

Лабораторная работа "Исследование работы переключательных схем."

1. Выразить заданную переключательную функцию аналитически в СНФ.
2. Пользуясь основным правилом минимизации, найти МНФ заданной функции.
3. Пользуясь законом двойственности, найти выражение МНФ заданной функции в базисах И-НЕ и ИЛИ-НЕ.
4. Включить компьютер и загрузить программу Electronics Workbench.
5. Собрать электрическую схему, соответствующую найденной МНФ. Для сборки использовать элементы ТТЛ-Ш (LS) логики, выбирая тип логики функций Model в меню Circuit.
6. Используя Генератор слов и индикаторы логических уровней проверить работоспособность схемы.

Задано (вариант 1): $F(V_i)=B1A7H$.

Выполнение.

1. Выразим заданную переключательную функцию в СНФ.

1.1. Запишем функцию в двоичном виде.

Переключательная функция в задании приведена в шестнадцатеричном виде. Для формирования таблицы истинности необходимо перевести ее в двоичный код:

Таблица 1.

16-ричн.	B				1				A				7			
2-ичн.	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1

- 1.2. Шестнадцать приведенных выше двоичных цифр представляют собой значения, которые принимает функция при шестнадцати комбинациях (от 0 до F) четырех входных аргументов X_1, X_2, X_3, X_4 . Сформируем таблицу истинности:

Таблица 2.

N	X_1	X_2	X_3	X_4	$F(V_i)$
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0
A	1	0	1	0	0
B	1	0	1	1	0
C	1	1	0	0	1
D	1	1	0	1	1
E	1	1	1	0	0
F	1	1	1	1	1

- 1.3. Выразим функцию аналитически через совершенную дизъюнктивную нормальную форму (СДНФ). Для этого сначала записываем конъюнкции аргументов для тех

комбинаций, на которых функция принимает значение 1. Затем объединяем эти конъюнкции через дизъюнкции. Получается 9 членов-конъюнкций:

$$F(V_i) = \bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_3\bar{X}_4 + \bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_3X_4 + \bar{X}_1\bar{X}_2X_3\bar{X}_4 + \bar{X}_1X_2\bar{X}_3X_4 + \bar{X}_1X_2X_3X_4 + X_1\bar{X}_2\bar{X}_3\bar{X}_4 + X_1\bar{X}_2\bar{X}_3X_4 + X_1\bar{X}_2X_3\bar{X}_4 + X_1X_2\bar{X}_3X_4$$

1.4. Выразим функцию аналитически через совершенную конъюнктивную нормальную форму (СКНФ). Для этого записываем дизъюнкции инверсий аргументов для тех комбинаций, на которых функция принимает значение 0. Затем объединяем эти дизъюнкции через конъюнкции. Получается 7 членов-дизъюнкций:

$$F(V_i) = (X_1 + X_2 + \bar{X}_3 + \bar{X}_4)(X_1 + \bar{X}_2 + X_3 + X_4)(X_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 + X_4)(\bar{X}_1 + X_2 + X_3 + \bar{X}_4) \cdot (\bar{X}_1 + X_2 + \bar{X}_3 + X_4)(\bar{X}_1 + X_2 + \bar{X}_3 + \bar{X}_4)(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 + X_4)$$

2. Проведем минимизацию функции по методу Квайна. За основу возьмем аналитическое выражение функции в СДНФ.

Основное правило (теорема) минимизации говорит, что любая минимальная дизъюнктивная форма (МДНФ) состоит только из простых импликант. Таким образом, задача минимизации заключается в нахождении всех простых импликант заданной функции и последующем отбрасывании лишних импликант. Эти два этапа составляют основу метода Квайна. Каждый из двух этапов может выполняться несколько раз, "сужая круг" рассматриваемых данных.

Первый этап (нахождение простых импликант) заключается в применении операций склеивания (формула $ab + a\bar{b} = a(b + \bar{b}) = a$) и поглощения (формула $ab + b = (ab) + (1 \cdot b) = b(a + 1) = b \cdot 1 = b$).

2.1. Возьмем все члены-конъюнкции из СДНФ, для удобства работы запишем их и пронумеруем:

Таблица 3.

Импликанта	Номер
$\bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_3\bar{X}_4$	1
$\bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_3X_4$	2
$\bar{X}_1\bar{X}_2X_3\bar{X}_4$	3
$\bar{X}_1X_2\bar{X}_3X_4$	4
$\bar{X}_1X_2X_3X_4$	5
$X_1\bar{X}_2\bar{X}_3\bar{X}_4$	6
$X_1X_2\bar{X}_3\bar{X}_4$	7
$X_1X_2\bar{X}_3X_4$	8
$X_1X_2X_3X_4$	9

Начнем выполнять операции склеивания над парами импликант, где это возможно.

$$1 \text{ и } 2: \bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_3\bar{X}_4 + \bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_3X_4 = \bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_3 \cdot (\bar{X}_4 + X_4) = \bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_3 \cdot 1 = \bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_3;$$

$$1 \text{ и } 3: \bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_3\bar{X}_4 + \bar{X}_1\bar{X}_2X_3\bar{X}_4 = \bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_4 \cdot (\bar{X}_3 + X_3) = \bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_4 \cdot 1 = \bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_4;$$

$$1 \text{ и } 6: \bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_3\bar{X}_4 + X_1\bar{X}_2\bar{X}_3\bar{X}_4 = \bar{X}_2\bar{X}_3\bar{X}_4 \cdot (\bar{X}_1 + X_1) = \bar{X}_2\bar{X}_3\bar{X}_4 \cdot 1 = \bar{X}_2\bar{X}_3\bar{X}_4;$$

$$4 \text{ и } 5: \bar{X}_1X_2\bar{X}_3X_4 + \bar{X}_1X_2X_3X_4 = \bar{X}_1X_2X_4 \cdot (\bar{X}_3 + X_3) = \bar{X}_1X_2X_4 \cdot 1 = \bar{X}_1X_2X_4;$$

$$4 \text{ и } 8: \bar{X}_1X_2\bar{X}_3X_4 + X_1X_2\bar{X}_3X_4 = X_2\bar{X}_3X_4 \cdot (\bar{X}_1 + X_1) = X_2\bar{X}_3X_4 \cdot 1 = X_2\bar{X}_3X_4;$$

$$5 \text{ и } 9: \bar{X}_1X_2X_3X_4 + X_1X_2X_3X_4 = X_2X_3X_4 \cdot (\bar{X}_1 + X_1) = X_2X_3X_4 \cdot 1 = X_2X_3X_4;$$

$$6 \text{ и } 7: X_1\bar{X}_2\bar{X}_3\bar{X}_4 + X_1X_2\bar{X}_3\bar{X}_4 = X_1\bar{X}_3\bar{X}_4 \cdot (\bar{X}_2 + X_2) = X_1\bar{X}_3\bar{X}_4 \cdot 1 = X_1\bar{X}_3\bar{X}_4;$$

$$7 \text{ и } 8: X_1X_2\bar{X}_3\bar{X}_4 + X_1X_2\bar{X}_3X_4 = X_1X_2\bar{X}_3 \cdot (\bar{X}_4 + X_4) = X_1X_2\bar{X}_3 \cdot 1 = X_1X_2\bar{X}_3;$$

$$8 \text{ и } 9: X_1X_2\bar{X}_3X_4 + X_1X_2X_3X_4 = X_1X_2X_4 \cdot (\bar{X}_3 + X_3) = X_1X_2X_4 \cdot 1 = X_1X_2X_4.$$

Получилось, что в формировании упрощенных импликант принимали участие все первоначальные импликанты (от 1 до 9), поэтому их можно полностью заменить дизъюнкциями полученных импликант. Таким образом, получили сокращенную дизъюнктивную нормальную форму:

$$F(V_i) = \bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_3 + \bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_4 + \bar{X}_2\bar{X}_3\bar{X}_4 + \bar{X}_1X_2X_4 + X_2\bar{X}_3X_4 + X_2X_3X_4 + X_1\bar{X}_3\bar{X}_4 + X_1X_2\bar{X}_3 + X_1X_2X_4.$$

Этим шагом мы несколько сократили первоначальную формулу. Аналогичные шаги надо предпринимать до того момента, когда сокращение будет невозможно.

2.2. Запишем все члены-конъюнкции из последней формулы в таблицу и пронумеруем их:

Таблица 4.

Импликанта	Номер
$\bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_3$	1
$\bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_4$	2
$\bar{X}_2\bar{X}_3\bar{X}_4$	3
$\bar{X}_1X_2X_4$	4
$X_2\bar{X}_3X_4$	5
$X_2X_3X_4$	6
$X_1\bar{X}_3\bar{X}_4$	7
$X_1X_2\bar{X}_3$	8
$X_1X_2X_4$	9

Выполняем доступные операции склеивания над парами импликант.

$$4 \text{ и } 9: \bar{X}_1X_2X_4 + X_1X_2X_4 = X_2X_4 \cdot (\bar{X}_1 + X_1) = X_2X_4 \cdot 1 = X_2X_4;$$

$$5 \text{ и } 6: X_2\bar{X}_3X_4 + X_2X_3X_4 = X_2X_4 \cdot (\bar{X}_3 + X_3) = X_2X_4 \cdot 1 = X_2X_4.$$

Больше доступных действий нет. Получилось, что импликанты из таблицы 4 под номерами 4 и 9, 5 и 6 можно заменить выражением $X_2X_4 + X_2X_4$. Но это равно X_2X_4 .

Получаем новую сокращенную ДНФ:

$$F(V_i) = \bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_3 + \bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_4 + \bar{X}_2\bar{X}_3\bar{X}_4 + X_2X_4 + X_1\bar{X}_3\bar{X}_4 + X_1X_2\bar{X}_3.$$

Дальнейшие склеивания в этом варианте функции невозможны. Импликанты данного варианта являются простыми.

2.3. Переход от сокращенной формы к минимальной осуществим с помощью импликантной матрицы. В столбцы импликантной матрицы вписываем члены СДНФ заданной функции, в строки — полученные простые импликанты функции, т. е. члены сокращенной формы логического выражения функции.

Таблица 5.

Простые импликанты	Члены СДНФ									
	$\bar{X}_1\bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3\bar{X}_4$	$\bar{X}_1\bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3X_4$	$\bar{X}_1\bar{X}_2 \cdot X_3\bar{X}_4$	$\bar{X}_1X_2 \cdot \bar{X}_3\bar{X}_4$	$\bar{X}_1X_2 \cdot X_3X_4$	$X_1\bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3\bar{X}_4$	$X_1\bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3X_4$	$X_1\bar{X}_2 \cdot X_3\bar{X}_4$	$X_1X_2 \cdot \bar{X}_3\bar{X}_4$	$X_1X_2 \cdot X_3\bar{X}_4$
$\bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_3$	X	X								
$\bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_4$	X		X							
$\bar{X}_2\bar{X}_3\bar{X}_4$	X					X				
X_2X_4				X	X				X	X
$X_1\bar{X}_3\bar{X}_4$						X	X			
$X_1X_2\bar{X}_3$							X	X		

Отмечаем крестиками столбцы членов СДНФ, поглощаемых отдельными простыми импликантами.

В таблице есть столбцы, где стоит только один крестик. Это значит, что данный член СДНФ поглощается только одной простой импликантой. Совокупность простых импликант, имеющих такое свойство, называется ядром. Отметим цветом импликанты, составляющие ядро, а также все столбцы, перекрываемые ими.

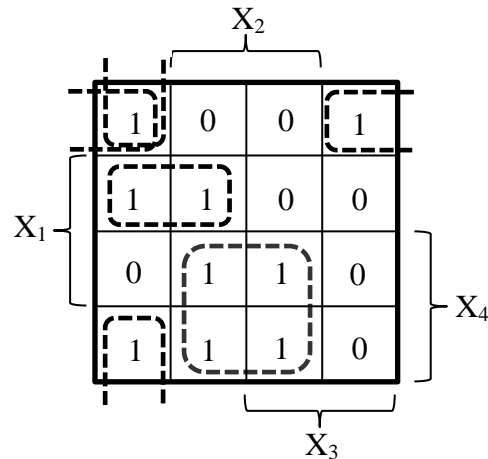
Неперекрытыми остались два столбца (имеют незакрашенные ячейки). Они могут перекрываться тремя импликантами (также незакрашены). Из таблицы видно, что для перекрытия обоих столбцов лучше выбрать одну импликанту (предпоследняя строка), за счет чего в минимальной форме записи функции будет меньше членов.

Объединив простые импликанты, составляющие ядро, и выбранную импликанту из предпоследней строки таблицы операциями дизъюнкции, получим следующую минимальную дизъюнктивную нормальную форму (МДНФ):

$$F(V_i) = \bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_3 + \bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_4 + X_2X_4 + X_1\bar{X}_3\bar{X}_4$$

3. Проведем минимизацию функции методом карт Карно (или, что то же самое, диаграмм Вейча).

Тот же результат, что и в предыдущем пункте, можно получить, пользуясь картами Карно. При этом процесс более нагляден и быстр.



Записав координаты клеток в прямоугольниках и квадрате в виде конъюнкций аргументов, а затем объединив их дизъюнкциями, получим ту же формулу:

$$F(V_i) = \bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_3 + \bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_4 + X_2X_4 + X_1\bar{X}_3\bar{X}_4$$