## Задача №1

В баскетбольную корзину будет трижды сброшен мяч. Пусть события $A_i$, $i = 1, 2, 3$ - состоят в том, что при *i*-м бросании мяч попадает в корзину. Выразить через $A_i$ события:

1) $E$ – мяч попадет в корзину только при первом и третьем броске;
2) $F$ - мяч попадет в корзину ровно один раз;
3) $G$ - мяч попадет в корзину ровно два раза.

## Решение:

Обозначим попадание мяча в корзину ($A_i$) через 1, не попадание ($\overline{A_i}$) через 0. Количество вероятных событий

$$N = 2^3 = 8.$$

Тогда возможно следующее сочетание элементарных событий:
(0, 0, 0); (0, 0, 1); (0, 1, 0); (0, 1, 1); (1, 0, 0); (1, 0, 1); (1, 1, 0); (1, 1, 1).

В дальнейшем учтем, что события $A_i$ (или $\overline{A_i}$) независимы.

Событие *E* может произойти только в одном случае из восьми:

$$E = A_1 \overline{A_2} A_3 = A_1 (1 - A_2) A_3.$$

Каждое событие *F* и *G* может произойти в трех случаях из восьми. Воспользовавшись формулой полной вероятности, получим

$$F = \overline{A_1}\,\overline{A_2} A_3 + \overline{A_1} A_2 \overline{A_3} + A_1 \overline{A_2}\,\overline{A_3} =$$

$$= (1 - A_1)(1 - A_2) A_3 + (1 - A_1) A_2 (1 - A_3) + A_1 (1 - A_2)(1 - A_3);$$

$$G = \overline{A_1} A_2 A_3 + A_1 \overline{A_2} A_3 + A_1 A_2 \overline{A_3} =$$

$$= (1 - A_1) A_2 A_3 + A_1 (1 - A_2) A_3 + A_1 A_2 (1 - A_3).$$

**Ответ:** $E = A_1 (1 - A_2) A_3$;

$F = (1 - A_1)(1 - A_2) A_3 + (1 - A_1) A_2 (1 - A_3) + A_1 (1 - A_2)(1 - A_3)$;

$G = (1 - A_1) A_2 A_3 + A_1 (1 - A_2) A_3 + A_1 A_2 (1 - A_3)$.

## Задача №2

Для контроля продукции из трех партий деталей взята для испытания одна деталь. Как велика вероятность обнаружения бракованной продукции, если в одной партии 2/3 деталей бракованные, а в двух других все доброкачественные.

## Решение:

Обозначим через $H_i$ $(i = 1,2,3)$ гипотезы, состоящие в том, что деталь выбрана из $i$-ой партии. Событие $A$ – взятая деталь бракованная. Предположим, что в каждой партии содержится одинаковое количество деталей. Тогда

$$P(H_i) = \frac{1}{3},\ i = 1,2,3 \qquad (1)$$

Понятно, что

$$P\left(A/H_1\right) = \frac{2}{3} \qquad (2)$$

Так как во второй и третьей партиях отсутствует бракованные детали, то

$$P\left(A/H_i\right) = 0,\ i = 2,3 \qquad (3)$$

По формуле полной вероятности получим

$$P(A) = \sum_{i=1}^{3} P(H_i) P\left(A/H_i\right) = \frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\cdot 0 + \frac{1}{3}\cdot 0 = \frac{2}{9}.$$

**Ответ:** $\frac{2}{9}$.

## Задача №3

При приемном контроле из партии в 1000 штук изделий производится безвозвратная выборка в 50 штук. Найти вероятность того, что в выборке не окажется дефектных деталей, если во всей партии содержится 4 дефектных изделия.

## Решение:

$N = 1000$ - количество изделий в партии,

$M = N - 4 = 1000 - 4 = 996$ - количество доброкачественных изделий в партии,

$A$ – событие, состоящее в том, что среди $n = 50$ изделий выбрали $m = 50$ доброкачественных изделий.

Вероятность того, что все изделия в выборке окажутся доброкачественными, равна

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} \quad (1),$$

$$|A| = C_M^m \, C_{N-M}^{n-m} \qquad (2)$$

$$|\Omega| = C_N^n \qquad (3)$$

Подставим (3), (2) в (1):

$$P(A) = \frac{C_M^m \, C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n}.$$

$$P(A) = \frac{C_{996}^{50} \, C_{1000-996}^{50-50}}{C_{1000}^{50}} = \left| C_4^0 = 1 \right| = \frac{C_{996}^{50}}{C_{1000}^{50}} = \frac{\frac{996!}{50!946!}}{\frac{1000!}{50!950!}} = \frac{950!996!}{946!1000!} =$$

$$= \frac{947 \cdot 948 \cdot 949 \cdot 950}{997 \cdot 998 \cdot 999 \cdot 1000} \approx 0{,}81.$$

**Ответ:** 0,81.

## Задача №4

На склад поступили электрические лампы трех партий. Известно, что в первой партии, состоящей из 400 штук, содержится 1% нестандартных, во второй, состоящей из 500 штук – 2% нестандартных, и в третьей, состоящей из 100 штук – 4% нестандартных. Со склада лампы поступили в магазин и здесь оказались расположенными случайным образом. Определить вероятность того, что покупатель, берущий одну лампу, купит нестандартную.

## Решение:

Обозначим через $H_i \ (i = 1, 2, 3)$ гипотезы, состоящие в том, что электрическая лампа из *i*-ой партии. Событие $A$ – купленная лампа нестандартная.

Общее количество ламп равно

$$N = 400 + 500 + 100 = 1000.$$

Вероятности того, что лампа из *i*-той партии равны

$$P(H_1) = \frac{400}{1000} = 0{,}4 \qquad (1);$$

$$P(H_2) = \frac{500}{1000} = 0{,}5 \qquad (2);$$

$$P(H_3) = \frac{100}{1000} = 0{,}1 \qquad (3).$$

Исходя из (1) – (3) и условий задачи по формуле полной вероятности, получим

$$P(A) = \sum_{i=1}^{3} P(H_i) P\left( A/H_i \right) = 0{,}4 \cdot 0{,}01 + 0{,}5 \cdot 0{,}02 + 0{,}1 \cdot 0{,}04 = 0{,}018.$$

**Ответ:** 0,018.

## Задача №5

Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $X$, равной числу очков при одном бросании игральной кости.

## Решение:

Закон распределения случайной величины $X$, равной числу очков при одном бросании игральной кости имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}.$$

Математическое ожидание случайной величины $X$ в нашем случае определяется по формуле

$$MX = \sum_{i=1}^{6} x_i p_i \,.$$

$$MX = 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1+2+3+4+5+6}{6} = 3{,}5 \,.$$

Дисперсией $D$ случайной величины $X$ называется математическое ожидание случайной величины $\left(X - MX\right)^2$:

$$DX = M\left(X - MX\right)^2 = \sum_{i=1}^{6} x_i^2 p_i - \left( \sum_{i=1}^{6} x_i p_i \right)^2 .$$

$$DX = 1^2 \cdot \frac{1}{6} + 2^2 \cdot \frac{1}{6} + 3^2 \cdot \frac{1}{6} + 4^2 \cdot \frac{1}{6} + 5^2 \cdot \frac{1}{6} + 6^2 \cdot \frac{1}{6} - 3{,}5^2 = \frac{1+4+9+16+25+36}{6} -$$

$$-\left(\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{91}{6} - \frac{49}{4} = \frac{182-147}{12} = \frac{35}{12}.$$

**Ответ:** $MX = 3{,}5$; $DX = \dfrac{35}{12}$.

## Задача №6

Вычислительная машина производит $n = 10^8$ одинаковых и независимых операций, в каждой из которых с вероятностью $p = 10^{-6}$ происходит ошибка. Каково среднее число ошибок?

## Решение:

Так как операции независимы и их большое количество, то среднее число ошибок можно вычислить по формуле

$$\lambda = np.$$

$$\lambda = 10^8 \cdot 10^{-6} = 100.$$

**Ответ:** 100.