# 1 Задание

Рассчитать балку



Специальная нагрузка в пролете $l\_{3}$

# 2 Кинематический анализ

$$W=3D-2Ш-C\_{0}=3∙1-0-6=-3, Л=3$$

Диск «балка» и диск «земля» соединены шестью стержнями, не пересекающимися в одной точке. Для их объединения достаточно три стержня. Система геометрически неизменяема с тремя лишними связями.

#  3 Расчет балки на постоянную нагрузку (собственный вес, капитальное оборудование)

# 3.1 Заданная система



# 3.2 Основная система



$$M\_{0}=-19∙2,8∙\frac{2,8}{2}=-74,48 кНм; M\_{4}=0$$

$M\_{1}, M\_{2},M\_{3}$ неизвестны

# 3.3 Эпюры *MP* и *QP*

 Рассчитывая каждый пролет как отдельную балку, получим при постоянной нагрузке:

1) опорные реакции

$$A\_{1}=B\_{1}=\frac{19∙10}{2}=95 кН;$$

$$A\_{2}=B\_{2}=\frac{19∙11}{2}=104,5 кН;$$

$$A\_{3}=B\_{3}=\frac{19∙12}{2}=114 кН;$$

2) изгибающие моменты в серединах пролетов

$$M\_{1}=\frac{19∙10^{2}}{8}=237,5 кНм;$$

$$M\_{2}=\frac{19∙11^{2}}{8}=287,375 кНм;$$

$$M\_{3}=\frac{19∙12^{2}}{8}=342 кНм;$$



3) площади эпюр изгибающих моментов

$$ω\_{1}=\frac{2}{3}10∙237,5=1583,33 кН∙м^{2}, ω\_{2}=\frac{2}{3}11∙287,375=2107,42 кН∙м^{2};$$

$$ω\_{3}=\frac{2}{3}12∙342=2736 кН∙м^{2};ω\_{4}=0 кН∙м^{2};$$

# 3.4 Уравнение трех моментов

$$n=1 l\_{1}M\_{0}+2\left(l\_{1}+l\_{2}\right)M\_{1}+l\_{2}M\_{2}=-3\left(ω\_{1}+ω\_{2}\right);$$

$$n=2 l\_{2}M\_{1}+2\left(l\_{2}+l\_{3}\right)M\_{2}+l\_{3}M\_{3}=-3\left(ω\_{2}+ω\_{3}\right);$$

$$n=3 l\_{3}M\_{2}+2\left(l\_{3}+l\_{4}\right)M\_{3}+l\_{4}M\_{4}=-3\left(ω\_{3}+ω\_{4}\right);$$

Подставив сюда значения пролетов, площадей эпюр и уже известные моменты $M\_{0}$ и $M\_{4}$, получим:

$$10∙\left(-74,48\right)+2\left(10+11\right)M\_{1}+11∙M\_{2}=-3\left(1583,33+2107,42\right);$$

$$11∙M\_{1}+2∙\left(11+12\right)∙M\_{2}+12∙M\_{3}=-3\left(2107,42+2736\right);$$

$$12∙M\_{2}+2∙\left(12+0\right)∙M\_{3}+0=-3\left(2736+0\right);$$

# 3.5 Решение уравнений трех моментов и проверка решения

Решив уравнение с погрешностью $\pm 0,005кН∙м$, найдем:

$$M\_{1}=-191,41 кН; M\_{2}=-208,02 кН; M\_{3}=-237,99 кН; $$

При погрешности $0,005 кН∙м$ допустимые невязки

В ур. 1 $\pm 0,005∙\left(10+2\left(10+11\right)+11\right)=\pm 0,315кН∙м$;

В ур. 2 $\pm 0,005∙\left(11+2∙\left(11+12\right)+12\right)=\pm 0,345кН∙м$;

В ур. 3 $\pm 0,005∙\left(12+2∙12\right)=\pm 0,180кН∙м$;

Действительные невязки:

$$10∙\left(-74,48\right)+2\left(10+11\right)\left(-191,41\right)+11∙\left(-208,02\right)+$$

$$+3\left(1583,33+2107,42\right)=0,01<0,315;$$

$$11∙\left(-74,48\right)+2∙\left(11+12\right)∙\left(-191,41\right)+12∙\left(-208,02\right)+$$

$$+3\left(2107,42+2736\right)=-0,05<$$

$$12∙M\_{2}+2∙\left(12+0\right)∙M\_{3}+0=-3\left(2736+0\right);$$

Невязки допустимы.

# 3.6 Окончательные эпюры M и Q

Приращения поперечных сил

$$∆Q\_{2}=\frac{M\_{2}-M\_{1}}{l\_{2}}=\frac{-181,5-\left(211,75\right)}{11}=2,75 кН;$$

$$∆Q\_{3}=1,12 кН;∆Q\_{4}=14,47 кН;$$

**

# 3.7 Опорные реакции

$$R\_{1}=112,75-0=112,75 кН;$$

$$R\_{2}=101,12-\left(-107,25\right)=208,37 кН;$$

$$R\_{3}=104,47-\left(-98,88\right)=203,35 кН;$$

$$R\_{4}=40-\left(-75,53\right)=115,53 кН;$$

Проверка:

$$\sum\_{}^{}Y=112,75+208,37+203,35+115,53-20\left(11+10+9+2\right)=$$

$$=640-640=0$$

# 4 Расчет балки на временную нагрузку

# 4.1 Схема балки и эпюры Mp в основной системе при загружении каждого пролета по отдельности

Ординаты изгибающих моментов в серединах пролетов

$$M\_{2}=\frac{17∙11^{2}}{8}=257,13 кНм; M\_{3}=\frac{17∙10^{2}}{8}=212,5 кНм;$$

$$M\_{4}=\frac{17∙9^{2}}{8}=172,13 кНм;$$

Площади эпюр изгибающих моментов

$$ω\_{1}=0, ω\_{2}=\frac{2}{3}11∙257,13=1885,58 кН∙м^{2};$$

$$ω\_{3}=\frac{2}{3}10∙212,5=1416,67 кН∙м^{2};ω\_{4}=\frac{2}{3}9∙172,13=1032,75 кН∙м^{2};$$



# 4.2 Эпюра изгибающих моментов в заданной системе при загружении каждого пролета в отдельности

Загружен только 2-й пролет

$$2∙11∙M\_{1}+11∙M\_{2}=-3∙1885,58;$$

$$11∙M\_{1}+2∙\left(11+10\right)∙M\_{2}+10∙M\_{3}=-3∙1885,58;$$

$$10∙M\_{2}+2∙\left(10+9\right)∙M\_{3}+9∙M\_{4}=0;$$

Решив уравнения, получим: $M\_{1}=-214,18 кНм; M\_{2}=-85,89 кНм;$

$$M\_{3}=30,65 кНм;$$



Загружен только 3-й пролет

$$2∙11∙M\_{1}+11∙M\_{2}=0;$$

$$11∙M\_{1}+2∙\left(11+10\right)∙M\_{2}+10∙M\_{3}=-3∙1416,67;$$

$$10∙M\_{2}+2∙\left(10+9\right)∙M\_{3}+9∙M\_{4}=-3∙1416,67;$$

Получим: $M\_{1}=47,42 кНм; M\_{2}=-94,84 кНм; M\_{3}=-78,83 кНм;$



Загружен только 4-й пролет

$$2∙11∙M\_{1}+11∙M\_{2}=0;$$

$$11∙M\_{1}+2∙\left(11+10\right)∙M\_{2}+10∙M\_{3}=0;$$

$10∙M\_{2}+2∙\left(10+9\right)∙M\_{3}+9∙M\_{4}=-3∙1032,75;$

Решив уравнения, получим: $M\_{1}=-10,85 кНм; M\_{2}=21,70 кНм;$

$$M\_{3}=-79,19 кНм;$$



Загружен только консоль

$$2∙11∙M\_{1}+11∙M\_{2}=0;$$

$$11∙M\_{1}+2∙\left(11+10\right)∙M\_{2}+10∙M\_{3}=0;$$

$10∙M\_{2}+2∙\left(10+9\right)∙M\_{3}+9∙M\_{4}=0;$

Решив уравнения, получим: $M\_{1}=1,19 кНм; M\_{2}=-2,38 кНм;$

$$M\_{3}=8,69 кНм;$$



# 4.3 Объемлющие эпюры от временной нагрузки на участке 3



# 5 Расчет балки на специальную нагрузку

# 5.1 Эпюры Mp и Qp в основной системе

Определим опорные реакции и построим эпюры изгибающих моментов и поперечных сил в простой балке

$$\sum\_{}^{}M\_{A}=0: R\_{B}∙11-75∙6,6-25∙6,6∙\frac{6,6}{2}=0$$

$$R\_{B}=94,5 кН$$

$$\sum\_{}^{}Y=0: R\_{B}+R\_{A}-75-25∙6,6=0$$

$$R\_{A}=145,5 кН$$

Участок 1: $0<x<6,6$

$$Q=145,5-25∙x$$

$$Q\left(0\right)=145,5кН; Q\left(6,6\right)=145,5-25∙6,6=-19,5 кН;$$

$$145,5-25∙x=0 при x=5,82 м$$

$$M=145,5∙x-25∙\frac{x^{2}}{2}$$

$$M\left(0\right)=0; M\left(6,6\right)=145,5∙6,6-25∙\frac{6,6^{2}}{2}=415,8 кНм;$$

$$M\left(5,82\right)=145,5∙5,82-25∙\frac{5,82^{2}}{2}=423,405 кНм.$$

Стрелка $f=\frac{25∙6,6^{2}}{8}=136,125 кНм$

Участок 2: $0<x<4,4$

$$Q=-94,5 кН;$$

$$M=94,5∙x$$

$$M\left(0\right)=0; M\left(4,4\right)=94,5∙4,4=415,8 кНм;$$

**



Статические моменты

$$S\_{2}^{A}=\frac{2}{3}6,6∙136,125∙\frac{6,6}{2}+\frac{1}{2}6,6∙415,8∙\frac{2}{3}6,6+\frac{1}{2}4,4∙415,8∙\left(6,6+\frac{4,4}{3}\right)=$$

$$=15393 кН∙м^{3};$$

$$S\_{2}^{B}=\frac{2}{3}6,6∙136,125∙\left(4,4+\frac{6,6}{2}\right)+\frac{1}{2}6,6∙415,8∙\left(\frac{1}{3}6,6+4,4\right)+$$

$$+\frac{1}{2}4,4∙415,8∙\frac{2}{3}4,4=16351,3 кН∙м^{3};$$

# 5.2 Уравнение трех моментов

При загружении только второго пролета в основной системе $M\_{0}=M\_{4}=0$. Так как пролет загружен не по всей длине, уравнения трех моментов составляем, пользуясь общей формулой.

$$2∙11∙M\_{1}+11∙M\_{2}=-6\frac{16351,3}{11};$$

$$11∙M\_{1}+2∙\left(11+10\right)∙M\_{2}+10∙M\_{3}=-6\frac{15393}{11};$$

$10∙M\_{2}+2∙\left(10+9\right)∙M\_{3}+9∙M\_{4}=0;$

Решив уравнения, найдем,

$$M\_{1}=-3820,2 кН; M\_{2}=-1278,6 кН; M\_{3}=336,5 кН; $$

# 5.3 Эпюры M и Q в заданной системе

Приращения поперечных сил

$$∆Q\_{2}=\frac{-1278,6-\left(-3820,2\right)}{11}=231,1 кН;$$

$$∆Q\_{3}=\frac{336,5-\left(-1278,6\right)}{10}=161,5 кН;$$

$$∆Q\_{4}=\frac{0-336,5}{9}=-37,4 кН;$$

# Опорные реакции

$$R\_{1}=376,6-0=376,6 кН;$$

$$R\_{2}=161,5-136,6=24,9 кН;$$

$$R\_{3}=-37,4-161,5=-198,9 кН;$$

$$R\_{4}=0-\left(-37,4\right)=37,4 кН;$$

Проверка:

$$\sum\_{}^{}Y=376,6+24,9-198,9+37,4-25∙6,6-75=240-240=0$$



# 6 Построение эскизов линий влияния



# Список литературы

1. Дарков А.В. Строительная механика. М., 1976
2. Киселев В.А. Строительная механика (специальный курс). М., 1980
3. Клейн Г.К., Рекач В.Г., Розенблат Г.И. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики, 1972