1.

Элементарный исход обозначим “четверкой”, состоящей из нолей и единиц. Единица означает, что событие наступило, ноль — нет. Первая цифра “четверки” соответствует событию B, вторая — C1, третья — C2 и четвертая — C3.

Множество элементарных исходов в таком случае будет таким:

Ω={1111, 1100, 1010, 1001, 1110, 1101, 1011, 1000, 0111, 0100, 0010, 0001, 0110, 0101, 0011, 0000}.

Событию A соответствуют элементарные исходы, первая цифра которых — 1 (событие B произошло) и остальные не все 0 (так как хотя бы одно должно произойти), то есть:

A={1111, 1100, 1010, 1001, 1110, 1101, 1011}.

Учитывая, что одновременное наступление событий в теории вероятностей обозначается знаком умножения, а наступление хотя бы одного — суммой, запишем событие A так:

A=B*(C1+C2+C3).

2.

Возможных исходов — 4: герб-герб, герб-решка, решка-герб, решка-решка.

а) выпадению герба хотя бы один раз соответствуют первые три из возможных исходов, то есть вероятность этого равна 3/4=0,75.

б) двукратному выпадению герба соответствует только один (первый) из возможных исходов, поэтому искомая вероятность 1/4=0,25.

3.

Количество вариантов выбрать 5 человек из 15 (3+5+7):

$$n=C_{15}^{5}=\frac{15!}{5!(15-5)!}=\frac{11\cdot12\cdot13\cdot14\cdot15}{2\cdot3\cdot4\cdot5}=3003.$$

а) количество вариантов “пять третьекурсников”: $m=C_{7}^{5}=\frac{7!}{5!(7-5)!}=\frac{6\cdot7}{2}=21$. Вероятность определяем по классической формуле $P=\frac{m}{n}=\frac{21}{3003}=\frac{1}{143}\approx0{,}007$;

б) количество вариантов “три первокурсника и два остальных”: $m=C_{12}^{2}=\frac{12!}{2!(12-2)!}=\frac{11\cdot12}{2}=66$.

Вероятность $P=\frac{m}{n}=\frac{66}{3003}=\frac{2}{91}\approx0{,}022$;

в) количество вариантов “все пятеро не второкурсники”: $m=C_{10}^{5}=\frac{10!}{5!(10-5)!}=\frac{6\cdot7\cdot8\cdot9\cdot10}{2\cdot3\cdot4\cdot5}=252$.

Вероятность $P=\frac{m}{n}=\frac{252}{3003}=\frac{84}{1001}\approx0{,}084$.

4.

A — студент ответил на первый вопрос, B — на второй, C — на третий.

а) $P=P(A)P(B)P(C)=0{,}9\cdot 0{,}9\cdot 0{,}8=0{,}648$;

б) студент отвечает на все три вопроса (случай а) или на любых два (1-й и 2-й, 1-й и 3-й или 2-й и 3-й, соответственно не ответив на 3-й, 2-й и 1-й):

$$P=P(A)P(B)P(C)+P(A)P(B)(1-P(C))+P(A)(1-P(B))P(C)+(1-P(A))P(B)P(C)=\ldots$$
$$\ldots=0{,}648+0{,}9\cdot 0{,}9\cdot 0{,}2+0{,}9\cdot 0{,}1\cdot 0{,}8+0{,}1\cdot 0{,}9\cdot 0{,}8=0{,}648+0{,}162+0{,}072+0{,}072=0{,}954.$$

5.

A — шары разного цвета, B — среди двух вытянутых шаров нет синего.

Искомую вероятность определяем как условную:

$$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}.$$

Количество вариантов вытянуть 2 шара из 30 (12+8+10): $C_{30}^{2}=\frac{30!}{2!(30-2)!}=\frac{29\cdot 30}{2}=435.$

Количество вариантов разноцветных шаров (красный и зеленый, красный и синий или синий и зеленый): $12\cdot 8+12\cdot 10+8\cdot 10=296.$ Следовательно $P(A)=\frac{296}{435}.$

Нет синего, то есть вытянут красный и зеленый, два красных или два зеленых:

$$P(B)=\frac{C_{12}^{1}C_{8}^{1}+C_{12}^{2}+C_{8}^{2}}{435}=\frac{96+66+28}{435}=\frac{190}{435}.$$

Вытянуты красный и зеленый: $P(AB)=\frac{C_{12}^{1}C_{8}^{1}}{435}=\frac{96}{435}.$

Получаем: $P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{96}{190}\approx 0{,}505.$

6.

При одном подбрасывании возможны 36 вариантов:

1+1 1+2 1+3 1+4 1+5 1+6 2+1 2+2 и т. д.

Вероятность выпадения четырех очков $p=\frac{1}{12}$, так как это три из 36 — 1+3, 3+1 и 2+2.

По формуле Бернулли: $P(A)=P_7(2)=C_7^2 p^2(1-p)^{7-2}=\frac{7!}{2!5!}\left(\frac{1}{12}\right)^2\left(\frac{11}{12}\right)^5=21\cdot\frac{1}{144}\cdot\frac{161051}{248832}\approx 0{,}094.$

Вероятность выпадения семи очков $p=\frac{1}{6}$, так как это 6 из 36 — 1+6, 6+1, 2+5, 5+2, 3+4 и 4+3.

Вычислим вероятность противоположного к B события, то есть, что при семи подбрасываниях 7 очков не выпадет ни разу: $P_7(0)=C_7^0 p^0(1-p)^{7-0}=1\cdot 1\cdot(5\cdot 6)^7\approx 0{,}279.$ Тогда $P(B)=1-0{,}279=0{,}721.$

7.

H1 — самолет в крейсерском режиме, H2 — в условиях перегрузки, A — прибор вышел из строя.

Используем формулу полной вероятности:

$$P(A)=P(H_1)P(A|H_1)+P(H_2)P(A|H_2)=0{,}8\cdot 0{,}1+0{,}2\cdot 0{,}4=0{,}16.$$

Так как вероятность поломки 16%, то надежность 84%.

8.

H1 — в урне изначально белый шар, $P(H_1)=0{,}5.$

H2 — в урне изначально черный шар, $P(H_2)=0{,}5.$

A — извлечен белый шар.

По формуле полной вероятности $P(A)=P(H_1)P(A|H_1)+P(H_2)P(A|H_2)=0{,}5\cdot 1+0{,}5\cdot 0{,}5=0{,}75.$

Для нахождения искомой вероятности используем формулу Баеса:

$$P(H_1|A)=\frac{P(H_1)P(A|H_1)}{P(A)}=\frac{0{,}5\cdot 1}{0{,}75}=\frac{2}{3}.$$