

Вариант 3

Начинаем с определения сил инерции тел системы.

Для эксцентрика:

$P\_{i1}=-Mω^{2}ε$.

Для толкателя:$P\_{i2}=-m\frac{d^{2}p}{dt}=-m\ddot{p}$. ($φ=0, p=r-ε при t=o)$

Из ∆(AOB) по теореме косинусов: $p^{2}+ε^{2}+2pε\cos(φ=)r^{2}$.

 $p^{2}+2pε\cos(φ+\left(ε^{2}-r^{2}\right)=)0$

$D=4ε^{2}$ $cos^{2}φ-4\left(ε^{2}-r^{2}\right)$

$\sqrt{D}$ =$\sqrt{4ε^{2}\left(cos^{2}φ-1\right)+4r^{2}}=2r\sqrt{\left(1-\frac{ε^{2}}{r^{2}}sin^{2}φ\right)}$

$p=-ε\cos(φ+r\sqrt{\left(1-\frac{ε^{2}}{r^{2}}sin^{2}φ\right)})$

$\dot{p}=\frac{dp}{dt}=ε\sin(φ)∙\dot{φ}+r∙\frac{1}{2}∙\frac{\left(-2\sin(φ)∙\cos(φ)\right)}{\sqrt{\left(1-\frac{ε^{2}}{r^{2}}sin^{2}φ\right)}}∙\frac{ε^{2}}{r^{2}}\dot{φ}$

$\dot{p}=$ $εω\sin(φ)-\frac{ωε^{2}\sin(φ)\cos(φ)}{r\sqrt{\left(1-\frac{ε^{2}}{r^{2}}sin^{2}φ\right)}}$, учитывая, что$ \frac{ε^{2}}{r^{2}}\ll 1 получим$:

$\dot{p}≈$ $εω∙\left(\sin(φ-\frac{ε}{r}∙\sin(φ)∙\cos(φ))\right)$

$\ddot{p}≈εω\left(-\cos(φ)∙\dot{φ}-\frac{ε}{r}\left(\cos(φ)∙\cos(φ)-\sin(φ)∙\sin(φ)\right)\right)$*=*$-εω^{2}∙\left(\cos(φ+\frac{ε}{r}∙\cos(\left(2φ\right)))\right)$

$P\_{i2}=mεω^{2}∙\left(\cos(φ)+\frac{ε}{r}∙\cos(2φ)\right)$

Теперь, используя принцип Даламбера, составляем уравнения равновесия для каждого из тел (метод кинетостатики).

Тело1(эксцентрик). На тело 1 действуют:

$P\_{Ax}$ и $ -$ состовляющие реакции подшипника в т. А. $\vec{P\_{A}}$(в соответствии сосями координат).

$\vec{P\_{21}}- сила реакции со стороны толкателя(тело 2)$, направленная по радиусу OB.

$\vec{F\_{t2}}-$ сила трения со стороны толкателя (по касательной в т. В)

$\vec{P\_{i1}}$- сила инерции.

$M\_{y}$ – уравновешивающий момент.

Составляем уравнения равновесия тела 1:

$P\_{Ax}-P\_{21}∙\sin(θ-)$ $P\_{i1}\sin(φ)-F\_{t2}\cos(θ)=0$

$P\_{Ay}-P\_{21}\cos(θ)-P\_{i1}\cos(φ)+F\_{t2}\sin(θ)=0$

$M\_{y}-p∙P\_{21}\sin(θ)-F\_{t2}∙p\cos(θ=0)$

Поскольку, $F\_{t2}$=$f\_{2}∙P\_{21}$,то получим:

$P\_{Ax}-P\_{21}∙(\sin(θ)+f\_{2}\cos(θ)-P\_{i1})\sin(φ)=0$ (1)

$P\_{Ay}-P\_{21}∙(\cos(θ)-f\_{2}\sin(θ)-P\_{i1}\cos(φ))=0$ (2)

$M\_{y}-pP\_{21}∙\left(\sin(θ)+f\_{2}\cos(θ)\right)=0$ (3)

В системе из 3-х уравнений 4-неизвестных, но поскольку у нас есть толкатель - составляем для него уравнения метода кинетостатики.

На толкатель действуют следующие силы:

$\vec{P\_{C}} и \vec{P\_{D}}$ - силы реакции направляющей (как указано на схеме).

$\vec{P\_{12}} $ - сила реакции со стороны эксцентрика, причем $P\_{12}=-P\_{21}$.

$\vec{F\_{t1}}$ - сила трения со стороны эксцентрика, $F\_{t1}=-F\_{t2}$.

$\vec{F\_{s}}$ - сила трения в направляющих, вдоль толкателя, $F\_{s}=f\_{1}∙P\_{12}$

$\vec{P}$ – внешняя сила

Уравнения равновесия:

$P\_{D}-P\_{C}+P\_{12}\sin(θ)+f\_{2}∙P\_{12}∙\cos(θ)=0$ (4)

$-P-P\_{i2}-P\_{D}f\_{1}-P\_{C}f\_{1}+P\_{12}\cos(θ)-f\_{2}P\_{12}\sin(θ)=0$ (5)

$P\_{D}\left(l+z\right)-P\_{C}l=0$ (6)

В уравнениях (4)-(6) три неизвестных: $P\_{D}$, $P\_{C}$ и $P\_{12}$. Поскольку

$P\_{21}=-P\_{12}$ , то, решив (4)-(6) найдем $P\_{21}$, а значит из (1)- (3) найдем $P\_{A}$,$P\_{D}$ и $M\_{y}$.

Из (6) получаем: $P\_{C}=\frac{P\_{D}(l+z)}{l}$ (7)

Подставляя в (4):

$P\_{D}-$ $\frac{P\_{D}(l+z)}{l}+P\_{12}∙\left(\sin(θ)+f\_{2}\cos(θ)\right)$=0

$P\_{D}=\frac{P\_{12}∙\left(\sin(θ)+f\_{2}\cos(θ)\right)}{z}∙l$ (8)

Подставляем в (5):

$P\_{12}∙\left(\cos(θ)-f\_{2}\sin(θ)\right)-\frac{P\_{12}\left(\sin(θ)+f\_{2}\cos(θ)\right)∙l∙f\_{1}}{z}-\frac{P\_{12}\left(\sin(θ)+f\_{2}\cos(θ)\right)∙\left(l+z\right)∙f\_{1}}{z}-P-P\_{i2}=0$

$P\_{12}∙\left[\cos(θ-f\_{2}\sin(θ-\frac{\left(\sin(θ)+f\_{2}\cos(θ)\right)∙l∙f\_{1}}{z}-\frac{\left(\sin(θ)+f\_{2}\cos(θ)\right)∙\left(l+z\right)∙f\_{1}}{z}))\right]$ =$P+P\_{i1}$

$P\_{12}∙\left[\frac{z\cos(θ-z∙f\_{2}\sin(θ))-l∙f\_{1}∙\sin(θ)-f\_{1}∙f\_{2}∙l∙\cos(θ-\left(l+z\right)∙f\_{1}\sin(θ-f\_{1}∙f\_{2}\left(l+z\right)\cos(θ)))}{z}\right]=P+P\_{i1}$

$P\_{12}∙\left[\frac{\cos(θ∙\left(z-f\_{1}f\_{2}l-f\_{1}f\_{2}\left(l+z\right)\right)-\sin(θ∙\left(zf\_{2}+f\_{1}l+f\_{1}\left(l+z\right)\right)))}{z}\right]=P+P\_{i1}$

$P\_{12}∙\left[\cos(θ∙\left(\frac{z-f\_{1}f\_{2}l-f\_{1}f\_{2}l-f\_{1}f\_{2}z}{z}\right)-\sin(θ\left(\frac{zf\_{2}+f\_{1}l+f\_{1}l+f\_{1}z}{z}\right)))\right]=$ $P+P\_{i1}$

$P\_{12}∙\left[\cos(θ∙\left(1-\frac{f\_{1}f\_{2}(2l+z)}{z}\right)-\sin(θ))∙\left(f\_{2}+\frac{f\_{1}\left(2l+z\right)}{z}\right)\right]=$ $P+P\_{i1}$

Обозначим $k\_{1}=1-\frac{f\_{1}f\_{2}(2l+z)}{z}$ и $k\_{2}=f\_{2}+\frac{f\_{1}\left(2l+z\right)}{z}$

Получаем:

$P\_{12}=\frac{P+P\_{i1}}{k\_{1}∙\cos(θ-k\_{2}∙\sin(θ))}$ (9)

Теперь, учитывая (9) и $P\_{21}=-P\_{12}$ из (3) получаем

$M\_{y}=-pP\_{12}∙\left(\sin(θ)+f\_{2}\cos(θ)\right)$ (10)

Из (1) и (2) найдем $P\_{A}=\sqrt{P\_{Ax}^{2}+P\_{Ay}^{2}}$

$P\_{Ax}=P\_{i1}∙\sin(φ)-P\_{12}∙\left(\sin(θ+f\_{2}\cos(θ))\right)$

$P\_{Ay}=P\_{i1}∙\cos(φ-P\_{12}∙\left(\cos(θ-f\_{2}\sin(θ))\right))$

$P\_{Ax}^{2}+P\_{Ay}^{2}=P\_{i1}^{2}∙sin^{2}φ-2P\_{i1}P\_{12}∙\sin(φ)$ $\left(\sin(θ+f\_{2}\cos(θ))\right)+P\_{12}^{2}∙\left(\sin(θ+f\_{2}\cos(θ))\right)^{2}+P\_{i1}^{2}∙cos^{2}φ-2P\_{i1}P\_{12}∙\cos(φ∙)\left(\cos(θ-f\_{2}\sin(θ))\right)+P\_{12}^{2}∙\left(\cos(θ-f\_{2}\sin(θ))\right)^{2}$

$P\_{Ax}^{2}+P\_{Ay}^{2}=$ $P\_{i1}^{2}+P\_{12}^{2}∙\left[\left(\sin(θ+f\_{2}\cos(θ))\right)^{2}+\left(\cos(θ-f\_{2}\sin(θ))\right)^{2}\right]-2P\_{i1}P\_{12}∙\left[\sin(φ)∙\left(\sin(θ+f\_{2}\cos(θ))\right)+\cos(φ∙\left(\cos(θ-f\_{2}\sin(θ))\right))\right]$

$P\_{Ax}^{2}+P\_{Ay}^{2}=P\_{i1}^{2}+$ $P\_{12}^{2}∙\left(sin^{2}θ+2f\_{2}\sin(θ)\cos(θ)+f\_{2}^{2}cos^{2}θ+cos^{2}θ-2f\_{2}\sin(θ)\cos(θ)+f\_{2}^{2}sin^{2}θ\right)-2P\_{i1}P\_{12}∙(\sin(φ\sin(θ+f\_{2}\sin(φ\cos(θ+\cos(φ\cos(θ-f\_{2}\cos(φ\sin(θ)))))))))$

$P\_{Ax}^{2}+P\_{Ay}^{2}=$ $P\_{i1}^{2}+P\_{12}^{2}∙\left(1+f\_{2}^{2}\right)-2P\_{i1}P\_{12}∙\left(\sin(φ\sin(θ)+\cos(φ\cos(θ)-f\_{2}∙))\left(\sin(θ\cos(φ-\cos(θ)\sin(φ)))\right)\right)$

$$P\_{A}=\sqrt{P\_{Ax}^{2}+P\_{Ay}^{2}}=\sqrt{P\_{i1}^{2}+P\_{12}^{2}∙\left(1+f\_{2}^{2}\right)-2P\_{i1}P\_{12}∙\left[\cos(\left(θ-φ\right)-f\_{2}\sin(\left(θ-\right)))\right]}$$

Итак, получили

$p=-ε\cos(φ+r\sqrt{\left(1-\frac{ε^{2}}{r^{2}}sin^{2}φ\right)})=-ε\cos(φ)+r\cos(θ)$

$P\_{i1}=-Mω^{2}ε$

$P\_{i2}=mεω^{2}∙\left(\cos(φ)+\frac{ε}{r}∙\cos(2φ)\right)$

$P\_{A}=\sqrt{P\_{Ax}^{2}+P\_{Ay}^{2}}=\sqrt{P\_{i1}^{2}+P\_{12}^{2}∙\left(1+f\_{2}^{2}\right)-2P\_{i1}P\_{12}∙\left[\cos(\left(θ-φ\right)-f\_{2}\sin(\left(θ-φ\right)))\right]}$

$M\_{y}=-pP\_{12}∙\left(\sin(θ)+f\_{2}\cos(θ)\right)$

$P\_{12}=\frac{P+P\_{i1}}{k\_{1}∙\cos(θ-k\_{2}∙\sin(θ))}$

$P\_{D}=\frac{P\_{12}∙\left(\sin(θ)+f\_{2}\cos(θ)\right)}{z}∙l$

$P\_{C}=\frac{P\_{D}(l+z)}{l}$ , где $k\_{1}=1-\frac{f\_{1}f\_{2}(2l+z)}{z}$ и $k\_{2}=f\_{2}+\frac{f\_{1}\left(2l+z\right)}{z}$

и $\sin(θ)=\frac{ε}{r}∙\sin(φ)$

Для вычислений используется Excel

Исходные данные:

P=60 Н, r=0,05 м,$ ε$=0,02 м

L=0,05 м, z=0,02 м

М=1,15 кг , m=0,15кг

f1=0,1 f2=0,5

$ω=30\frac{1}{c}$

Задаем $φ от 0 до 360°.Шаг 5°$

По формулам рассчитываем параметры.

Можно многое смотреть, построив графики.

Построим , для примера $P\_{A}=P\_{A}$($φ)$



 Как видим из графика, максимальное значение (по модулю) реакции в подшипнике достигается, достигается при $φ=90°$.

$P\_{A}^{MAX}=234,2589 Н.$

Также можно построить графики для любых других параметров, например Му.

Их анализ можно производить математическими и статистическими функциями Excel.