

### Задача 5

Перед выборами в городе было опрошено  $n=500$  человек. Из них  $k=120$  человек отдали предпочтение нынешнему мэру. На какое количество голосов может рассчитывать мэр на выборах, если всего в городе  $N=40000$  избирателей (вычислить с доверительной вероятностью 0,95 и 0,99).

### Решение:

Задача сводится к нахождению доверительного интервала для вероятности в схеме Бернулли, так как процесс голосования можно рассматривать как последовательность высказываний избирателей за или против:

$$p \in \tilde{p} \pm t \sqrt{\frac{\tilde{p}(1-\tilde{p})}{n}}.$$

Относительная частота события  $\tilde{p} = \frac{k}{n} = \frac{120}{500} = 0,24$ ;

$t$  находим из условия  $2\Phi(t) = \gamma \Rightarrow \Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$ .

1)  $\gamma = 0,95$

Из таблицы значений функции  $\Phi(t)$  находим, что она равна 0,475 для  $t=1,96$ .

$$p \in 0,24 \pm 1,96 \sqrt{\frac{0,24 \cdot 0,76}{500}} \approx 0,24 \pm 0,037 = (0,203; 0,277).$$

Умножив на количество избирателей, получим ожидаемое количество человек, которые поддержат нынешнего мэра:

$$(0,203; 0,277) \cdot 40000 = (8120; 11080).$$

2)  $\gamma = 0,99$

Из таблицы значений функции  $\Phi(t)$  находим, что она равна 0,495 для  $t=2,6$ .

$$p \in 0,24 \pm 2,6 \sqrt{\frac{0,24 \cdot 0,76}{500}} \approx 0,24 \pm 0,05 = (0,19; 0,29).$$

Умножив на количество избирателей, получим ожидаемое количество человек, которые поддержат нынешнего мэра:

$$(0,19; 0,29) \cdot 40000 = (7600; 11600).$$

**Ответ:** 8120-11080 и 7600-11600 соответственно.

Приложение 2. Значение функции  $\Phi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

$x$	Сотые доли $x$									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0040	0080	0112	0160	0199	0239	0279	0319	0359
0,1	0398	0438	0478	0517	0557	0596	0636	0675	0714	0754
0,2	0793	0832	0871	0910	0948	0987	1026	1064	1103	1141
0,3	1179	1217	1255	1293	1331	1368	1406	1443	1480	1517
0,4	1554	1591	1628	1664	1700	1736	1772	1808	1844	1879
0,5	1915	1950	1985	2019	2054	2088	2123	2157	2190	2224
0,6	2258	2291	2324	2357	2389	2422	2454	2486	2518	2549
0,7	2580	2612	2642	2673	2704	2734	2764	2794	2823	2852
0,8	2881	2910	2939	2967	2996	3023	3051	3079	3106	3133
0,9	3159	3186	3212	3238	3264	3289	3315	3340	3365	3389
1,0	3413	3438	3461	3485	3508	3531	3553	3577	3599	3621
1,1	3643	3665	3686	3708	3729	3749	3770	3790	3810	3830
1,2	3849	3869	3888	3907	3925	3944	3962	3980	3997	4015
1,3	4032	4049	4066	4082	4099	4115	4131	4147	4162	4177
1,4	4192	4207	4222	4236	4251	4265	4279	4292	4306	4319
1,5	4332	4345	4357	4370	4382	4394	4406	4418	4430	4441
1,6	4452	4463	4474	4485	4495	4505	4515	4525	4535	4545
1,7	4554	4564	4573	4582	4591	4599	4608	4616	4625	4633
1,8	4641	4649	4656	4664	4671	4678	4686	4693	4700	4706
1,9	4713	4719	4726	4732	4738	4744	4750	4756	4762	4767
$x$	Десятые доли $x$									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,	4773	4821	4861	4893	4918	4938	4953	4965	4974	4961
3,	4987	4990	4993	4995	4997	4998	4998	4999	4999	5000 <sup>1</sup>