

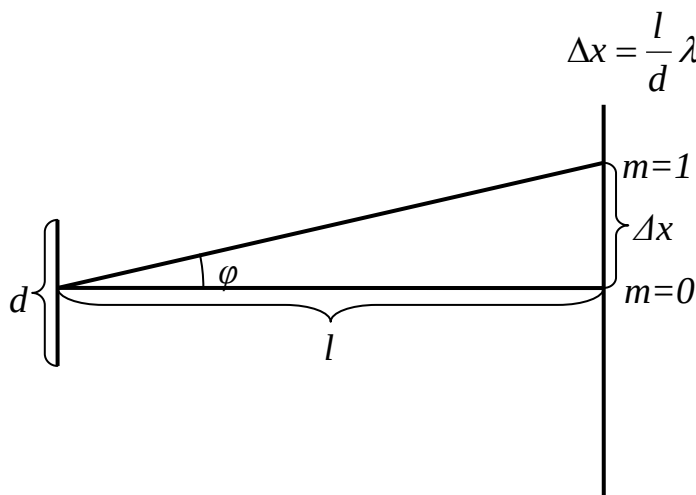
Тема 1. Интерференция света

Задача №1.14

В опыте Юнга расстояние l от щелей до экрана равно 3 м. Определить угловое расстояние между соседними светлыми полосами, если третья светлая полоса на экране отстоит от центра интерференционной картины на расстоянии 4,5 мм. Ответ: $5 \cdot 10^{-4}$ рад.

Решение:

Дано: $l = 3 \text{ м}$ $x_{\max} = 4,5 \text{ мм}$ $m = 3$ $\varphi = ?$	СИ: $4,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$	Из рисунка видно, что $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\Delta x}{l} \quad (1),$ где Δx - расстояние между двумя соседними максимумами (или минимумами), называемое <i>шириной интерференционной полосы</i> , равно
---	--------------------------------------	--



$$\Delta x = \frac{l}{d} \lambda_0 \quad (2).$$

Максимумы интенсивности будут наблюдаться в случае

$$x_{\max} = m \frac{l}{d} \lambda_0, \text{ где } m = 0, 1, 2, \dots \quad (3).$$

Выразим из (3) $\frac{\lambda_0}{d}$ $\left(\frac{\lambda_0}{d} = \frac{x_{\max}}{lm} \right)$ и подставим в (2). Тогда получим

$$\Delta x = \frac{x_{\max}}{m} \quad (4).$$

Подставим (4) в (1):

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{x_{\max}}{ml} \quad (5).$$

Так как $l \gg x_{\max}$, то угол φ очень мал. Тогда $\operatorname{tg} \varphi \sim \varphi$. Значит, (5) запишем так

$$\varphi = \frac{x_{\max}}{ml} \quad (6).$$

Вычислим φ :

$$\varphi = \frac{4,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}}{3 \cdot 3 \text{ м}} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ рад}.$$

Ответ: $5 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$.

Задача №1.15

Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 0,6 \text{ мкм}$, падающим нормально. Пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено жидкостью, и наблюдение ведется в проходящем свете. Радиус кривизны линзы $R = 4 \text{ м}$. Определить показатель преломления жидкости, если радиус второго светлого кольца $r = 1,8 \text{ мм}$. Ответ: 1,48.

Решение:

Дано:	СИ:	В проходящем свете оптическая разность хода, при условии, что параллельный пучок света падает нормально на плоскую поверхность линзы,
$\lambda = 0,6 \text{ мкм}$	$6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$	
$R = 4 \text{ м}$		
$r = 1,8 \text{ мм}$	$1,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$	
$m = 2$		
$n = ?$		

$$\Delta = 2dn \text{ или } n = \frac{\Delta}{2d} \quad (1).$$

По теореме Пифагора

$$(R - d)^2 + r^2 = R^2;$$

$$r^2 = R^2 - (R - d)^2;$$

$$r^2 = 2Rd - d^2 \quad (2).$$

Когда радиус кривизны R линзы большой, d очень мал. Тогда (2) перепишем в виде

$$r^2 = 2Rd \text{ или } d = \frac{r^2}{2R} \quad (3).$$

Условие максимума в проходящем свете

$$\Delta = m\lambda, \text{ где } m = 0, 1, 2, \dots \quad (4).$$

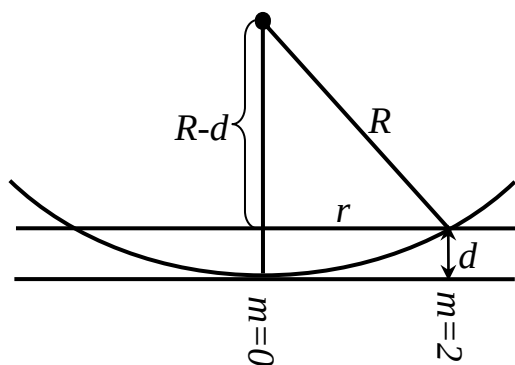
Подставим (3) и (4) в (1):

$$n = \frac{m\lambda}{2 \cdot \frac{r^2}{2R}} = \frac{m\lambda R}{r^2} \quad (5).$$

Вычислим n :

$$n = \frac{2 \cdot 6 \cdot 10^{-7} \text{ м} \cdot 4 \text{ м}}{(1,8 \cdot 10^{-3} \text{ м})^2} \approx 1,48.$$

Ответ: 1,48.



Задача №1.19

Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим нормально. При заполнении пространства между линзой и стеклянной пластинкой прозрачной жидкостью радиусы темных колец в отраженном свете уменьшились в 1,21 раза. Определить показатель преломления жидкости. Ответ: 1,46.

Решение:

Дано:	Запишем формулу (5) из предыдущей задачи для каждой среды (воздух и жидкость соответственно):
$n_1 = 1$	
$\frac{r_1}{r_2} = 1,21$	
$n_2 = ?$	

$$n_1 = \frac{m\lambda R}{r_1^2} \quad (1),$$
$$n_2 = \frac{m\lambda R}{r_2^2} \quad (2).$$

Разделив (2) на (1) и упростив полученное выражение, имеем:

$$n_2 = \frac{r_1^2}{r_2^2} n_1 \quad (3).$$

Вычислим n_2 :

$$n_2 = (1,21)^2 \cdot 1 \approx 1,46.$$

Ответ: 1,46.

Тема 2. Дифракция света

Задача №2.1

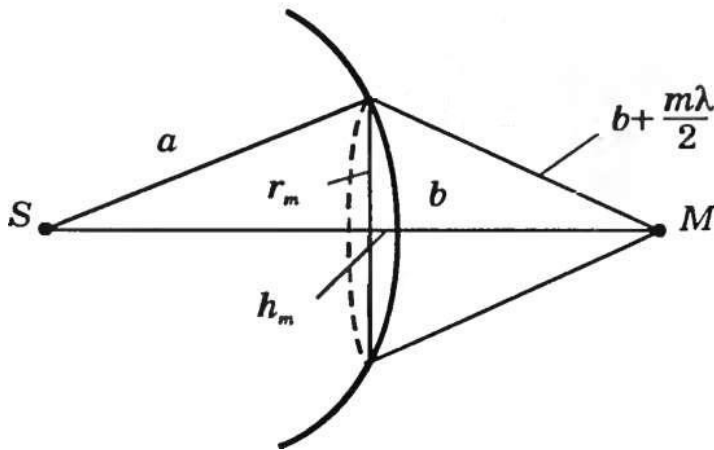
Точечный источник света ($\lambda = 0,5 \text{ мкм}$) расположен на расстоянии $a = 1 \text{ м}$ перед диафрагмой с круглым отверстием диаметра $d = 2 \text{ мм}$. Определить расстояние b от диафрагмы до точки наблюдения, если отверстие открывает три зоны Френеля. Ответ: 2 м .

Решение:

Дано:	СИ:	Дважды применим теорему Пифагора для прямоугольных треугольников, изображенных на рисунке:
$\lambda = 0,5 \text{ мкм}$	$5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$	
$a = 1 \text{ м}$		
$d = 2 \text{ мм}$	$2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$	
$m = 3$		
$b = ?$		

$$(a - h_m)^2 + r_m^2 = a^2 \quad (1);$$

$$(b + h_m)^2 + r_m^2 = \left(b + m \frac{\lambda}{2}\right)^2 \quad (2).$$



Выразим из уравнения (1) h_m :

$$(a - h_m)^2 = a^2 - r_m^2;$$

$$h_m = a - \sqrt{a^2 - r_m^2} \quad (3).$$

Подставим (3) в (2):

$$\left(b + a - \sqrt{a^2 - r_m^2}\right)^2 + r_m^2 = \left(b + m \frac{\lambda}{2}\right)^2;$$

$$(a + b)^2 - 2(a + b)\sqrt{a^2 - r_m^2} + (a^2 - r_m^2) + r_m^2 = b^2 + bm\lambda + \frac{m^2 \lambda^2}{4};$$

$$a^2 + 2ab + b^2 - 2a\sqrt{a^2 - r_m^2} - 2b\sqrt{a^2 - r_m^2} + a^2 - r_m^2 + r_m^2 = b^2 + bm\lambda + \frac{m^2 \lambda^2}{4};$$

$$2ab - 2b\sqrt{a^2 - r_m^2} - bm\lambda = 2a\sqrt{a^2 - r_m^2} - 2a^2 + \frac{m^2 \lambda^2}{4};$$

$$b(2a - 2\sqrt{a^2 - r_m^2} - m\lambda) = 2a\sqrt{a^2 - r_m^2} - 2a^2 + \frac{m^2 \lambda^2}{4};$$

$$b = \frac{2a\sqrt{a^2 - r_m^2} - 2a^2 + \frac{m^2 \lambda^2}{4}}{2a - 2\sqrt{a^2 - r_m^2} - m\lambda} = \frac{\frac{m^2 \lambda^2}{4} - 2a(a - \sqrt{a^2 - r_m^2})}{2(a - \sqrt{a^2 - r_m^2}) - m\lambda} \quad (4).$$

Заменим слагаемые эквивалентными:

$$a - \sqrt{a^2 - r_m^2} = \frac{(a - \sqrt{a^2 - r_m^2}) \cdot (a + \sqrt{a^2 - r_m^2})}{a + \sqrt{a^2 - r_m^2}} = \frac{a^2 - a^2 + r_m^2}{a + \sqrt{a^2 - r_m^2}} = \frac{r_m^2}{a + \sqrt{a^2 - r_m^2}} \quad (5).$$

Так как $a \gg r_m$, то $a + \sqrt{a^2 - r_m^2} \approx 2a$ (6).

Подставим (6) в (5):

$$a - \sqrt{a^2 - r_m^2} \approx \frac{r_m^2}{2a} \quad (7).$$

Подставим (7) в (4):

$$b = \frac{\frac{m^2 \lambda^2}{4} - 2a \cdot \frac{r_m^2}{2a}}{2 \cdot \frac{r_m^2}{2a} - m\lambda} = \frac{\frac{m^2 \lambda^2}{4} - r_m^2}{\frac{r_m^2}{a} - m\lambda} = \frac{ar_m^2 - \frac{m^2 \lambda^2 a}{4}}{m\lambda a - r_m^2} \quad (8).$$

В числителе формулы (8) второе слагаемое намного меньше первого, т. к. $\lambda \ll r_m$, поэтому им можно пренебречь:

$$b = \frac{ar_m^2 - \frac{m^2 \lambda^2 a}{4}}{m\lambda a - r_m^2} \approx \frac{ar_m^2}{m\lambda a - r_m^2} \quad (9).$$

Выразим радиус r_m через диаметр d :

$$r_m = \frac{d}{2} \quad (10).$$

Подставим (10) в (9):

$$b = \frac{a \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2}{m\lambda a - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{ad^2}{4m\lambda a - d^2} \quad (11).$$

Вычислим b :

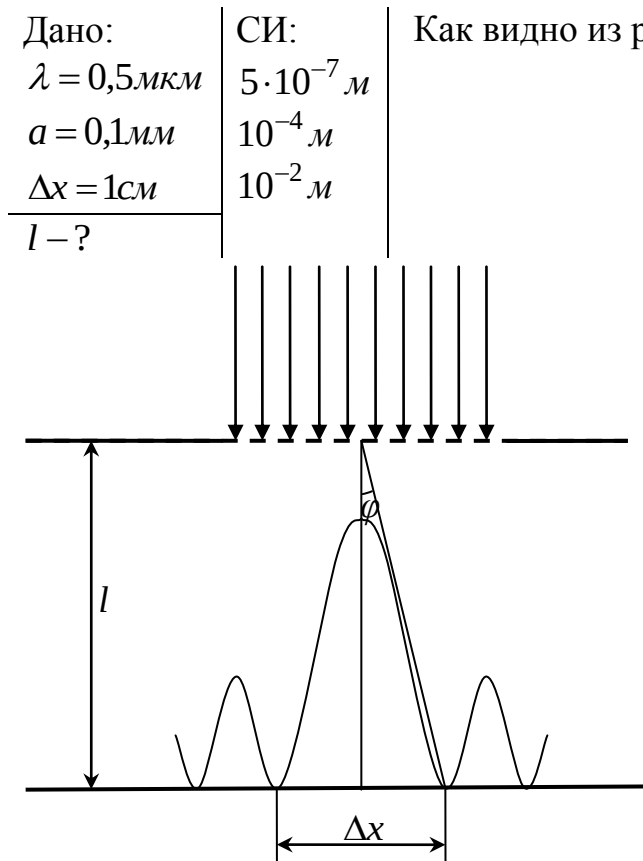
$$b = \frac{1_m \cdot (2 \cdot 10^{-3} \text{ м})^2}{4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 10^{-7} \text{ м} \cdot 1_m - (2 \cdot 10^{-3} \text{ м})^2} = \frac{4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3}{6 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 - 4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2} = 2 \text{ м}.$$

Ответ: 2 м.

Задача №2.17

На щель шириной $a = 0,1 \text{ мм}$ падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$. Дифракционная картина наблюдается на экране, расположенном параллельно щели. Определить расстояние l от щели до экрана, если ширина центрального дифракционного максимума $\Delta x = 1 \text{ см}$. Ответ: 1 м .

Решение:



$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{\Delta x}{2}}{l} = \frac{\Delta x}{2l} \quad \text{или} \quad l = \frac{\Delta x}{2 \operatorname{tg} \varphi} \quad (1).$$

Определим $\operatorname{tg} \varphi$ из условия дифракционного минимума:

$$a \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad \text{где } m = 0, 1, 2, \dots$$

Понятно, что $m=1$. Тогда

$$\sin \varphi = \frac{\lambda}{a} \quad (2).$$

Выразим $\operatorname{tg} \varphi$ через $\sin \varphi$:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sin \varphi}{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi}} \quad (3).$$

Подставим (2) в (3):

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{\lambda}{a}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{a}\right)^2}} \quad \text{или} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\lambda}{\sqrt{a^2 - \lambda^2}} \quad (4).$$

Подставим (4) в (1):

$$l = \frac{\Delta x}{2 \frac{\lambda}{\sqrt{a^2 - \lambda^2}}} = \frac{\Delta x \sqrt{a^2 - \lambda^2}}{2 \lambda} \quad (5).$$

Так как $\lambda \ll a$, то вторым слагаемым под корнем в формуле (5) можно пренебречь:

$$l = \frac{a \Delta x}{2 \lambda} \quad (6).$$

Вычислим l :

$$l = \frac{10^{-2} \text{ м} \cdot 10^{-4} \text{ м}}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}} = 1 \text{ м}.$$

Ответ: 1 м .

Задача №2.39

Определить длину волны, для которой дифракционная решетка с постоянной $d = 3 \text{ мкм}$ в спектре второго порядка имеет угловую дисперсию $D = 7 \cdot 10^5 \text{ рад/м}$. Ответ: 457 нм .

Решение:

Дано:	СИ:	Длину волны λ найдем из условия главного максимума дифракционной решетки:
$d = 3 \text{ мкм}$	$3 \cdot 10^{-6} \text{ м}$	$d \sin \varphi = \pm m \lambda$, где $m = 0, 1, 2, \dots$ (1);
$m = 2$		$\lambda = \frac{d \sin \varphi}{m}$ (2).
$D = 7 \cdot 10^5 \text{ рад/м}$		Угловая дисперсия определяется как частная производная:
$\lambda - ?$		

$$D = \frac{\delta \varphi}{\delta \lambda} \quad (3).$$

Выразим из (2) $\sin \varphi$ и φ :

$$\sin \varphi = \frac{m \lambda}{d} \quad (4).$$

$$\varphi = \arcsin \frac{m \lambda}{d} \quad (5).$$

Подставим (5) в (3):

$$D = \frac{\delta \left(\arcsin \frac{m \lambda}{d} \right)}{\delta \lambda} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{m \lambda}{d} \right)^2}} \cdot \frac{m}{d} \quad (6).$$

Перепишем (6), используя (4):

$$D = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi}} \cdot \frac{m}{d} = \frac{m}{d \cdot \cos \varphi} \quad \text{или} \quad \sin \varphi = \sqrt{1 - \left(\frac{m}{d \cdot D} \right)^2} \quad (7).$$

Подставим (7) в (2):

$$\lambda = \frac{d \sqrt{1 - \left(\frac{m}{d \cdot D} \right)^2}}{m} = \sqrt{\left(\frac{d}{m} \right)^2 - D^{-2}} \quad (8).$$

Вычислим λ :

$$\lambda = \sqrt{\left(\frac{3 \cdot 10^{-6} \text{ м}}{2} \right)^2 - \left(7 \cdot 10^5 \text{ рад/м} \right)^{-2}} \approx 4,57 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 457 \text{ нм}.$$

Ответ: 457 нм .

Тема 3. Взаимодействие электромагнитных волн с веществом

Задача №3.1

Доказать, что если монохроматический пучок света падает на грань призмы с показателем преломления n под малым углом, то при малом преломляющем угле A призмы угол отклонения φ лучей призмой не зависит от угла падения и равен $A(n-1)$.

Решение:

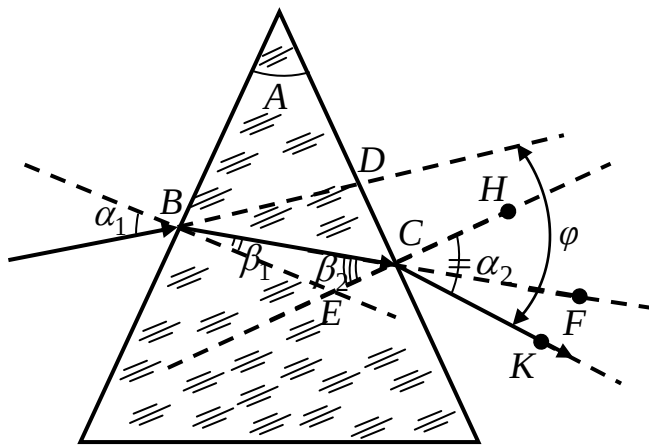
Дано:	Как видно из рисунка
n	$\varphi = \angle DBC + \angle FCK$ (1).
A	
α_1 - мал	Углы α_1 и $\angle DBE$ вертикальные. Значит,
$\varphi = A(n-1) - ?$	$\angle DBC = \alpha_1 - \beta_1$ (2).

Аналогично,

$$\angle FCK = \alpha_2 - \beta_2$$
 (3).

Подставим (2) и (3) в (1):

$$\varphi = \alpha_1 - \beta_1 + \alpha_2 - \beta_2 = \alpha_1 + \alpha_2 - (\beta_1 + \beta_2)$$
 (4).



$\angle ABE$ - прямой (по построению). Значит,

$$\angle ABC = 90^\circ - \beta_1$$
 (5).

Аналогично,

$$\angle ACB = 90^\circ - \beta_2$$
 (6).

Применив теорему о сумме углов треугольника к $\triangle ABC$, получим:

$$\angle ABC + \angle ACB + A = 180^\circ$$
 (7).

Подставим (5) и (6) в (7):

$$90^\circ - \beta_1 + 90^\circ - \beta_2 + A = 180^\circ \text{ или } \beta_1 + \beta_2 = A$$
 (8).

Применим закон преломления света для лучей, падающих на точки B и C :

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = n$$
 (9);

$$\frac{\sin \beta_2}{\sin \alpha_2} = \frac{1}{n}$$
 (10).

Так как α_1 мал, то углы α_2 , β_1 и β_2 тоже малы. Тогда выражения (9) и (10) можно заменить следующими выражениями соответственно:

$$\frac{\alpha_1}{\beta_1} = n \text{ или } \alpha_1 = n\beta_1 \quad (11);$$

$$\frac{\beta_2}{\alpha_2} = \frac{1}{n} \text{ или } \alpha_2 = n\beta_2 \quad (12).$$

Подставим (11) и (12) в (4)

$$\varphi = n\beta_1 + n\beta_2 - (\beta_1 + \beta_2) = n(\beta_1 + \beta_2) - (\beta_1 + \beta_2) = (\beta_1 + \beta_2)(n-1) \quad (13).$$

Подставим (8) в (13):

$$\varphi = A(n-1) \quad (14).$$

Ответ: $\varphi = A(n-1)$.

Тема 4. Поляризация света

Задача №4.1

Описать поведение светового вектора $\vec{E}$ в данной точке пространства в случае эллиптически поляризованного света.

Решение:

Пусть плоскость поляризации падающего на пластинку поляризованного света составляет угол α с плоскостью главного сечения пластинки (плоскость YOZ). Амплитуды A_o и A_e колебаний обыкновенной и необыкновенной волн будут равны, соответственно:

$$A_e = E_0 \cdot \cos \alpha \quad (1),$$

$$A_o = E_0 \cdot \sin \alpha \quad (2),$$

где E_0 - амплитуда колебаний в падающей волне.

Тогда компоненты вектора $\vec{E}$ для падающего света можно записать в виде

$$E_x = E_0 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \omega t = A_o \cdot \cos \omega t \quad (3),$$

$$E_y = E_0 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \omega t = A_e \cdot \cos \omega t \quad (4).$$

Разность фаз между колебаниями в момент падения на пластинку равна нулю, если падающий свет имеет линейную поляризацию.

Поскольку скорости обеих волн различны, изменения фаз для них при прохождении через пластинку будут неодинаковы. Пренебрегая потерями на отражение, можно записать компоненты вектора для света, выходящего из пластинки, в виде

$$E_x = A_o \cdot \cos(\omega t + \delta') \quad (5),$$

$$E_y = A_e \cdot \cos(\omega t + \delta'') = A_e \cdot \cos(\omega t + \delta' + \delta) \quad (6),$$

где $\delta' = \omega \frac{d}{v_o} = \frac{\omega d n_o}{c} = k d n_o$, $\delta'' = k d n_e$.

Следовательно, вносимая пластинкой разность фаз δ и разность хода Δ запишется следующим образом:

$$\delta = \delta'' - \delta' = k d (n_e - n_o) \quad (7),$$

$$\Delta = d (n_e - n_o) \quad (8).$$

После выхода из пластинки обыкновенный и необыкновенный лучи, складываясь, дают свет эллиптической поляризации. Ориентация осей эллипса и соотношение между ними будут зависеть от поляризации падающего на пластинку света, толщины и ориентации пластинки.

Исследуем напряженность электрического поля суммарного колебания в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волн, т. е. при фиксированном значении z . С течением времени конец вектора $\vec{E}$ ($\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j}$)

описывает в плоскости XOY некоторую замкнутую кривую. Найдем уравнение этой кривой, исключив время t .

Перепишем (6) в виде:

$$E_y = A_e \cdot \cos(\omega t + kdn_0) \cdot \cos \delta - A_e \cdot \sin(\omega t + kdn_0) \cdot \sin \delta \quad (9),$$

используя формулу $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$.

Выразим $\cos(\omega t + kdn_0)$ из формулы (3):

$$\cos(\omega t + kdn_0) = \frac{E_x}{A_o} \quad (10).$$

Выразим $\sin(\omega t + kdn_0)$ через $\cos(\omega t + kdn_0)$, используя основное тригонометрическое тождество ($\sin^2 \alpha + \cos^2 \beta = 1$) и учитывая (10):

$$\sin(\omega t + kdn_0) = \sqrt{1 - \frac{E_x^2}{A_o^2}} \quad (11).$$

Подставим (10) и (11) в (9):

$$E_y = A_e \cdot \frac{E_x}{A_o} \cdot \cos \delta - A_e \cdot \sqrt{1 - \frac{E_x^2}{A_o^2}} \cdot \sin \delta;$$

$$A_e \cdot \frac{E_x}{A_o} \cdot \cos \delta - E_y = A_e \cdot \sqrt{1 - \frac{E_x^2}{A_o^2}} \cdot \sin \delta;$$

$$\frac{A_e^2 E_x^2}{A_o^2} \cdot \cos^2 \delta - 2E_y E_x \frac{A_e}{A_o} \cos \delta + E_y^2 = A_e^2 \sin^2 \delta - \frac{A_e^2 E_x^2}{A_o^2} \cdot \sin^2 \delta;$$

$$\frac{A_e^2 E_x^2}{A_o^2} (\cos^2 \delta + \sin^2 \delta) - 2E_y E_x \frac{A_e}{A_o} \cos \delta + E_y^2 = A_e^2 \sin^2 \delta;$$

$$\frac{A_e^2 E_x^2}{A_o^2} - 2E_y E_x \frac{A_e}{A_o} \cos \delta + E_y^2 = A_e^2 \sin^2 \delta.$$

Разделим обе части последнего выражения на A_e^2 :

$$\frac{E_x^2}{A_o^2} - 2 \frac{E_y E_x}{A_o A_e} \cos \delta + \frac{E_y^2}{A_e^2} = \sin^2 \delta \quad (12).$$

Это есть уравнение эллипса, форма и ориентация которого относительно осей зависит от значений α и δ (значение α определяет соотношение между A_o и A_e). Следовательно, при прохождении линейно поляризованного света через кристаллическую пластинку получаем световую волну, конец вектора $\vec{E}$ которой описывает в плоскости XOY за период эллипс при фиксированном значении z . Такой свет называется эллиптически поляризованным. Частными случаями эллиптической поляризации являются линейная и круговая поляризации.

Задача №4.17

Параллельный пучок света падает нормально на пластинку из исландского шпата, толщиной 50 мкм , вырезанную параллельно оптической оси. Принимая показатели преломления исландского шпата для обыкновенного и необыкновенного лучей соответственно $n_o = 1,66$ и $n_e = 1,49$, определить разность хода этих лучей, прошедших через пластинку. Ответ: $8,5 \text{ мкм}$.

Решение:

Дано:	СИ:	Воспользуемся формулой (8) из предыдущей задачи:
$d = 50 \text{ мкм}$	$5 \cdot 10^{-5} \text{ м}$	$\Delta = d(n_e - n_o) \text{ (8).}$
$n_o = 1,66$		Вычислим Δ :
$n_e = 1,49$		$\Delta = 50 \text{ мкм}(1,49 - 1,66) = 8,5 \text{ мкм}.$
$\Delta - ?$		

Знак «-» в ответе означает, что мы «имеем дело» с левой поляризацией.

Ответ: $8,5 \text{ мкм}$.

Тема 5. Квантовая природа излучения

Задача №5.1

Объяснить, почему в неотапливаемом помещении температура всех тел одинакова.

Решение:

Допустим, что неотапливаемое помещение в течение некоторого времени (при неизменных внешних условиях) является изолированной системой. Постоянное испускание и поглощение энергии телами приводит к тому, что в изолированной термодинамической системе, в конце концов, устанавливается такая температура, при которой уменьшение энергии телом при испускании компенсируется ее увеличением при поглощении. Устанавливается так называемое *термодинамическое равновесие*. Для системы, находящейся в термодинамическом равновесии, характерны следующие свойства:

- для теплового излучения состояние термодинамического равновесия изолированной системы устанавливается с течением времени;
- если система достигла термодинамического равновесия и внешние условия не меняются, то система не может самопроизвольно выйти из этого состояния.

Отсюда следует, что из всех видов излучения только тепловое излучение может находиться в равновесии с излучающими телами, т.е. расход энергии тела на излучение компенсируется энергией поглощенного им излучения для каждой длины волны. Таким образом, равновесное тепловое излучение не зависит от природы тел, а зависит только от его температуры. Значит, температура всех тел в неотапливаемом помещении будет одинакова.

Задача №5.47

Давление монохроматического света с длиной волны $\lambda = 500 \text{ нм}$ на зачерненную поверхность, расположенную перпендикулярно падающим лучам, равно $0,12 \text{ мкПа}$. Определить число фотонов, падающих каждую секунду на 1 м^2 поверхности. Ответ: $9,05 \cdot 10^9$.

Решение:

Дано:	СИ:	Для любой частицы, в том числе и фотона, справедлива формула, выражающая связь между энергией и импульсом:
$\lambda = 500 \text{ нм}$	$5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$	$E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4 \quad (1).$
$p = 0,12 \text{ мкПа}$	$1,2 \cdot 10^{-7} \text{ Па}$	Для фотона масса покоя $m_0 = 0$. С учетом этого (1) примет вид:
$t = 1 \text{ с}$		$p_\phi = \frac{E}{c} \quad (2).$
$S = 1 \text{ м}^2$		По формуле Планка энергия фотона:
$h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$		$E = \frac{hc}{\lambda} \quad (3).$
$N - ?$		

Подставляя (3) в (2) и упрощая, получим:

$$p_\phi = \frac{h}{\lambda} \quad (4).$$

Так как поверхность зачерненная, допустим, что все фотоны поглощаются. Тогда, каждый фотон передает поверхности импульс, выражаемый формулой (4). Давление света на поверхность равно импульсу, который передают поверхности в 1 с N фотонов:

$$p = \frac{h}{\lambda} N \quad (5).$$

Из (5) следует

$$N = \frac{p\lambda}{h} \quad (6).$$

Вычислим N :

$$N = \frac{1,2 \cdot 10^{-7} \text{ Па} \cdot 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}}{6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}} \approx 9,05 \cdot 10^{19}.$$

Ответ: $9,05 \cdot 10^{19}$.

Задача №5.60

Фотон с энергией $0,3 \text{ МэВ}$ рассеялся под углом $\Theta = 180^\circ$ на свободном электроне. Определить долю энергии фотона, приходящуюся на рассеянный фотон. Ответ: 0,461.

Решение:

Дано:	СИ:	Энергия фотона определяется формулой
$\varepsilon = 0,3 \text{ МэВ}$	$3 \cdot 10^5 \text{ эВ}$	$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} \quad (1).$
$\Theta = 180^\circ$		Энергия рассеянного фотона определяется формулой
$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$		$\varepsilon' = \frac{hc}{\lambda'} \quad (2).$
$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$		Разделим (2) на (1):
$\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = ?$		$\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = \frac{\frac{hc}{\lambda'}}{\frac{hc}{\lambda}} = \frac{\lambda}{\lambda'} \quad (3).$

λ' определим из формулы Комптона

$$\lambda' - \lambda = \frac{2h}{m_e c} \sin^2 \frac{\Theta}{2};$$

$$\lambda' = \frac{2h}{m_e c} \sin^2 \frac{\Theta}{2} + \lambda \quad (4).$$

Подставляя (4) в (3) и учитывая, что $\lambda = \frac{hc}{\varepsilon}$, получим

$$\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = \frac{\frac{hc}{\varepsilon}}{\frac{2h}{m_e c} \sin^2 \frac{\Theta}{2} + \frac{hc}{\varepsilon}} = \frac{1}{\frac{2\varepsilon}{m_e c^2} \sin^2 \frac{\Theta}{2} + 1} \quad (5).$$

Вычислим $\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$:

$$\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = \frac{1}{\frac{2 \cdot 3 \cdot 10^5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ м/с})^2} \sin^2 \frac{180^\circ}{2} + 1} \approx 0,461.$$

Ответ: 0,461.

Тема 6. Теория атома водорода по Бору

Задача №6.1

Определить энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на второй. Ответ: 1,89 эВ.

Решение:

Дано:

$$Z=1$$

$$m=2$$

$$n=3$$

$$R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$$

$$h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

$$E - ?$$

По второму постулату Бора, при переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую излучается (поглощается) фотон с энергией

$$E = E_n - E_m = h\nu \quad (1).$$

По обобщенной формуле Бальмера

$$\nu = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (2).$$

Подставим (2) в (1):

$$E = hR \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (3).$$

Вычислим E :

$$E = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \approx 3,02 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \approx 1,89 \text{ эВ}.$$

В данном случае происходит излучение из серии Бальмера.

Ответ: 1,89 эВ.

Задача №6.17

Предполагая, что в опыте Франка и Герца вакуумная трубка наполнена не парами ртути, а разреженным атомарным водородом, определить, через какие интервалы ускоряющего потенциала φ возникнут максимумы на графике зависимости силы анодного тока от ускоряющего потенциала. Ответ: 10,2 В.

Решение:

Дано:

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$$

$$h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

$\varphi = ?$

Порция энергии, излучаемая или поглощаемая при переходе из одного энергетического состояния в другое, определяется по формуле

$$h\nu = E_n - E_m \quad (1).$$

По обобщенной формуле Бальмера

$$\nu = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (2).$$

Поставим (2) в (1):

$$E_n - E_m = hR \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (3).$$

Допустим, атомарный водород находится в основном (нормальном) состоянии. Ближайшее возбужденное состояние – это 2-ой энергетический уровень. Тогда минимальная порция энергии, требуемая для перехода из основного (нормального) состояния в возбужденное, определяется по формуле:

$$E_2 - E_1 = hR \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3hR}{4} \quad (4).$$

Передача энергии атомам водорода осуществляется электронами, ускоренными электрическим полем. Со стороны электрического поля электронам передается энергия, равная $e\varphi$. Учитывая, что атом поглощает энергию порциями, первый максимум на графике зависимости силы анодного тока от ускоряющего потенциала с учетом (4), возникнет при условии

$$e\varphi = E_2 - E_1 = \frac{3hR}{4} \quad (5).$$

Из (5) следует

$$\varphi = \frac{3hR}{4e} \quad (6).$$

Вычислим φ :

$$\varphi = \frac{3 \cdot 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}}{4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}} \approx 10,2 \text{ В}.$$

Данный потенциал называется первым потенциалом возбуждения.

Ответ: 10,2 В.

Задача №6.30

Определить работу, которую необходимо совершить, чтобы удалить электрон со второй боровской орбиты атома водорода за пределы притяжения его ядром. Ответ: $5,45 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Решение:

Дано:

$$R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$$

$$h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

$$m=2$$

$$n = \infty$$

$$E - ?$$

В данной задаче речь идет об ионизации атома водорода, т.е. о переходе электрона со второго стационарного уровня на бесконечность. Воспользуемся формулой (3) из предыдущей задачи:

$$E = hR \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (1).$$

Вычислим E :

$$E = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1} \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty} \right) \approx 5,45 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

Ответ: $5,45 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Тема 7. Элементы квантовой механики

Задача №7.1

Определить импульс и энергию: 1) рентгеновского фотона; 2) электрона, если длина волны того и другого равна 10^{-10} м . Ответ: 1) $p = 6,63 \cdot 10^{-24} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$, $E = 12,4 \text{ кэВ}$; 2) $p = 6,63 \cdot 10^{-24} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$, $E = 151 \text{ эВ}$.

Решение:

Дано:

1) γ

2) e^-

$$\lambda = 10^{-10} \text{ м}$$

$$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

1) $p_\gamma - ? E_\gamma - ?$

2) $p_e - ? E_e - ?$

Из формулы де Бройля следует, что

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (1).$$

Формула (1) справедлива как для фотонов, так и для частиц, обладающих массой покоя. Поэтому (1) перепишем в виде:

$$p_\gamma = p_e = \frac{h}{\lambda} \quad (2).$$

Энергия фотона определяется по формуле Планка

$$E_\gamma = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad (3).$$

Энергия движущихся тел, обладающих массой покоя, определяется по формуле

$$E = \frac{mv^2}{2} \quad (3).$$

Перепишем формулу (3) для электрона, учитывая, что $p = mv$:

$$E_e = \frac{p_e^2}{2m_e} \quad (4).$$

Перепишем (4) с учетом (2):

$$E_e = \frac{h^2}{2\lambda^2 m_e} \quad (5).$$

Вычисления:

$$p_\gamma = p_e = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{10^{-10} \text{ м}} \approx 6,63 \cdot 10^{-24} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

$$E_\gamma = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{10^{-10} \text{ м}} \approx 1,99 \cdot 10^{-16} \text{ Дж} \approx 12,4 \text{ кэВ}.$$

$$E_e = \frac{(6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с})^2}{2 \cdot (10^{-10} \text{ м})^2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}} \approx 2,41 \cdot 10^{-17} \text{ Дж} \approx 151 \text{ эВ}.$$

Ответ: $p_\gamma = p_e = 6,63 \cdot 10^{-24} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$, $E_\gamma \approx 12,4 \text{ кэВ}$, $E_e \approx 151 \text{ эВ}$.

Задача №7.17

Ширина следа электрона (обладающего кинетической энергией $T = 1,5 \text{ кэВ}$) на фотопластинке, полученного с помощью камеры Вильсона, составляет $\Delta x = 1 \text{ мкм}$. Определить, можно ли по данному следу обнаружить отклонение в движении электрона от законов классической механики. Ответ: $\Delta p_x/p_x = 10^{-4}$, нет.

Решение:

Дано: $T = 1,5 \text{ кэВ}$ $\Delta x = 1 \text{ мкм}$ $m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ $h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$	СИ: $1,5 \cdot 10^3 \text{ эВ}$ 10^{-6} м	Кинетическая энергия тела определяется по формуле $T = \frac{mv^2}{2} \quad (1).$ Используя выражение $p = mv$, перепишем (1) в виде $T = \frac{p^2}{2m} \quad (2).$
---	---	--

Из (2) получим

$$p_x = \sqrt{2mT} \quad (3).$$

Согласно соотношению неопределенностей Гейзенберга

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h \quad (4).$$

Допустим,

$$\Delta x \cdot \Delta p_x = h \quad (5).$$

Тогда

$$\Delta p_x = \frac{h}{\Delta x} \quad (6).$$

Используя (3) и (6), получим

$$\frac{\Delta p_x}{p_x} = \frac{\frac{h}{\Delta x}}{\sqrt{2mT}} = \frac{h}{\Delta x \sqrt{2mT}} \quad (7).$$

Вычислим $\frac{\Delta p_x}{p_x}$:

$$\frac{\Delta p_x}{p_x} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{10^{-6} \text{ м} \sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 1,5 \cdot 10^3 \text{ эВ} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}}} \approx 3,17 \cdot 10^{-5}.$$

Из полученного результата видно, что $\frac{\Delta p_x}{p_x} \ll 1$. Значит, по данному следу нельзя обнаружить отклонение в движении электрона от законов классической механики.
Ответ: $3,17 \cdot 10^{-5}$, нет.

Задача №7.30

Записать выражение для вероятности W обнаружения частицы в конечном объеме V , если известна координатная пси-функция частицы $\psi(x, y, z)$.

Решение:

Дано:	По волновому закону меняется величина, названная <i>амплитудой вероятности</i> и обозначаемая $\Psi(x, y, z)$. Эту величину называют также <i>волновой функцией</i> или Ψ - <i>функцией</i> . Амплитуда вероятности может быть комплексной, и вероятность W пропорциональна квадрату ее модуля:
V	
$\Psi(x, y, z)$	
W -?	

$$W \sim |\Psi(x, y, z, t)|^2 \quad (1),$$

($\Psi^2 = \Psi \cdot \Psi^*$, где Ψ^* - функция, комплексно сопряженная с Ψ). Таким образом, описание состояния микрообъекта с помощью волновой функции имеет *статистический, вероятностный характер*: квадрат модуля волновой функции (квадрат модуля амплитуды волн де Бройля) определяет вероятность нахождения частицы в момент времени t в области с координатами x и $x + dx$, y и $y + dy$, z и $z + dz$.

Итак, в квантовой механике состояние микрочастиц описывается принципиально по-новому - с помощью волновой функции, которая является *основным носителем информации* об их корпускулярных и волновых свойствах. Вероятность нахождения частицы в элементе объемом dV равна

$$dW = \Psi^2 dV \quad (2).$$

Величина (квадрат модуля Ψ -функции)

$$\Psi^2 = \frac{dW}{dV} \quad (3)$$

имеет смысл *плотности вероятности*, т. е. определяет вероятность нахождения частицы в окрестности точки с координатами x, y, z . Таким образом, физический смысл имеет не сама Ψ -функция, а квадрат ее модуля Ψ^2 , которым задается *интенсивность волн де Бройля*.

Вероятность найти частицу в момент времени t в конечном объеме V , согласно теореме сложения вероятностей, равна

$$W = \int_V \Psi^2 dV \quad (4).$$

Ответ: $W = \int_V \Psi^2 dV$.

Тема 8. Элементы современной физики атомов и молекул

Задача №8.1

Представить: 1) уравнение Шредингера для стационарных состояний электрона, находящегося в атоме водорода; 2) собственные значения энергии, удовлетворяющие уравнению; 3) график потенциальной энергии взаимодействия электрона с ядром; 4) возможные дискретные значения энергии на этом графике.

Решение:

1) Общее уравнение Шредингера имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + U(x, y, z, t)\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} \quad (1).$$

Его также называют уравнением Шредингера, зависящим от времени. Для многих физических явлений, происходящих в микромире, уравнение (1) можно упростить, исключив зависимость Ψ от времени, иными словами, найти уравнение Шредингера для стационарных состояний - состояний с фиксированными значениями энергии. Это возможно, если силовое поле, в котором движется частица, стационарно, т. е. функция $U=U(x, y, z)$ не зависит явно от времени и имеет смысл потенциальной энергии. В данном случае решение уравнения Шредингера может быть представлено в виде произведения двух функций, одна из которых есть функция только координат, другая - только времени, причем зависимость от времени выражается множителем $e^{-i\omega t} = e^{-\frac{iE}{\hbar}t}$, так что

$$\Psi(x, y, z, t) = \Psi(x, y, z)e^{-\frac{iE}{\hbar}t} \quad (2),$$

где E - полная энергия частицы, постоянная в случае стационарного поля. Подставляя (2) в (1), получим

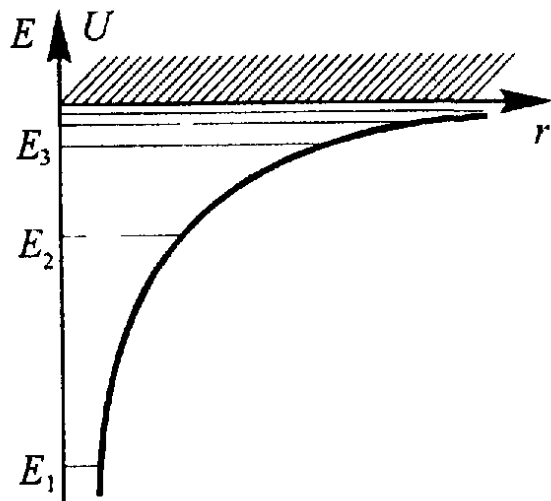
$$-\frac{\hbar^2}{2m}e^{-\frac{iE}{\hbar}t}\Delta\Psi + U(x, y, z, t)\Psi e^{-\frac{iE}{\hbar}t} = i\hbar\left(-\frac{iE}{\hbar}\right)\Psi e^{-\frac{iE}{\hbar}t} \quad (3).$$

После деления (3) на общий множитель $e^{-\frac{iE}{\hbar}t}$, и соответствующих преобразований приходим к уравнению, определяющему функцию Ψ :

$$\Delta\Psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\Psi = 0 \quad (4).$$

Уравнение (4) называется уравнением Шредингера для стационарных состояний.

Потенциальная энергия взаимодействия электрона с ядром, обладающим зарядом Ze (для атома водорода $Z=1$)



$$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (5),$$

где r - расстояние между электроном и ядром.

После постановки (5) в (4) получим уравнение Шредингера для стационарных состояний для атома водорода:

$$\Delta\Psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \Psi = 0 \quad (6).$$

- 2) Так как поле, в котором движется электрон, является центрально-симметричным, то для решения уравнения (6) обычно используют сферическую систему координат: r, θ, φ . В теории дифференциальных уравнений доказывается, что уравнения типа (6) имеют решения, удовлетворяющие требованиям однозначности, конечности и непрерывности волновой функции Ψ , только при собственных значениях энергии

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m e^4}{8 h^2 \epsilon_0^2} \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad (7).$$

т. е. для дискретного набора отрицательных значений энергии.

- 3) Графически функция $U(r)$ изображена жирной кривой на рисунке, неограниченно убывающей (возрастающей по модулю) при уменьшении r , т. е. при приближении электрона к ядру.
- 4) Решение уравнения Шредингера для атома водорода (6) приводит к появлению дискретных энергетических уровней. Возможные значения $E_1, E_2, E_3 \dots$ показаны на рисунке в виде горизонтальных прямых. Самый нижний уровень E_1 , отвечающий минимальной возможной энергии, - основной, все остальные ($E_n > E_1$, $n=2, 3, \dots$) - возбужденные. При $E < 0$ движение электрона является связанным - он находится внутри гиперболической «потенциальной ямы». Из рисунка следует, что по мере роста главного квантового числа n энергетические уровни располагаются теснее и при $n \rightarrow \infty$ $E_\infty = 0$. При $E > 0$ движение электрона является свободным; область непрерывного спектра $E > 0$ (заштрихована на рисунке) соответствует ионизованному атому.

Ответ: 1) $\Delta\Psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \Psi = 0$; 2) $E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m e^4}{8 h^2 \epsilon_0^2} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$; 3) и 4) см.

рис.

Задача №8.17

Объяснить, что лежит в основе классификации частиц на фермионы и бозоны, а также которые из них описываются симметричными волновыми функциями.

Решение:

Принимая во внимание физический смысл величины $|\Psi^2|$, принцип неразличимости тождественных частиц можно записать в виде

$$|\Psi(x_1, x_2)|^2 = |\Psi(x_2, x_1)|^2 \quad (1),$$

где x_1 и x_2 - соответственно совокупность пространственных и спиновых координат первой и второй частиц. Из выражения (1) вытекает, что возможны два случая:

$$\Psi(x_1, x_2) = \pm \Psi(x_2, x_1),$$

т.е. принцип неразличимости тождественных частиц ведет к определенному свойству симметрии волновой функции. Если при перемене частиц местами волновая функция не меняет знака, то она называется симметричной, если меняет - антисимметричной.

Изменение знака волновой функции не означает изменения состояния, так как физический смысл имеет лишь квадрат модуля волновой функции. В квантовой механике доказывается, что характер симметрии волновой функции не меняется со временем. Это же является доказательством того, что свойство симметрии или антисимметрии - признак данного типа микрочастиц. Установлено, что симметрия или антисимметрия волновых функций определяется спином частиц. В зависимости от характера симметрии все элементарные частицы и построенные из них системы (атомы, молекулы) делятся на два класса. Частицы с полуцелым спином (например, электроны, протоны, нейтроны) описываются антисимметричными волновыми функциями и подчиняются статистике Ферми – Дирака. Эти частицы называются фермионами.

Частицы с пулевым или целочисленным спином (например, π -мезоны, фотоны) описываются симметричными волновыми функциями и подчиняются статистике Бозе - Эйнштейна; эти частицы называются бозонами. Сложные частицы (например, атомные ядра), составленные из нечетного числа фермионов, являются фермионами (суммарный спин - полуцелый), а из четного - бозонами (суммарный спин целый).

Ответ: m_s или $\sum m_s$ полуцелый – фермионы; m_s или $\sum m_s$ целый – бозоны, описываются симметричными волновыми функциями.

Задача №8.30

Объяснить: 1) почему тормозной рентгеновский спектр является сплошным; 2) почему сплошной рентгеновский спектр имеет резкую границу со стороны коротких волн и чем определяется ее положение.

Решение:

- 1) Исследование свойств рентгеновского излучения показало, что оно испускается не электронами атомов мишени, а бомбардирующими анод электронами в результате их торможения при взаимодействии с атомами мишени. Этим и объясняется сплошной рентгеновский спектр. Поэтому его называют *тормозным спектром*. Этот вывод находится в согласии с классической теорией излучения, так как при ускоренном движении зарядов должно действительно возникать излучение со сплошным спектром.
- 2) Из классической теории, однако, не вытекает существование коротковолновой границы сплошного спектра. Из опытов следует, что чем больше кинетическая энергия электронов, вызывающих тормозное рентгеновское излучение, тем меньше $\lambda_{\min}$. Это обстоятельство, а также наличие самой границы объясняются квантовой теорией. Очевидно, что предельная энергия кванта соответствует такому случаю торможения, при котором вся кинетическая энергия электрона переходит в энергию кванта, т. е.

$$E_{\max} = h\nu_{\max} = eU \quad (1),$$

где $\nu_{\max}$ - частота, соответствующая границе сплошного спектра; U - разность потенциалов, за счет которой электрону сообщается энергия $E_{\max}$. Отсюда граничная длина волны,

$$\lambda_{\min} = \frac{c}{\nu_{\max}} = \frac{ch}{E_{\max}} \quad (2),$$

что полностью соответствует экспериментальным данным.

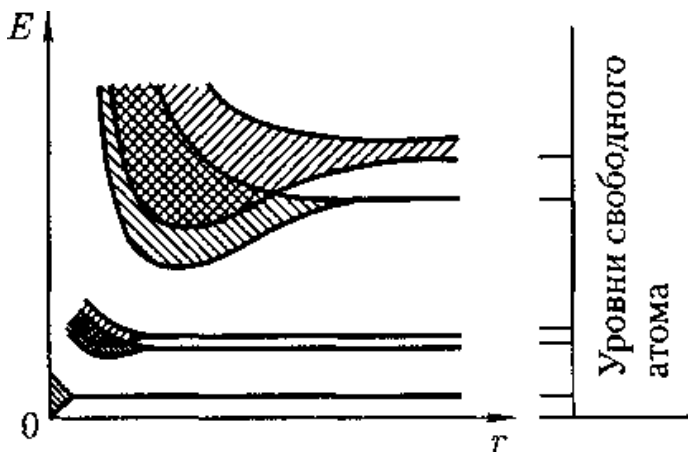
Тема 9. Элементы физики твердого тела

Задача №9.1

Объяснить различие энергетических состояний электронов в кристалле и в изолированном атоме.

Решение:

Рассмотрим мысленно «процесс образования» твердого тела из изолированных атомов. Пока атомы изолированы, т. е. находятся друг от друга на макроскопических расстояниях, они имеют совпадающие схемы энергетических уровней (см. рис). По мере «сжатия» нашей модели до кристаллической решетки, т. е. когда расстояния между атомами станут равными межатомным расстояниям в твердых телах, взаимодействие между атомами приводит к тому, что энергетические уровни атомов *смещаются, расщепляются и расширяются в зоны*, образуется *зонный энергетический спектр*.



Из рисунка, на котором показано расщепление энергетических уровней в зависимости от расстояния r между атомами, видно, что заметно расщепляются и расширяются лишь уровни внешних, валентных электронов, наиболее слабо связанных с ядром и имеющих наибольшую энергию, а также более высокие уровни, которые в основном состоянии атома вообще электронами не заняты.

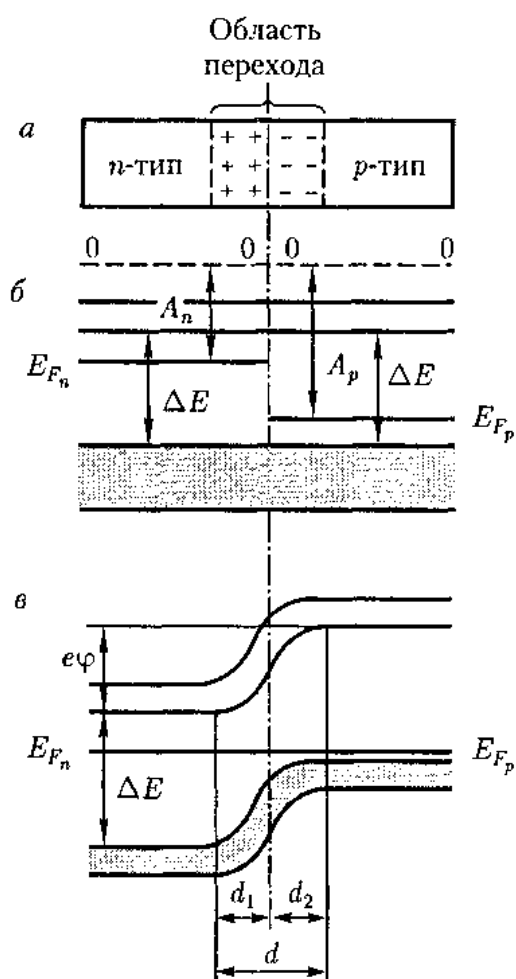
Уровни же внутренних электронов либо совсем не расщепляются, либо расщепляются слабо. Таким образом, в твердых телах внутренние электроны ведут себя так же, как в изолированных атомах, валентные же электроны «коллективизированы» - принадлежат всему твердому телу.

Образование зонного энергетического спектра в кристалле является квантово-механическим эффектом и вытекает из соотношения неопределенностей. В кристалле валентные электроны атомов, связанные слабее с ядрами, чем внутренние электроны, могут переходить от атома к атому сквозь потенциальные барьеры, разделяющие атомы, т. е. перемещаться без изменений полной энергии (туннельный эффект).

Задача №9.17

Используя зонную схему, объяснить механизм физических процессов, происходящих в p - n -переходе.

Решение:



Пусть донорный полупроводник (работа выхода - A_n , уровень Ферми - E_{F_n}) приводится в контакт (рис. б) с акцепторным полупроводником (работа выхода - A_p , уровень Ферми - E_{F_p}). Электроны из n -полупроводника, где их концентрация выше, будут диффундировать в p -полупроводник, где их концентрация ниже. Диффузия же дырок происходит в обратном направлении - в направлении $p \rightarrow n$. В n -полупроводнике из-за ухода электронов вблизи границы остается некомпенсированный положительный объемный заряд неподвижных ионизованных донорных атомов. В p -полупроводнике из-за ухода дырок вблизи границы образуется отрицательный объемный заряд неподвижных ионизованных акцепторов (рис. а). Эти объемные заряды образуют у границы двойной электрический слой, поле которого, направленное от n -области к p -области, препятствует дальнейшему

переходу электронов в направлении $n \rightarrow p$ и дырок в направлении $p \rightarrow n$. Если концентрация доноров и акцепторов в полупроводниках n - и p -типа одинаковы, то толщины слоев d_1 и d_2 (рис. в), в которых локализуются неподвижные заряды, равны

$$d_1 = d_2.$$

При определенной толщине p - n -перехода наступает равновесное состояние, характеризуемое выравниванием уровней Ферми для обоих полупроводников (рис. в). В области p - n -перехода энергетические зоны искривляются, в результате чего возникают потенциальные барьеры как для электронов, так и для дырок. Высота потенциального барьера $e\phi$ определяется первоначальной разностью положений уровня Ферми в обоих полупроводниках. Все энергетические уровни акцепторного полупроводника подняты относительно уровней донорного полупроводника на высоту, равную $e\phi$, причем подъем происходит на толщине двойного слоя d . Толщина d слоя p - n -перехода в полупроводниках составляет примерно $10^{-6} - 10^{-7}$ м, а контактная разность потенциалов - десятые доли вольт.

Носители тока способны преодолеть такую разность потенциалов лишь при температуре в несколько тысяч градусов, т. е. при обычных температурах равновесный *контактный слой* является *запирающим* (характеризуется повышенным сопротивлением). Сопротивление запирающего слоя можно изменить с помощью внешнего электрического поля. Если приложенное к *p-n*-переходу внешнее электрическое поле направлено от *n*-полупроводника к *p*-полупроводнику (рис. *а*), т. е. совпадает с полем контактного слоя, то оно вызывает движение электронов в *n*-полупроводнике и дырок в *p*-полупроводнике от границы *p-n*-перехода в противоположные стороны. В результате запирающий слой расширится и его сопротивление возрастет. *Направление внешнего поля*, расширяющего запирающий слой, называется *запирающим (обратным)*. В этом направлении электрический ток через *p-n*-переход практически не проходит. Ток в запирающем слое в запирающем направлении образуется лишь за счет неосновных носителей тока (электронов в *p*-полупроводнике и дырок в *n*-полупроводнике). Если приложенное к *p-n*-переходу внешнее электрическое поле направлено противоположно полю контактного слоя (рис. *б*), то оно вызывает движение электронов в *n*-полупроводнике и дырок в *p*-полупроводнике к границе *p-n*-перехода навстречу друг другу. В этой области они рекомбинируют, толщина контактного слоя и его сопротивление уменьшаются. Следовательно, в этом *направлении* электрический ток проходит сквозь *p-n*-переход в направлении от *p*-полупроводника к *n*-полупроводнику; оно называется *пропускным (прямым)*.

Таким образом, *p-n*-переход обладает *односторонней (вентильной) проводимостью*.

Тема 10. Элементы физики атомного ядра

Задача №10.1

Определить массу нейтрального атома хрома ${}^{52}_{24}\text{Cr}$. Ответ: $8,64 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$.

Решение:

Дано:	Верхний индекс в данных означает вес нейтрального атома в а.е.м.
${}^{52}_{24}\text{Cr}$	Известно, что
$m=?$	$1 \text{ а.е.м.} = 1,661 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$

Тогда масса атома в системе СИ будет

$$m = 52 \cdot 1,661 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \approx 8,64 \cdot 10^{-26} \text{ кг}.$$

Ответ: $8,64 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$.

Задача №10.47

Покоившееся ядро полония ${}^{200}_{84}\text{Po}$ испускает α -частицу с кинетической энергией $T_\alpha = 5,77 \text{ МэВ}$. Определить: 1) скорость отдачи дочернего ядра; 2) какую долю кинетической энергии α -частицы составляет энергия отдачи дочернего ядра. Ответ: 1) 339 км/с; 2) 0,02.

Решение:

Дано:	СИ:	Согласно правилу смещения α -распад ${}^{200}_{84}\text{Po}$ выглядит следующим образом
${}^{200}_{84}\text{Po}$		
$T_\alpha = 5,77 \text{ МэВ}$	$5,77 \cdot 10^6 \text{ эВ}$	${}^{200}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^{196}_{82}\text{Pb} + {}^4_2\text{He},$
1) $v_{\text{Pb}} - ?$		где α -частица – это ядро атома гелия ${}^4_2\text{He}$. Допустим, в результате α -распада вся выделенная энергия идет на разгон продуктов распада. Предположим, что скорости продуктов распада намного меньше скорости света.
2) $\frac{T_{\text{Pb}}}{T_\alpha} - ?$		

Тогда согласно классической механике и закону сохранения импульса, дочернее ядро и α -частица приобретают равные по абсолютной величине, но противоположные по направлению импульсы:

$$m_{\text{Pb}} v_{\text{Pb}} = m_\alpha v_\alpha \quad (1).$$

Кинетическая энергия α -частицы определяется по формуле

$$T_{\text{Pb}} = \frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2} \quad (2).$$

Выразим v_α из (2) и подставим в (1):

$$m_{\text{Pb}} v_{\text{Pb}} = m_\alpha \sqrt{\frac{2T_\alpha}{m_\alpha}};$$

$$v_{\text{Pb}} = \frac{\sqrt{2T_\alpha m_\alpha}}{m_{\text{Pb}}} \quad (3).$$

Кинетическая энергия дочернего ядра определяется по формуле

$$T_{\text{Pb}} = \frac{m_{\text{Pb}} v_{\text{Pb}}^2}{2} \quad (4).$$

Подставим (3) в (4):

$$T_{\text{Pb}} = \frac{m_{\text{Pb}} \left(\frac{\sqrt{2T_\alpha m_\alpha}}{m_{\text{Pb}}} \right)^2}{2} = \frac{T_\alpha m_\alpha}{m_{\text{Pb}}} \quad (5).$$

Найдем долю энергии отдачи дочернего ядра по отношению к кинетической энергии α -частицы:

$$\frac{T_{Pb}}{T_{\alpha}} = \frac{\frac{T_{\alpha} m_{\alpha}}{m_{Pb}}}{T_{\alpha}} = \frac{m_{\alpha}}{m_{Pb}} \quad (6).$$

Произведем необходимые вычисления, учитывая, что $1\text{эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{Дж}$, $1\text{а.е.м.} = 1,661 \cdot 10^{-27} \text{кг}$.

$$1) \quad v_{Pb} = \frac{\sqrt{2 \cdot 5,77 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{Дж} \cdot 4 \cdot 1,661 \cdot 10^{-27} \text{кг}}}{196 \cdot 1,661 \cdot 10^{-27} \text{кг}} \approx 3,4 \cdot 10^5 \text{ м/с} = 340 \text{ км/с}.$$

$$2) \quad \frac{T_{Pb}}{T_{\alpha}} = \frac{4}{196} \approx 0,02.$$

Ответ: 1) 340 км/с, 2) 0,02.

Задача №10.70

Дополнить недостающие обозначения x в следующих ядерных реакциях:

- 1) ${}^{235}_{x}\text{U} + {}^1_0n \rightarrow {}^{145}_{57}\text{La} + x + 4{}_^1_0n$;
- 2) ${}^{235}_{x}\text{U} + {}^1_0n \rightarrow {}^{99}_{x}\text{Zr} + {}^{135}_{x}\text{Te} + x{}_^1_0n$;
- 3) ${}^{232}_{x}\text{Th} + {}^1_0n \rightarrow x + {}^{140}_{x}\text{Xe} + 3{}_^1_0n$;
- 4) ${}_x\text{Pu} + {}^1_0n \rightarrow {}^{80}_{x}\text{Se} + {}^{157}_{x}\text{Nd} + 3{}_^1_0n$.

Решение:

Дано:

- 1) ${}^{235}_{x}\text{U} + {}^1_0n \rightarrow {}^{145}_{57}\text{La} + x + 4{}_^1_0n$;
- 2) ${}^{235}_{x}\text{U} + {}^1_0n \rightarrow {}^{99}_{x}\text{Zr} + {}^{135}_{x}\text{Te} + x{}_^1_0n$;
- 3) ${}^{232}_{x}\text{Th} + {}^1_0n \rightarrow x + {}^{140}_{x}\text{Xe} + 3{}_^1_0n$;
- 4) ${}_x\text{Pu} + {}^1_0n \rightarrow {}^{80}_{x}\text{Se} + {}^{157}_{x}\text{Nd} + 3{}_^1_0n$.

$x - ?$

Для решения задачи воспользуемся таблицей Менделеева. В любой ядерной реакции выполняются законы сохранения электрических зарядов и массовых чисел: сумма зарядов (массовых чисел) ядер и частиц, вступающих в ядерную реакцию, равна сумме зарядов (массовых чисел) конечных продуктов (ядер и частиц) реакции. С учетом вышесказанного напомним ядерные реакции для

каждого случая:

- 1) ${}^{235}_{92}\text{U} + {}^1_0n \rightarrow {}^{145}_{57}\text{La} + {}^{87}_{35}\text{Br} + 4{}_^1_0n$,
- 2) ${}^{235}_{92}\text{U} + {}^1_0n \rightarrow {}^{99}_{40}\text{Zr} + {}^{135}_{52}\text{Te} + 2{}_^1_0n$,
- 3) ${}^{232}_{90}\text{Th} + {}^1_0n \rightarrow {}^{90}_{36}\text{Kr} + {}^{140}_{54}\text{Xe} + 3{}_^1_0n$,
- 4) ${}^{239}_{94}\text{Pu} + {}^1_0n \rightarrow {}^{80}_{34}\text{Se} + {}^{157}_{60}\text{Nd} + 3{}_^1_0n$.