . Эту проекцию можно найти, интегрируя (4) по L в пределах от $L = 0$ до $L = 2\pi R$:

$$\begin{aligned} E = E_y &= \frac{\tau \sqrt{r^2 - R^2}}{4\pi\epsilon_0 r^3} \int_0^{2\pi R} dL = \frac{\tau R \sqrt{r^2 - R^2}}{2\epsilon_0 r^3} = \\ &= \frac{10 \cdot 10^{-9} \cdot 8 \cdot 10^{-2} \cdot \sqrt{(10^2 - 8^2) \cdot 10^{-4}}}{2 \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot (10^{-1})^3} = 2,711 \cdot 10^3 \text{ В/м.} \end{aligned}$$

Ответ: $2,711 \cdot 10^3$ В/м.