

Задача 145. Екран міститься на відстані 40 м від точкового джерела світла з довжиною хвилі $5 \cdot 10^{-4}$ мм. На відстані 20 м від джерела світла розташовано отвір. Визначити радіус отвору, при якому центр дифракційної картини на екрані буде найбільш темним; найбільш світлим.

Дано:

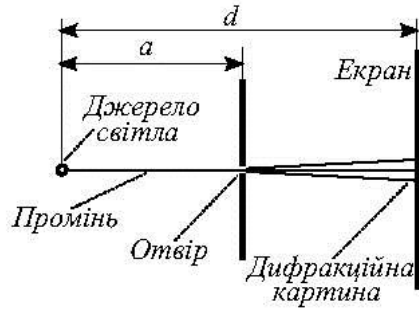
$$d=40 \text{ м}$$

$$a=20 \text{ м}$$

$$\lambda=5 \cdot 10^{-4} \text{ мм}$$

$$r_{\text{т}} - ? \quad r_{\text{с}} - ?$$

Розв'язання.



Інтенсивність світлової хвилі, яка досягає екрану після проходження через маленький отвір, обумовлюється інтерференцією і визначається методом зон Френеля. Найменша інтенсивність (темна пляма) в центрі дифракційної картини спостерігається, якщо в розмірі отвору укладається парна кількість зон Френеля, найбільша інтенсивність (світла пляма), якщо укладається непарна кількість зон.

Кількість зон Френеля, які укладаються в отворі, для сферичної світлової хвилі знаходять за формулою:

$$m = \frac{r_m^2(a+b)}{ab\lambda},$$

де r_m – радіус найбільшої зони, що укладається в отворі; b – відстань від отвору до екрана.

Оскільки радіус останньої зони дорівнює радіусу отвору ($r_m=r$), то з формули можна його знайти:

$$r = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m\lambda = \sqrt{\frac{a(d-a)}{d}} m\lambda.$$

Найбільш темним буде центр дифракційної картини, коли в отворі уміщується найперше парне коло ($m=2$), а найбільш світлим – найперше непарне ($m=1$):

$$r_{\text{т}} = \sqrt{\frac{a(d-a)}{d}} 2\lambda;$$

$$r_{\text{с}} = \sqrt{\frac{a(d-a)}{d}} \lambda.$$

Підставляємо задані значення:

$$r_{\text{т}} = \sqrt{\frac{20(40-20)}{40}} \cdot 2 \cdot 5 \cdot 10^{-7} = 3,16 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 3,16 \text{ мм};$$

$$r_{\text{с}} = \sqrt{\frac{20(40-20)}{40}} \cdot 5 \cdot 10^{-7} = 2,24 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 2,24 \text{ мм}.$$

Відповідь: $r_{\text{т}} = 3,16 \text{ мм}$, $r_{\text{с}} = 2,24 \text{ мм}$.