

Кислород из начального состояния 1 изотермически расширяется до состояния 2, в котором параметры кислорода $p_2 = 0,1$ МПа и $t_2 = 1000$ °С, а затем сжимается в изобарном процессе до объёма $v_3 = v_1$. Температура кислорода в состоянии 3 $t_3 = 300$ °С. Показать процесс 1-2-3 в p - v - и T - s -диаграммах. Определить значения t , p и v кислорода в точках 1, 2 и 3. Вычислить удельные значения работы, теплоты, изменения внутренней энергии и энтропии кислорода в процессах 1-2, 2-3 и 1-2-3 в целом. Изобарный процесс рассчитать с учётом зависимости теплоёмкости кислорода от температуры.

Решение. Запишем уравнение состояния кислорода в виде

$$pv = RT, \quad (1)$$

где p – давление, v – удельный объём, T – абсолютная температура,

$$R = \frac{R_\mu}{\mu} = \frac{8,314}{32 \cdot 10^{-3}} = 259,8 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$$

– газовая постоянная кислорода ($R_\mu = 8,314$ Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная, $\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль – молярная масса O_2). По условию

$$T_1 = T_2 = 1273 \text{ К}, \quad T_3 = 573 \text{ К}, \quad p_2 = p_3 = 0,1 \text{ МПа}, \quad v_1 = v_3.$$

Пользуясь уравнением (1), определим недостающие параметры состояния в каждой из трёх точек:

$$v_2 = \frac{RT_2}{p_2} = \frac{259,8 \cdot 1273}{0,1 \cdot 10^6} = 3,307 \text{ м}^3/\text{кг},$$

$$v_1 = v_3 = \frac{RT_3}{p_3} = \frac{259,8 \cdot 573}{0,1 \cdot 10^6} = 1,489 \text{ м}^3/\text{кг},$$

$$p_1 = \frac{RT_1}{v_1} = \frac{259,8 \cdot 1273}{1,489} = 2,22 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Процесс 1-2 (изотермический)

Количество теплоты q равно работе l :

$$q_{12} = l_{12} = RT_1 \ln \frac{v_2}{v_1} = 259,8 \cdot 1273 \cdot \ln \frac{3,307}{1,489} = 2,639 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}.$$

Внутренняя энергия идеального газа в изотермическом процессе не изменяется:

$$\Delta u_{12} = 0.$$

Удельное изменение энтропии:

$$\Delta s_{12} = \frac{q_{12}}{T_1} = \frac{2,639 \cdot 10^5}{1273} = 207,3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Процесс 2-3 (изобарный)

В справочных таблицах находим средние молярные изобарные теплоёмкости кислорода в интервалах температур от 0 °С до $t_2 = 1000$ °С и от 0 °С до $t_3 = 300$ °С:

$$\bar{c}_{p\mu} \Big|_0^{1000} = 33,12 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}), \quad \bar{c}_{p\mu} \Big|_0^{300} = 30,40 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}).$$

Поэтому средняя молярная изобарная теплоёмкость в процессе 2-3 будет равна

$$\bar{c}_{p\mu} \Big|_{t_2=1000}^{t_3=300} = \frac{t_3 \bar{c}_{p\mu} \Big|_0^{t_3} - t_2 \bar{c}_{p\mu} \Big|_0^{t_2}}{t_3 - t_2} = \frac{300 \cdot 30,40 - 1000 \cdot 33,12}{300 - 1000} = 34,286 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}).$$

Средняя удельная изобарная теплоёмкость:

$$\bar{c}_p = \frac{\bar{c}_{p\mu}}{\mu} = \frac{34,286}{32 \cdot 10^{-3}} = 1071,4 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}),$$

где $\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль – молярная масса O_2 .

Удельное количество теплоты:

$$q_{23} = \bar{c}_p \Big|_{t_2}^{t_3} (t_3 - t_2) = 1071,4 \cdot (300 - 1000) = -7,5 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг.}$$

Удельная работа:

$$l_{23} = p_2 (v_3 - v_2) = 0,1 \cdot 10^6 \cdot (1,489 - 3,307) = -1,818 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг.}$$

Удельное изменение внутренней энергии:

$$\Delta u_{23} = q_{23} - l_{23} = (-7,5 + 1,818) \cdot 10^5 = -5,682 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг.}$$

Удельное изменение энтропии:

$$\Delta s_{23} = \bar{c}_p \Big|_{T_2}^{T_3} \ln \frac{T_3}{T_2} = 1071,4 \cdot \ln \frac{573}{1273} = -855,2 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}. \quad (2)$$

Условно примем, что удельная энтропия в точке 3 равна нулю:

$$s_3 = 0.$$

Тогда удельные энтропии в точках 2 и 1 составят:

$$s_2 = s_3 - \Delta s_{23} = 0 + 855,2 = 855,2 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}, \quad (3)$$

$$s_1 = s_2 - \Delta s_{12} = 855,2 - 207,3 = 647,9 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Характеристики суммарного процесса:

$$q = q_{12} + q_{23} = (2,639 - 7,5) \cdot 10^5 = -4,861 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг,}$$

$$l = l_{12} + l_{23} = (2,639 - 1,818) \cdot 10^5 = 8,21 \cdot 10^4 \text{ Дж/кг,}$$

$$\Delta u = \Delta u_{12} + \Delta u_{23} = 0 - 5,682 \cdot 10^5 = -5,682 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг,}$$

$$\Delta s = \Delta s_{12} + \Delta s_{23} = 207,3 - 855,2 = -647,9 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Процесс	q , кДж/кг	l , кДж/кг	Δu , кДж/кг	Δs , Дж/(кг·К)
1-2	263,9	263,9	0	207,3
2-3	-750	-181,8	-568,2	-855,2
Σ	-486,1	82,1	-568,2	-647,9

Для построения графиков дополнительно вычислим значения параметров состояния в нескольких промежуточных точках. Процесс 1-2 – изотермический, поэтому, если удельный объём газа равен v , то его давление p равно

$$p = \frac{p_1 v_1}{v}. \quad (4)$$

Задаваясь различными значениями v в интервале от v_1 до v_2 , в соответствии с формулой (4) получим:

$$\text{точка а: } v = 2 \text{ м}^3/\text{кг}, \quad p = \frac{0,222 \cdot 1,489}{2} = 0,165 \text{ МПа};$$

$$\text{точка б: } v = 2,5 \text{ м}^3/\text{кг}, \quad p = \frac{0,222 \cdot 1,489}{2,5} = 0,132 \text{ МПа};$$

$$\text{точка с: } v = 3 \text{ м}^3/\text{кг}, \quad p = \frac{0,222 \cdot 1,489}{3} = 0,110 \text{ МПа}.$$

Для изобарного процесса 2-3 зададимся несколькими значениями температуры в интервале от T_2 до T_3 и вычислим энтропию по формулам, аналогичным (2) и (3):

$$\text{точка d: } T = 800 \text{ К}, \quad \bar{c}_p \Big|_{800}^{1000} = 1112,5 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}, \quad s = 665,1 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)},$$

$$\text{точка e: } T = 600 \text{ К}, \quad \bar{c}_p \Big|_{600}^{800} = 1085 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}, \quad s = 441,2 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)},$$

$$\text{точка f: } T = 400 \text{ К}, \quad \bar{c}_p \Big|_{400}^{600} = 1047,5 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}, \quad s = 168,7 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Точка	Температура $t, ^\circ\text{C}$	Температура T, K	Давление $p, \text{МПа}$	Удельный объём $v, \text{м}^3/\text{кг}$	Удельная энтропия $s, \text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$
1	1000	1273	0,222	1,489	647,9 < s < 855,2
a			0,165	2	
b			0,132	2,5	
c			0,110	3	
2					
d	800	1073	0,1	1,489 < v < 3,307	665,1
e	600	873			441,2
f	400	673			168,7
3	300	573			0

