Задание Д1.

Исходные данные: m=4 кг, V0=12 м/с, Q=12 Н, R=µV2, µ=0,8

l=AB=2,5 м, α=30.

f=0,2;Fx= - 8cos(4t)-проекция силы на ось X(BC).

Найти x=f(t), x=BC.

Схема задачи:



Рассмотрим движение тела на участке AB. На него действуют:

Сила тяжести - , нормальная реакция поверхности-,

Внешняя сила - , сила сопротивления среды-.

Составим дифференциальное уравнение движения тела в проекции на ось x1.

=; Nx1=0; N=.

=; Подставляя значения получаем:

. (1)

Поскольку нам задано в условии длина AB=2,5 м, то удобнее вместо переменной t перейти к x1.

Запишем дифференциальное уравнение движения (1) в виде:

 (2)

Учитывая, что и разделяя переменные получаем:

 (3)

Преобразуем (3):

, введем v=

. Введем под знак дифференциала:

Интегрируя, получаем:

Используя начальные условия при t=o,x10 = 0, V0=12(м/с), определим с1

С1=+9,525) = 2,517. Получаем:

= - 0,422,517.

При x1= l=2,5 получаем: =-0,4

=

V=VB = = 6,853 (м/с) – скорость тела (материальной точки) в конце участка AB(т.B).

Теперь рассмотрим движение тела на участке ВС.

На этом участке на тело действуют следующие силы:

Сила тяжести - , нормальная реакция поверхности-,

активная сила Fx(t)= -8cos(4t) и сила трения Fтр= fm.

Записываем дифференциальное уравнение движения в проекции на ось X:

Подставляем данные:

 разделяя переменные получим:

, интегрируя:

, используя начальные условия при t=0 в т.B

 находим

Получаем: . (4)

Разделяя переменные:

Интегрируем:

 . (5)

Используя начальное условие при t=0, x=0 находим .

Подставляя в (5) получаем:

.

Это уравнение движения тела (материальной точки) на участке BC.

Задание Д2.

Исходные данные:

.

m=0,5 кг, c1=120 Н/м, с2=0,с3=180 Н/м, а1=0, а2=0,12, а3=0.

, λ0=0, V0=0

Решение:

Исходя из условия, пружины с1 и с3 соединены последовательно.

Заменяем их одной пружиной с эквивалентной жесткостью с,

; .

*.*

В соответствии с вышесказанным, изображаем схему задачи, с одной пружиной с эквивалентной жесткость с.

Ось X-связана с лифтом, направляем вниз.

В начальный момент времени t=0 удлинение эквивалентной пружины λ0=0, т.е. груз находился в точке x0= - λст  на оси X.

λст = .

За начало отсчета выбрано положение статического равновесия груза.

Начальные условия, таким образом, будут следующие:

При t=0 x0= - 0,068125, V0= 0.



Для решения задачи используем уравнение динамики относительного движения материальной точки (груз принимаем за материальную точку), которое в общем виде имеет вид:

, (1)

где

 - , силы, приложенные к материальной точке,

 – сила инерции в переносном движении,,

- кориолисова сила инерции.

Здесь: - ускорение в переносном движении, т.е. - ускорение той точки подвижной среды (лифт), через которую в данный момент времени проходит материальная точка,

 – угловая скорость вращения подвижных осей относительно неподвижных,

- относительная скорость,

 – ускорение Kориолиса.

В нашем случае движение лифта поступательное, следовательно- =0 и =0.

На тело действуют сила тяжести и сила упругости сжатой пружины при смещении на расстояние x от положения равновесия вниз (по направлению оси x).Удлинение пружины из недеформированного состояния равно .

В проекции на ось X уравнения (1) получаем:

*.*

носного ускорения на ось X.

Находим =.

Получаем дифференциальное уравнение движения груза

m

Учитывая, что =0(из условия равновесия)и введя ,

Получаем:.

Подставим , окончательно получим:

 (2)

Уравнение (2)- однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами.

Его решение x=x1+x2, где x1- общее решение соответствующего однородного дифференциального уравнения: =0,x2- частное решение уравнения (2).

Общее решение однородного уравнения, хорошо известно из курса высшей математики, имеет вид:

X1=.(k=12) (3)

.

с1 и с2- постоянные интегрирования.

Частное решение уравнения (2) ввиду отсутствия резонанса(12 ищем в виде .

Для определения A и B находим

. (4)

Подставляем (3) и (4) в уравнение (2) и приравниваем соответствующие коэффициенты в левой и правой частях этого уравнения при синусе и косинусе получаем:

144.

A

Получаем общее решение уравнения (2):

 (5).

Теперь для определения c1 и c2 используем начальные условия: при t=0

X0= - 0,068125, V0=

Подставляя

 (м).

Задание Д3.

Исходные данные: R3= 0,3 м,r3 = 0,1 м, i3 = 0,3 м.

С = 120

R4 = 0,2 м, S = 0,2 м.

Найти

В соответствии с постановкой задачи и сходными данными, тела 2 и 5- не изображаем (их массы равны 0).

Схема задачи принимает следующий вид:



Начальные условия: при t=0 S0 = 0,

Решение:

Для решения задачи воспользуемся теоремой об изменение кинетической энергии системы в интегральной форме:

T-T0 = , где сумма работ внешних сил, приложенных к системе, на перемещении системы из начального положения в конечное,

– сумма работ внутренних сил системы на том же перемещении.

Для нашей системы, состоящей из абсолютно твердых тел, соединенных нерастяжимыми нитями = 0. Так как в начальном положении система находится в покое, то T0 = 0. Получаем: .

Найдем кинетическую энергию системы.

.

На основе кинематических соотношений между скоростями и перемещениями точек (тел) механической системы выразим ее через

 - уговую скорость тела 4, которую надо найти.

Тело 6 совершает плоское поступательное движение:

*, где .*

,

. (Дж)

Блок 4 совершает вращательное движение относительно оси Z, перпендикулярной плоскости чертежа и проходящей через т.О4..

, где J4 - момент инерции блока 4 относительно оси Z.

Поскольку, масса блока равномерно распределена по ободу, то J4 = .

 ( Дж).

Теперь тело 1.

Оно совершает плоское движение. – сумма кинетической энергии поступательного движения центра масс тела 1 – т.C и кинетической энергии вращательного движения вокруг центра масс.

 - момент инерции тела 1(сплошной однородный цилиндр) относительно оси Z(т. С), VC – скорость поступательного движения центра масс тела 1(т. С), - угловая скорость тела 1.

Поскольку т.P- мгновенный центр скоростей тела 1, то

. Получаем, подставляя значения:

(Дж).

Тело 3 совершает вращательное движение вокруг оси Z(т. О3).

Но поскольку, m3 = 0(по условию), то

и

Соответственно, получаем выражение для кинетической энергии системы:

 (Дж) (1).

Теперь укажем внешние силы, совершающие работу на перемещении системы из начального положения в конечное.

Силы, приложенные к телу 6:

Сила тяжести сила трения скольжения и активная сила F(s), нормальная реакция поверхности При перемещении тела 6 из начального положения вдоль оси S на расстояние найдем работу этих сил:

Сила работы на этом перемещении не совершает (перпендикулярна оси S).

По условию конечное перемещение тела 6 Sк = 0,2 (м).

)

.

 *(2)*

*-* работа внешних сил, приложенных к телу 6, при его перемещении из начального положения в конечное на = 0,2 (м).

 К телу 4 приложены внешние силы реакции неподвижной опоры . Они работы не совершают.

К телу 1 приложены внешние силы: сила тяжести – , нормальная реакция поверхности – приложенные в т. С и сила трения качения ,приложенная в т.Р.

Работа силы тяжести и реакции поверхности равны 0(перпендикулярны перемещению т.С). Ра бота силы трения качения равна 0, поскольку т. Р - мгновенный центр скоростей (перемещение равно 0).

К телу 3 приложены также сила тяжести и реакции неподвижной опоры в т.О3.

Они работу не совершают.

Но, поскольку к телу 3 приложен момент сопротивления M, а к системе в т.A приложена сила упругости пружины, которые совершают работу, то нам необходимо определить перемещение тела 3 и SпрК- перемещение т. А, при конечном перемещении s тела 6, равным SK = 0,2 (м).

Для этого найдем связь между перемещением тел системы.

Имеем:, , .

После интегрирования (при нулевых начальных условиях) получаем:

По аналогии получим следующие соотношения:.

 (3)

 (4)

Теперь, используя формулы (3) и (4) находим работу момента сопротивления М на перемещении системы из начального положения в конечное:

 (5)

И работу силы упругости пружины на этом же перемещении:

==0,133 (м)

= (6)

Итак .

Приравнивая (1) и (7) получаем:

8,671 ().

Мы определили угловую скорость блока 4 в конечном положении системы.

Задание Д4.

Исходные данные: m1= 18 (кг), m2= 6 (кг). При t0=0 u0=2(м/с).

(рад); ускорение плиты 1 в момент времени

Схема задачи:



Решение:

Данную задачу можно решить: 1) используя теорему о движении центра масс системы материальных точек; 2) используя теорему об изменении главного вектора количества движения системы материальных точек.

Приведем оба способа и убедимся, что результаты совпадают.

1)Теорема о движении центра масс механической системы гласит:

Центр масс системы материальных точек движется как материальная точка, масса которой равна массе материальной системе и к которой приложены все внешние силы, действующие на систему.

Введем систему координат X0Y- неподвижную (связанную с направляющими). Центр О совпадает с т. С1- центром масс плиты 1 в начальный момент времени t0=0.

Также введем систему координат X1C1Y1, подвижную, связанную с телом 1 (плитой).

Запишем (1) в проекции на ось X:

 .

 Внешние силы, действующие на систему:

Силы тяжести и тел 1 и 2 соответственно (материальных точек) системы, – суммарная нормальная реакция направляющих, приложенная к телу 1.(в нашем случае – функция времени, которую можно определить).

Поскольку все внешние силы перпендикулярны оси X, то сумма их проекций на ось X равна нулю.

Получаем:, (2)

Выражение для xC:

 (3)

,,- абсолютные координаты центра масс системы (т. С), центра масс тела 1(т. С1) и центра масс тела 2(т.D).

В начальный момент времени t0 = 0 .

Исходя из условия задачи, изображаем на схеме.

 запишем в виде: , направление указано на схеме.

Через малый промежуток времени t тело 2 переместиться из начального положения(D0) в положение D.

∠D0C1Y1следует из начального угла.

Координата Точки D в системе координат X1C1Y1 станет равной

*.*

За это же время тело1(X1C1Y1) переместиться на расстояние относительно неподвижной системы координат X0Y.

 (4)

Подставляя (4) в (3) получаем:

 (5)

Находим =

Далее находим :

При t1 = 1 и учитывая (2) получаем:

0,41888 (м/с2) – ускорение плиты 1 через t1=1 c.

2) Теперь найдем это же ускорение, используя теорему об изменении главного вектора количества движения системы материальных точек.

Теорема гласит, что изменение главного вектора количеств движения системы материальных точек за некоторый промежуток времени равно векторной сумме импульсов всех внешних сил системы за тот же промежуток времени:

Запишем теорему в дифференциальной форме:

В проекции на ось X получим:

Внешние силы, действующие на систему, указаны в п.1).

Их проекции на ось X равны 0, следовательно, = 0 и

Q1x – Qox = 0, Q1x = Qox (2.2)

, где - проекция скорости плиты (тела 1) и - проекция скорости груза (тело 2) на ось X в начальный момент времени to = 0.

, где - проекция скорости тела 1 и - проекция скорости тела 2 на ось X в момент времени t1.

В этих выражениях указаны абсолютные скорости тел.

Абсолютная скорость груза (т.D) складывается из относительной и переносной скорости:

В проекции на ось X:

 (2.3)

 = , - направлена в сторону вращения груза (по часовой стрелке) и перпендикулярна OD.

Из геометрических соотношений

Подставляя в (2.3) получим:

 (2.4)

Учитывая, что = и (2.4) соотношение (2.2) запишем в виде

 (2.5)

Подставляя в (2.5) исходные данные находим ускорение тела 1 при t1= 1 c.

 (м/с2)

Как видим, результат совпадает с результатом, полученным в п.1).

Задание Д5.

Исходные данные:

Вес барабана –P, радиус – R. Радиус цапф

В начальный момент времени система находится в покое.

Найти

при котором возможно качение без скольжения.

Схема задачи:

 

Решение:

Проведем координатные оси Ox и oY , как показано на схеме.

На барабан действую внешние силы:

Вес -, нормальная реакция плоскости -, сила трения - , сила натяжения нити - и пара сил с моментом M.

Составим дифференциальные уравнения движения барабана в проекции на оси системы координат:

, - момент инерции барабана относительно оси Z, перпендикулярной плоскости чертежа и проходящей через т. С (центр масс барабана),

Барабан – сплошной однородный цилиндр и .

Учитывая, указанные выше внешние силы получаем:

Так как

Из (2) получаем:

Поскольку барабан катится без скольжения, то

Дифференцируя (3) по времени получаем:

 (5)

Подставляя (5) в (3) получаем:

Делим (1) на (6):

Подставляя исходные данные:

Подставляя (7) в (1) получаем:

=3,833 (8)

Интегрируя дважды (8) и учитывая начальные условия, получаем:

При t0 = 0 V0C

Получаем уравнение движения барабана:

при котором возможно качение без скольжения, определяем из соотношения:

 Задание Д6.

Исходные данные:

Подшипник в т.K, старжень 1- в т.E, стержень 2- в т. B,

AB = BD = DE = EK = b,

.

При окончательных расчетах принять Определить реакции подшипника и подпятника.

Схема задачи:



Решение:

Для решения задачи применим принцип Даламбера (метод кинетостатики).

В соответствии с методом кинетостатики, применительно к твердому телу:

),

Где - равнодействующая активных сил, приложенных к телу;

 – равнодействующая реакции связей, наложенных на тело;

 - главный вектор сил инерции.

, ) – соответственно моменты этих сил относительно точки приведения O.

В проекциях на оси системы координат:

В общем случае 6 уравнений.

Выбираем подвижную систему координат XYZ. Начало в т. А (подпятник).

Ось Z направляем вдоль оси вала AK(ось вращения). Ось Y лежит в плоскости стержней 1 и 2(по условию - они лежат в одной плоскости). Ось X выбираем так, чтобы вместе с осями Y и Z она образовала правую систему осей координат.

Внешние активные силы, приложенные к телу (валу)- сила тяжести

Приложена в т.С1. Сила тяжести (середина стержня 2).

Реакции связей:

Подпятника ,, – приложенные в т.A.

Подшипника: , – приложенные в т.K.

Теперь найдем силы инерции.

Поскольку , то рассмотрим только центробежные силы инерции.

Главный вектор сил инерции точек вращающегося тела:

, m-масса тела, -ускорение центра масс тела.

Равнодействующая сил инерции точек тела равна их главному вектору, поэтому для тела 1 и стержня 2:

 (7)

 (8)

 - приложена к т.C2.

Необходимо определить точку приложения .

Сумма моментов параллельных сил инерции точек стержня 2 относительно т.B равна моменту равнодействующей этих сил, следовательно:

т. B; сила инерции элемента стержня длиной ; координата элемента стержня(по оси , начало в т. B).

Используя (8) и учитывая, что , где = - масса участка стержня единичной длины, получаем:

 ; (9)

Теперь, зная точку приложения силы , т. F на схеме, составляем уравнения равновесия (1-6).

 (10.1)

 (10.2)

 (10.3)

 (10.4)

 (10.5)

 (10.6)

Из (10.5) получаем: (Н)

Из (10.1) – (Н)

Из (10.3) - 6

Уравнение (10.6) равно 0 тождественно.

По (7) и (8) находим:

Из (10.4), подставляя значения находим :

0,6

Подставляя значения в (10.2) находим :

Знак « - « указывает на то, что направление противоположно указанному на схеме.

Итак,