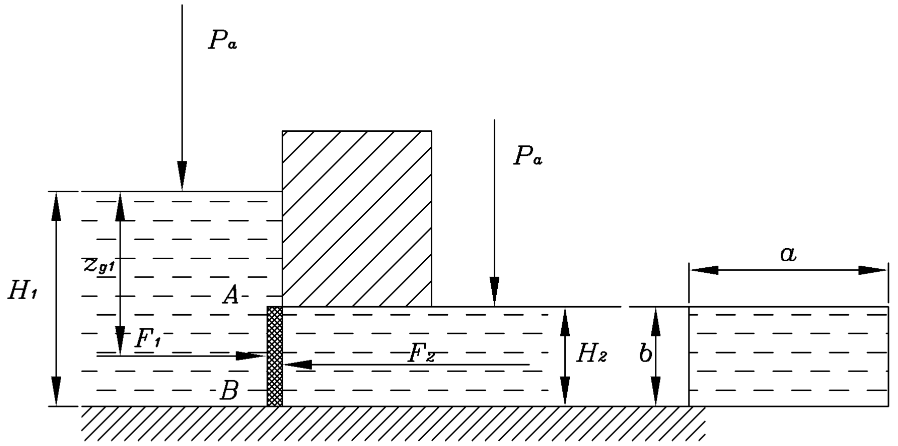
Содержание

Задача 1

Определить равнодействующую силу избыточного давления воды на плоский затвор, перекрывающий отверстие трубы. Определить координату $z_д$ точки приложения силы избыточного давления воды на указанную сторону затвора.

Дано: $H_1 = 4$ м; $H_2 = 1$ м; $\alpha = 90°$; форма поперечного сечения трубы: прямоугольник с основанием a и высотой b; $a = 2$м; $b = 1$м;сторона определения точки приложения силы давления – левая, координата $z_{д_1}$.



Решение

Поверхность воды справа и слева от затвора находится под атмосферным давлением, следовательно, нужно определить только силы избыточного давления воды на обе стороны затвора.

Сила F избыточного давления на стенку равна произведению избыточного давления в центре смоченной поверхности стенки на смоченную площадь S.

$$F = \gamma h_0 S$$

Площади смоченных поверхностей сторон затвора слева и справа равны между собой так как $H_2 \geq b$:

$S_1 = S_2 = S = a \cdot b$

Глубины погружения центров тяжести смоченных поверхностей:

$$h_{01} = H_1 - \frac{b}{2};\ h_{02} = \frac{H_2}{2}$$

Силы избыточного давления воды на левую и правую стороны затвора:

$$F_1 = \gamma S_1 h_{01} = \gamma ab\left(H_1 - \frac{b}{2}\right)$$

$$F_2 = \gamma S_2 h_{02} = \gamma ab\,\frac{H_2}{2}$$

Равнодействующая сил давления воды F равна разности сил F_1 и F_2

$$F = F_1 - F_2 = \gamma ab\left(H_1 - \frac{b}{2} - \frac{H_2}{2}\right) = 9810 \cdot 2 \cdot 1\left(4 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) = 58860\ \text{Н}$$

Координату точки приложения силы давления $z_{д_1}$ на левую сторону затвора определим по формуле:

$$z_{д_2} = \frac{I_y}{h_{01}S} = \frac{I_ц + Sh_{01}^2}{h_{01}S} = h_{01} + \frac{I_ц}{h_{01}S},$$

где $h_{01} = H_1 - \frac{b}{2}$ – координаты центра тяжести площади смоченной поверхности, $S = ab$ – площадь смоченной поверхности, $I_ц = \frac{ab^3}{12}$ – момент инерции смоченной поверхности справа относительно горизонтальной оси, проходящей через центр площади.

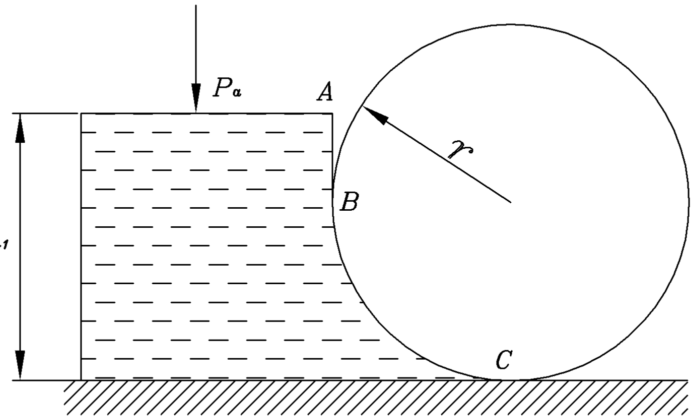
$$z_{д_1} = H_1 - \frac{b}{2} + \frac{\frac{ab^3}{12}}{\left(H_1 - \frac{b}{2}\right)ab} = H_1 - \frac{b}{2} + \frac{b^2}{12\left(H_1 - \frac{b}{2}\right)} = 4 - \frac{1}{2} + \frac{1^2}{12\left(4 - \frac{1}{2}\right)} =$$

$$= 3{,}523\ \text{м}.$$

Задача 21

Определить равнодействующую сил избыточного давления на 1 пог. м длины (нормально к поверхности чертежа) заданной поверхности. Найти угол наклона линии действия силы избыточного давления воды на заданную поверхность. Построить эпюры горизонтального, вертикального и нормального избыточных давлений на заданную поверхность.

Дано: Заданная поверхность ВС, $r = 2$м, $h_1 = 3$м.



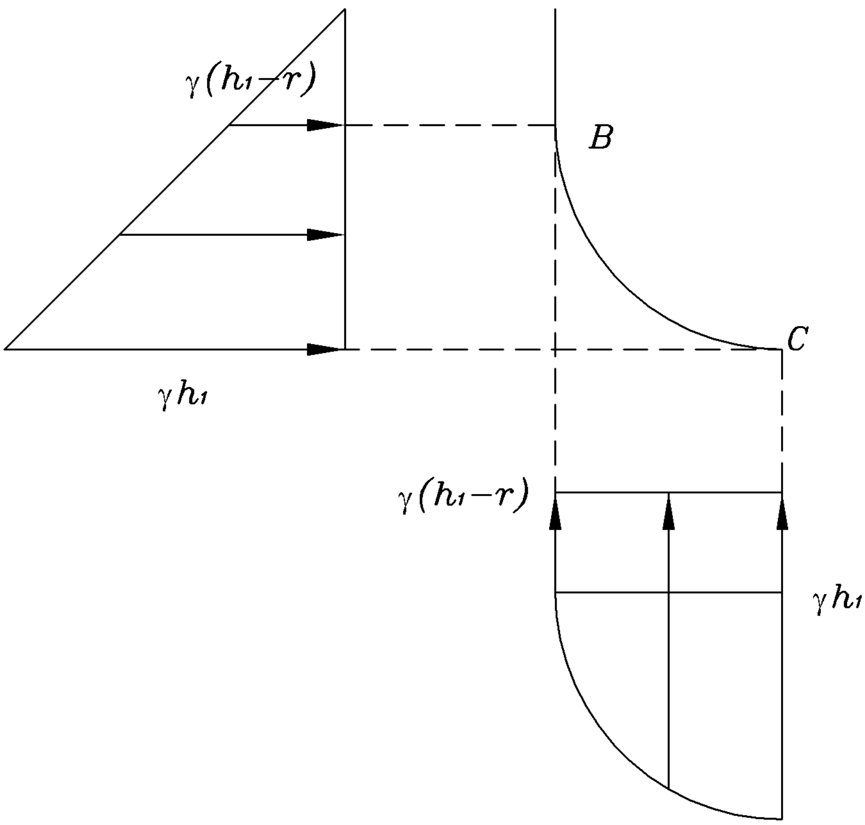
Решение

Избыточное давление в точках поверхности ВС определяем по основному уравнению гидростатики

$$P_{изб} = \gamma h$$

Строим эпюры горизонтального и вертикального давления. Эпюра горизонтального давления линейна, зависит только от глубины погружения. Эпюра вертикального давления подобна телу давления.

Сила давления на погонный метр (нормально к плоскости чертежа) цилиндрической поверхности численно равна площади соответствующей эпюры.



Сила горизонтального давления на поверхность ВС:

$$F_{\text{г}} = \frac{\gamma(h_1 - r) + \gamma h_1}{2} r \cdot 1 = \gamma\left(h_1 - \frac{r}{2}\right) r \cdot 1 = 9810\left(3 - \frac{2}{2}\right) 2 \cdot 1 = 39240 \text{ Н};$$

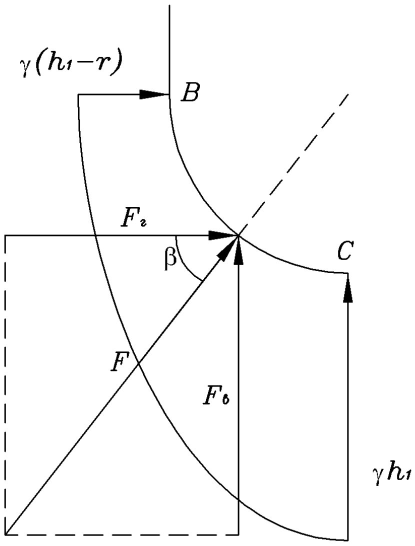
Сила вертикального избыточного давления на поверхность ВС:

$$F_{\text{в}} = \gamma\left((h_1 - r) \cdot r + \frac{\pi r^2}{4}\right) \cdot 1 = 9810\left((3 - 2) \cdot 2 + \frac{3{,}14 \cdot 2^2}{4}\right) \cdot 1 = 50439 \text{ Н};$$

Равнодействующую сил избыточного давления на 1 пог. м длины (нормально к поверхности чертежа) заданной поверхности:

$$F = \sqrt{F_{\text{г}}^2 + F_{\text{в}}^2} = \sqrt{39240^2 + 50439^2} = 63905{,}2 \text{ Н}$$

Для определения точки приложения силы F на поверхность ВС воспользуемся эпюрой нормального избыточного давления. Согласно свойству давления жидкости, в каждой точке поверхности ВС давление будет действовать по внутренней нормали, т.е. по радиусам к центру окружности. А давление в точках поверхности ВС определяется только основным уравнением гидростатики, т.е. глубиной погружения точек.



Из эпюры видно, что все силы давления направлены по радиусам четверти окружности ВС, следовательно, и линия действия F, как равнодействующей, обязана пройти тоже через центр окружности. Тангенс угла β наклона линии действия силы F к горизонту определяется по формуле:

$$\mathrm{tg}\,\beta = \frac{F_{\text{в}}}{F_{\text{г}}} = \frac{50439}{39240} = 1{,}285;$$

По значению тангенса находим величину угла $\beta = 52°07'$

Задача 51

Определить расход воды, проходящей по трубе переменного сечения, и давления в сечении х-х. Построить пьезометрическую линию и линию энергии (напорную). В расчетах принять коэффициент Дарси $\lambda = 0{,}025$; $d_1 = d_4 = 5\text{м} = 5000\text{мм}$. Сопротивлением колена без закругления можно пренебречь, у колена с закруглениями принять радиусы закругления $R = d_2$.

Дано: $p_1 = p_{\text{изб}} = 0{,}06$ МПа; $p_2 = p_{\text{абс}} = 0{,}12$ МПа; $H_1 = 18\text{м}$; $d_2 = 75\text{мм}$; $d_3 = 100\text{мм}$; $l_2 = 50\text{м}$; $z = 5\text{м}$; $l_3 = 200\text{м}$; $l_4 = 15\text{м}$; $\alpha = 20°$

Решение

Поставленные в условии задачи вопросы можно решить с помощью уравнения Бернулли для потока вязкой жидкости.

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + h_w$$

Проведем плоскость сравнения 0-0 по центру тяжести сечения выходного отверстия на правом конце трубопровода.

Выберем два живые сечения для уравнения Бернулли по свободной поверхности воды в резервуаре и по выходному сечению трубопровода. В этих сечениях все величины известны, а искомая скорость (необходимая для определения расхода, требуемого в задаче) войдет в выражение потерь энергии h_w.

Определим отдельные члены уравнения Бернулли для выбранных сечений. Геометрические высоты сечений *1-1* и *2-2* равны

$$z_1 = l_4 \sin\alpha + z + H_1 = 15 \cdot \sin 20° + 5 + 18 = 28{,}13 \text{ м};$$

$$z_2 = 0;$$

Избыточное давление в центре тяжести этих сечений равно

$$p_1 = p_{1\text{изб}} = 0{,}06 \text{ МПа};$$

$$p_2 = p_{2\text{изб}} = p_{2\text{абс}} - p_{\text{атм}} = 0{,}12 - 0{,}101325 = 0{,}018675 \text{ МПа};$$

Скоростным напором $\frac{\alpha v_1^2}{2g}$ можно пренебречь в связи с тем, что скорость движения воды в резервуарах значительно меньше скорости в трубе. Это легко доказать с помощью уравнения неразрывности $Q = v\omega$. Расход по всей системе одинаков, следовательно, скорости обратно пропорциональны d^2. Диаметр резервуара в 50-66,7 раз больше диаметров отдельных участков трубопровода, соответственно скорости меньше в 2500-4444 раз.

Скоростной напор в сечении 2-2:

$$\frac{\alpha v_4^2}{2\text{g}} = \frac{\alpha Q^2}{2\text{g}\omega_3^2} = 0{,}0827\frac{\alpha Q^2}{d_3^4}$$

Коэффициент Кориолиса α для живых сечений круглых труб при турбулентном режиме обычно ненамного превышает единицу. Поэтому принимаем упрощенно $\alpha = 1$.

Определим, в каком направлении будет двигаться вода.

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} > z_2 + \frac{p_2}{\gamma}$$

Следовательно, вода будет двигаться слева направо.

Находим потери энергии:

$$h_w = h_{\text{вх}} + h_{l_2} + h_{\text{расш}} + h_{l_3} + h_{l_4} + h_{\text{вых}},$$

где $h_{\text{вх}}$ – потери энергии на вход в трубу, h_{l_2}, h_{l_3}, h_4 – потери энергии по длине трубы, $h_{\text{расш}}$ – потери на расширение, $h_{\text{вых}}$ – потери на выход.

Каждую потерю энергии выражаем через соответствующие коэффициенты сопротивления и скоростной напор по формуле:

$$h_w = \xi\frac{v^2}{2g}$$

Местные потери энергии выражаем через скорость потока за местным сопротивлением.

$$h_{\text{вх}} = \xi_{\text{вх}}\frac{v_2^2}{2g} = 0{,}5\frac{v_2^2}{2g};\ h_{\text{расш}} = \xi_{\text{расш}}\frac{v_3^2}{2g} = \left(\frac{d_3^2}{d_2^2} - 1\right)\frac{v_3^2}{2g};$$

$$h_{l_2} = \lambda\frac{l_2}{d_2}\frac{v_2^2}{2g} = 0{,}025\frac{l_2}{d_2}\frac{v_2^2}{2g};\ h_{l_3} = \lambda\frac{l_3}{d_3}\frac{v_3^2}{2g} = 0{,}025\frac{l_3}{d_3}\frac{v_2^2}{2g};$$

$$h_{l_4} = \lambda\frac{l_4}{d_3}\frac{v_4^2}{2g} = 0{,}025\frac{l_4}{d_3}\frac{v_4^2}{2g};$$

$$h_{\text{вых}} = \xi_{\text{вых}} \frac{v_4^2}{2g} = 1 \cdot \frac{v_4^2}{2g};$$

Скоростной напор выразим через расход и площадь живого сечения по уравнению неразрывности:

$$\frac{v^2}{2\mathrm{g}} = \frac{Q^2}{2\mathrm{g}\omega^2} = \frac{16Q^2}{2\mathrm{g}\pi^2 d^4} = 0{,}0827 \frac{Q^2}{d^4}$$

Запишем окончательно потери энергии в функции расхода:

$$h_{\text{вх}} = 0{,}5 \cdot 0{,}0827 \frac{Q^2}{d_2^4} = 0{,}0414 \frac{Q^2}{d_2^4};$$

$$h_{\text{расш}} = \left(\frac{d_3^2}{d_2^2} - 1\right) \cdot 0{,}0827 \frac{Q^2}{d_3^4} = \left(\left(\frac{100}{75}\right)^2 - 1\right) \cdot 0{,}0827 \frac{Q^2}{d_3^4} =$$

$$= 0{,}7778 \cdot 0{,}0827 \frac{Q^2}{d_3^4} = 0{,}0643 \frac{Q^2}{d_3^4};$$

$$h_{l_2} = 0{,}025 \frac{l_2}{d_2} \cdot 0{,}0827 \frac{Q^2}{d_2^4} = 0{,}025 \frac{50}{0{,}075} \cdot 0{,}0827 \frac{Q^2}{d_2^4} = 1{,}3786 \frac{Q^2}{d_2^4};$$

$$h_{l_3} = 0{,}025 \frac{l_3}{d_3} \cdot 0{,}0827 \frac{Q^2}{d_3^4} = 0{,}025 \frac{200}{0{,}1} \cdot 0{,}0827 \frac{Q^2}{d_3^4} = 1{,}6540 \frac{Q^2}{d_3^4};$$

$$h_{l_4} = 0{,}025 \frac{l_4}{d_3} \cdot 0{,}0827 \frac{Q^2}{d_3^4} = 0{,}025 \frac{15}{0{,}1} \cdot 0{,}0827 \frac{Q^2}{d_3^4} = 0{,}3101 \frac{Q^2}{d_3^4};$$

$$h_{\text{вых}} = 0{,}0827 \frac{Q^2}{d_3^4};$$

Полученные результаты подставляем в исходное уравнение Бернулли и определяем расход.

$$28{,}13 + \frac{0{,}06 \cdot 10^6}{9810} = \frac{0{,}018675 \cdot 10^6}{9810} + Q^2 \left(\frac{0{,}0827}{d_3^4} + \frac{0{,}0414}{d_2^4} + \frac{0{,}0643}{d_3^4} + \right.$$

$$\left. + \frac{1{,}3786}{d_2^4} + \frac{1{,}6540}{d_3^4} + \frac{0{,}3101}{d_3^4} + \frac{0{,}0827}{d_3^4}\right)$$

или

$$34{,}25 = 1{,}9 + Q^2 \cdot 66817$$

$$Q^2 = 0{,}000484158; \; Q = 0{,}022 \text{ м}^3/\text{с} = 22 \text{ л/с}$$

Давление p_x в сечении $x - x$ можно определить с помощью уравнения Бернулли, составив его для сечения $x - x$ и любого поперечного сечения потока с известными характеристиками. Наиболее близким из таких сечений является поверхность воды в левом резервуаре. Для сечений *I-I* и $x - x$ составляем уравнение Бернулли:

$$l_4 \sin\alpha + z + H_1 + \frac{p_{1изб}}{\gamma} = l_4 \sin\alpha + \frac{p_{x\ изб}}{\gamma} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + h_w$$

или

$$z + H_1 + \frac{p_{1изб}}{\gamma} = \frac{p_{x\ изб}}{\gamma} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + h_w$$

Находим скоростной напор в сечении $x - x$ и потери энергии между выбранными сечениями:

$$\frac{\alpha v_2^2}{2g} = \frac{\alpha Q^2}{2g\omega_2^2} = 0{,}0827\frac{Q^2}{d_2^4}$$

$$h_w = h_{вх} + h_{l_2}$$

Используя полученные выше выражения для $h_{вх}, h_{l_2}$ и подставляя числовые значении, входящих в уравнение величин, находим:

$$\frac{p_{x\ изб}}{\gamma} = H_1 + z + \frac{p_{1изб}}{\gamma} - \frac{\alpha v_2^2}{2g} - h_{вх} - h_{l_2} =$$

$$= 34{,}25 - 0{,}022^2\,\frac{0{,}0827 + 0{,}0414 + 1{,}3786}{0{,}075^4} = 11{,}26\ м;$$

$p_{x\ изб} = 11{,}26 \cdot 9810\ Н/м^2 = 110460\ Па = 0{,}11046\ МПа.$

Для построения линии энергии (напорной) и пьезометрической линии подсчитаем числовые значения всех потерь энергии и скоростных напоров:

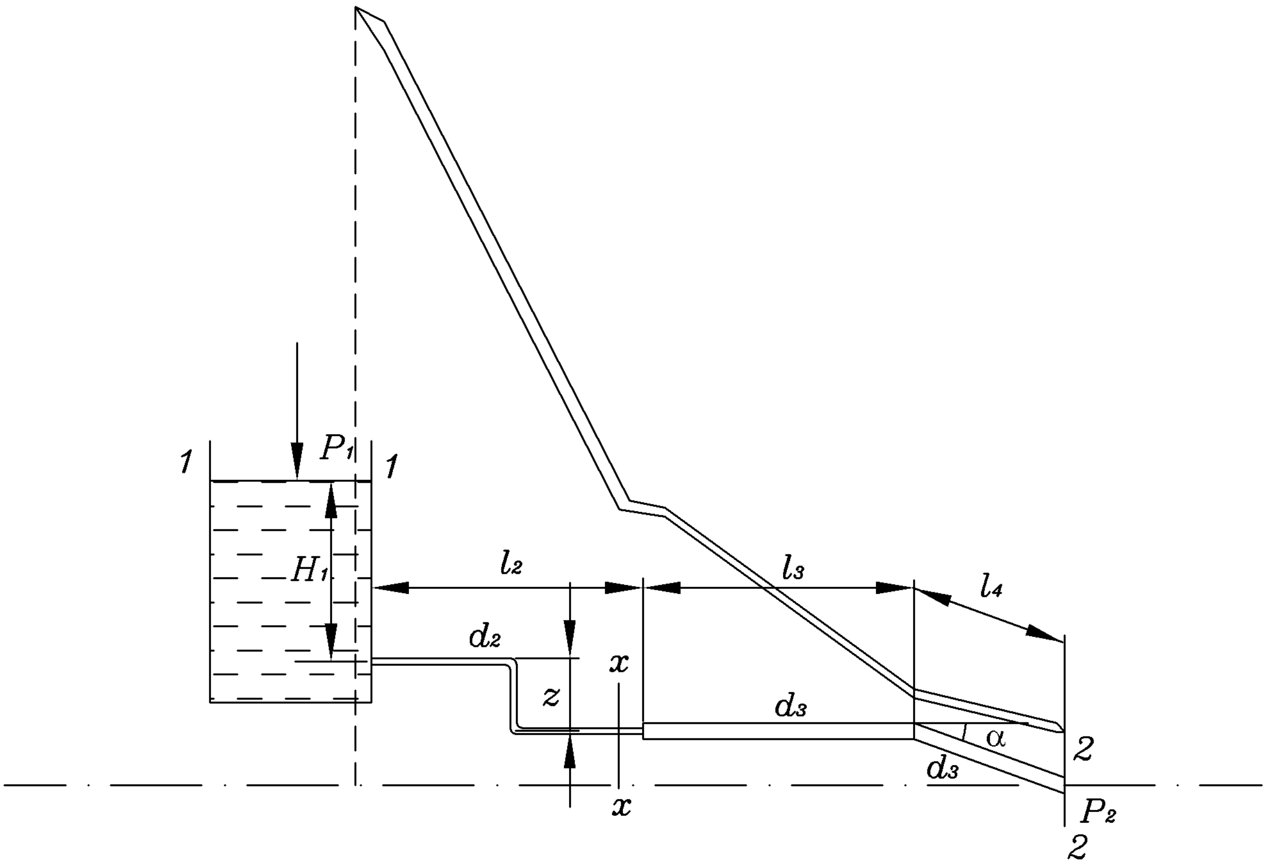
$h_{вх} = 0{,}633$ м; $h_{расш} = 0{,}311$ м; $h_{l_2} = 21{,}1$ м; $h_{l_3} = 8$ м; $h_{l_4} = 1{,}5$ м;

$h_{вых} = 0{,}4$м; $\frac{\alpha v_2^2}{2g} = 1{,}265$ м; $\frac{\alpha v_3^2}{2g} = \frac{\alpha v_4^2}{2g} = 0{,}4$ м.

Откладываем от плоскости сравнения $0 - 0$ значение гидродинамического напора для первого сечения, равное в данном случае пьезометрическому:

$$H_1 + z + \frac{p_{1изб}}{\gamma} = 34{,}25м$$

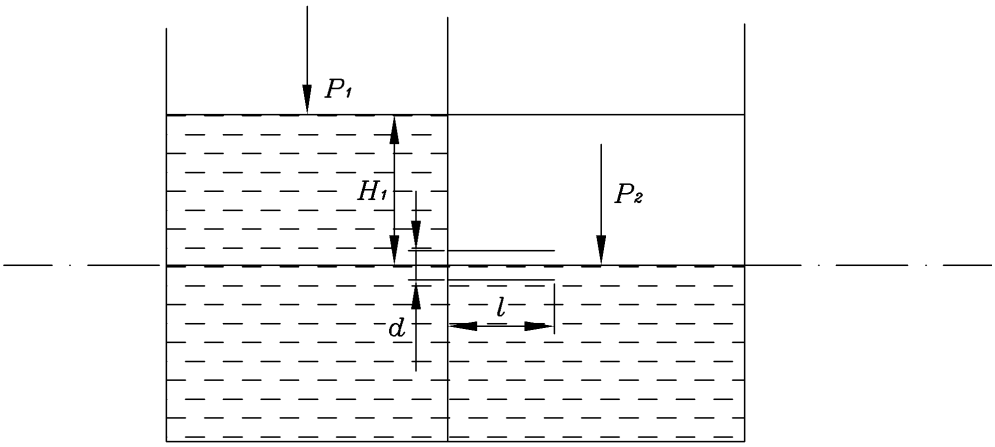
Дальше определяем ординаты линии энергии, вычитая из этой величины потери энергии до соответствующего сечения. Для построения пьезометрической линии энергии достаточно вычисть из ординат линии энергии скоростные напоры, соответствующие живым сечениям.



Задача 80

Определить расход воды, протекающий через насадок.

Дано: $H_1 = 6$м; $H_2 = 0$м; $d = 30$мм; $l = 90$мм; $p_1 = p_{изб} = 0{,}02$ МПа; $p_2 = p_{вак} = 0{,}01$ МПа;



Решение

Насадки и малые отверстия в тонкой стенке рассчитываются по формуле: $Q = \mu\omega\sqrt{2gH_0}$, где μ – коэффициент расхода, ω – площадь выходного отверстия, H_0 – полная энергия потока перед отверстием или насадком относительно центра тяжести выходного сечения.

Условия нормальной работы цилиндрического насадка следующие:

1. Обеспечение зарядки насадка во время пуска, т.е. изоляция зоны сжатия от доступа воздуха через выходное отверстие. Условие выполнено, т.к. $p_2 < p_1$
2. Относительная длина насадка должна быть в пределах $3{,}5 \div 4 \le \frac{l}{d} \le 6 \div 7$. В данной задаче: $\frac{l}{d} = \frac{90}{30} = 3$ – условие не выполняется, следовательно, насадок будет работать не как насадок полным выходным сечением, а как малое отверстие в тонкой стенке с коэффициентом расхода $\mu = 0{,}62$.

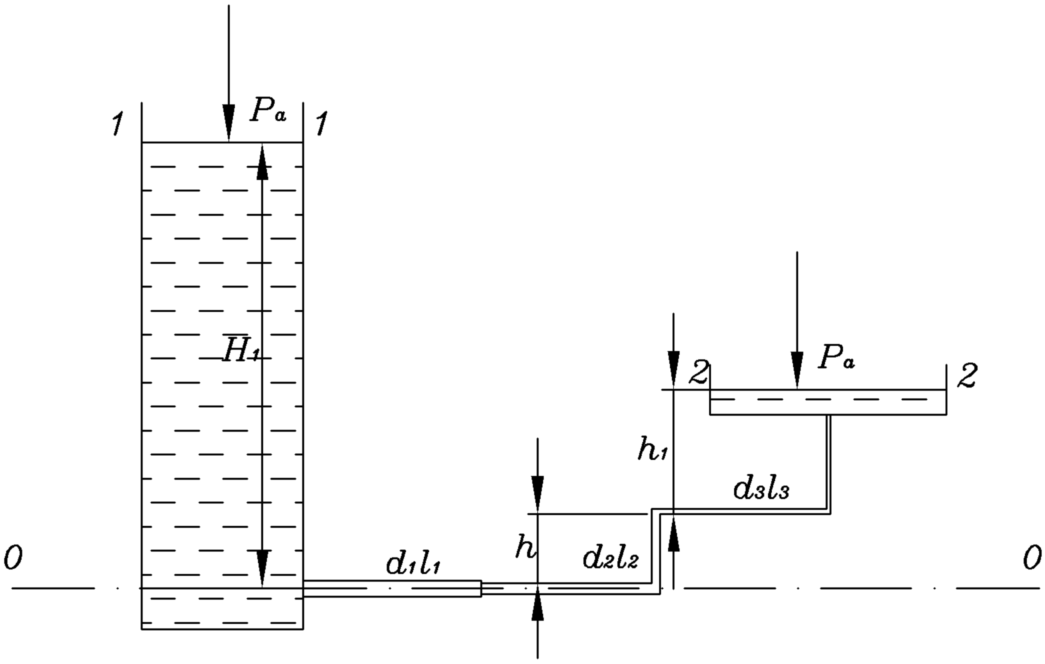
Гидродинамический напор $H_0 = H_1 + \frac{p_1}{\gamma} = H_1 + \frac{p_{изб}}{\gamma} = 6 + \frac{20000}{9810} = 8{,}04$ м

$$Q = 0{,}62 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}03^2}{4}\sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 8{,}04} = 0{,}0055 \text{ м}^3/\text{с} = 5{,}5 \text{ л/с}$$

Задача 91

Определить напор питающего резервуара. В расчетах принять квадратичный закон сопротивления и коэффициент шероховатости трубопроводов $n = 0{,}0125$

Дано: $Q = 30$ л/с; $h = 10$м; $h_1 = 15$м; $d_1 = 175$мм; $d_2 = 150$ мм; $d_3 = 125$ мм; $d_5 = 5000$ мм; $l_1 = 100$ м; $l_2 = 150$ м; $l_3 = 200$ м;



Решение

Решим задачу с помощью уравнения Бернулли для потока вязкой жидкости.

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + h_w$$

Проведем плоскость сравнения 0-0 как показано на рисунке. Имеем:

$$p_{1изб} = p_{2изб} = 0$$

$$z_1 = H_1;\ z_2 = h + h_1$$

Величинами $\frac{\alpha v_1^2}{2g}$ и $\frac{\alpha v_2^2}{2g}$ пренебрегаем в виду их малости. При расчете h_w местными сопротивлениями пренебрегаем. Таким образом,

$$H_1 = h + h_1 + h_w = h + h_1 + h_{l_1} + h_{l_2} + h_{l_3}$$

В зоне квадратичного сопротивления коэффициенты Дарси и Шези, а следовательно, и расходные характеристики зависят только от геометрии живого сечения потока и шероховатости русла. По таблицам находим:

при n = 0,0125 и $d_1 = 175$мм – $K_1 = 232$ л/с

при n = 0,0125 и $d_2 = 150$мм – $K_2 = 158$ л/с

при n = 0,0125 и $d_3 = 125$мм – $K_3 = 100$ л/с

Таким образом,

$$h_{l_1} = \left(\frac{Q}{K_1}\right)^2 l_1 = \left(\frac{30}{232}\right)^2 100 = 1{,}67 \text{ м};$$

$$h_{l_2} = \left(\frac{Q}{K_2}\right)^2 l_1 = \left(\frac{30}{158}\right)^2 150 = 5{,}41 \text{ м};$$

$$h_{l_3} = \left(\frac{Q}{K_3}\right)^2 l_3 = \left(\frac{30}{100}\right)^2 200 = 18 \text{ м};$$

Окончательно находим:

$$H_1 = 10 + 15 + 1{,}67 + 5{,}41 + 18 = 50{,}08 \text{ м}$$

Библиографический список

1. Богомолов А.И., Михайлов К.А. Гидравлика.-М.,1972.
2. Чугаев Р.Р. Гидравлика (техническая механика жидкости). –Л., 1975.
3. Железняков Г.В. Гидрометрия. – М., 1972.
4. Примеры гидравлических расчетов / Под ред. А.И. Богомолова.-М., 1977.
5. Бабкин В.Р., Черных Е.М., Яценко В.Н., Хузин В.Ю. Гидравлика открытых потоков и примеры их расчета.- Воронеж: 2005.
6. Справочник по гидравлическим расчетам / Под ред. П.К. Киселва - М.,1974