

Задача 2.2.

По некоторой цели ведется стрельба четырьмя выстрелами в момент времени t_1, t_2, t_3, t_4 .

Возможные состояния цели (системы S):

S₁ – цель невредима;

S₂ – цель незначительно повреждена;

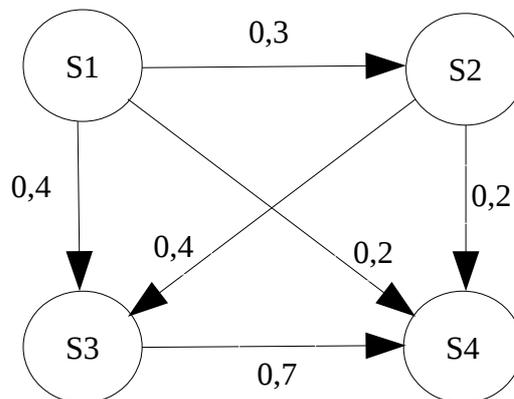
S₃ – цель получила существенные повреждения;

S₄ – цель полностью поражена (не может функционировать).

В начальный момент цель находится в состоянии S₁ (не повреждена). Определить вероятности состояний цели после четырех выстрелов. Построить граф состояний.

$$\begin{aligned}P_{11} &= 0,1; P_{12} = 0,3; P_{13} = 0,4; P_{14} = 0,2; \\P_{22} &= P_{23} = 0,4; P_{24} = 0,2; \\P_{33} &= 0,3; P_{34} = 0,7.\end{aligned}$$

Решение:



Матрица перехода системы:
$$P_1 = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,3 & 0,4 & 0,2 \\ 0 & 0,4 & 0,4 & 0,2 \\ 0 & 0 & 0,3 & 0,7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вероятности состояний после k шагов определяются по формуле:

$$P_i^k = \sum_{j=1}^4 P_j(k-1) P_{ji} \quad (i=1,2,3,4).$$

Поскольку в начальный момент цель находится в состоянии S₁, то $P_1(0)=1$.

Вероятности состояний после первого выстрела определяются первой строкой матрицы:

$$P_1(1)=0,1; P_2(1)=0,3; P_3(1)=0,4; P_4(1)=0,2.$$

Находим вероятности состояний после второго выстрела:

$$\begin{aligned}P_1(2) &= P_1(1)P_{11} = 0,1 \cdot 0,1 = 0,01; \\P_2(2) &= P_1(1)P_{12} + P_2(1)P_{22} = 0,1 \cdot 0,3 + 0,3 \cdot 0,4 = 0,15; \\P_3(2) &= P_1(1)P_{13} + P_2(1)P_{23} + P_3(1)P_{33} = 0,1 \cdot 0,4 + 0,3 \cdot 0,4 + 0,4 \cdot 0,3 = 0,28; \\P_4(2) &= P_1(1)P_{14} + P_2(1)P_{24} + P_3(1)P_{34} + P_4(1)P_{44} = 0,1 \cdot 0,2 + 0,3 \cdot 0,2 + 0,4 \cdot 0,7 + 0,2 \cdot 1 = 0,56.\end{aligned}$$

Находим вероятности состояний после третьего выстрела:

$$P_1(3) = P_1(2)P_{11} = 0,01 \cdot 0,1 = 0,001;$$

$$P_2(3) = P_1(2)P_{12} + P_2(2)P_{22} = 0,01 \cdot 0,3 + 0,15 \cdot 0,4 = 0,063;$$

$$P_3(3) = P_1(2)P_{13} + P_2(2)P_{23} + P_3(2)P_{33} = 0,01 \cdot 0,4 + 0,15 \cdot 0,4 + 0,28 \cdot 0,3 = 0,148;$$

$$P_4(3) = P_1(2)P_{14} + P_2(2)P_{24} + P_3(2)P_{34} + P_4(2)P_{44} = 0,01 \cdot 0,2 + 0,15 \cdot 0,2 + 0,28 \cdot 0,7 + 0,56 \cdot 1 = 0,788.$$

Находим вероятности состояний после четвертого выстрела:

$$P_1(4) = P_1(3)P_{11} = 0,001 \cdot 0,1 = 0,0001;$$

$$P_2(4) = P_1(3)P_{12} + P_2(3)P_{22} = 0,001 \cdot 0,3 + 0,063 \cdot 0,4 = 0,0255;$$

$$P_3(4) = P_1(3)P_{13} + P_2(3)P_{23} + P_3(3)P_{33} = 0,001 \cdot 0,4 + 0,063 \cdot 0,4 + 0,148 \cdot 0,3 = 0,07;$$

$$P_4(4) = P_1(3)P_{14} + P_2(3)P_{24} + P_3(3)P_{34} + P_4(3)P_{44} = 0,001 \cdot 0,2 + 0,063 \cdot 0,2 + 0,148 \cdot 0,7 + 0,788 \cdot 1 = 0,9044.$$

Ответ: После 4-х выстрелов вероятности состояний $S_1 - S_4$ равны 0,0001; 0,0255; 0,07 и 0,9044 соответственно.