**АНАЛИЗ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ В СИСТЕМЕ MATLAB**

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1**

Для заданного варианта исследуемого сигнала

Сигнал 12



1) Составить математическую модель сигнала s1(t) на одном периоде повторения и вычислить его энергию Es. Определить длительность импульсного сигнала τ и его скважность Q. Нарисовать график сигнала на одном периоде повторения.

Решение.

На одном периоде повторения аналитическая запись сигнала выглядит следующим образом:

 (1)

где U0 = 10 В. Период сигнала задан и равен T = 60 мс. Круговая частота следования Ω определяется по формуле:

(6.28/60)∗ рад/с,

циклическая частота следования – Гц*.*

Скважность заданного периодического сигнала:

где длительность импульса определяется его областью, где амплитуда сигнала отлична от нуля. Сигнал на одном периоде повторения, рассчитанный по формуле (1), представлен на рисунке 1. Текст M-файла, реализующего формулу (1), приведён в приложенном файле Radio\_1\_1.m.



Рисунок 1. исследуемый сигнал на одном периоде повторения

Для расчета энергии сигнала проинтегрируем квадрат сигнала по периоду

Для вычисления численного значения интеграла используется функция Energy(

Полученное значение

2) Составить математическую модель периодического сигнала *(t)*  указанной формы на всей оси времени и нарисовать график этого сигнала на 3-5 периодах повторения.

Периодический сигнал определяется выражением

*(t) = s(t + nT), n* = ±1,±2,…, (2)

где s(t) – сигнал на одном периоде повторения. Ниже представлен график периодического сигнала (рисунок 2).



Рисунок 2. исследуемый сигнал на трех периодах повторения

Текст M-файла, реализующего формулу (1), приведён в приложенном файле Radio\_1\_2.m.

3) Определить аналитические выражения для амплитудного и фазового спектров периодического сигнала (an, bn, An, φn), построить соответствующие диаграммы. Сделать оценку скорости изменения амплитуды гармоники An в зависимости от её номера n (при n ∞).

Определим коэффициенты ряда Фурье периодического сигнала.

s(𝑡)= + (3)

Приведём аналитические выражения и сделаем расчёт коэффициентов в формуле (3)

Задав в командной строке системы MATLAB команду

n = 0:10; a = FourieAN(n,10);

получим набор коэффициентов , n = 0 … 10:

5 3.8541 1.5198 0.0000 0.0000 0.57535 0.67547 0.29355 0.0000 0.0000 0.060793

Задав в командной строке системы MATLAB команду

n = 0:10; b = FourieBN(n,10);

получим набор коэффициентов , n = 0 … 10:

0 2.2252 2.6324 1.3509 0.0000 -0.33218

 0.0000 0.16948 0.0000 -0.15011 -0.1053

По найденным коэффициентам строим амплитудный спектр периодического сигнала

12.5 19.805 9.2394 1.8251 0.0000

0.44137 0.45627 0.11489 0.0000 0.022532 0.014783



Рисунок 3 - диаграмма амплитудного спектра периодического сигнала

Текст M-файлов, реализующих m-функции FourieAN, и FourieBN приложен к заданию.

4) Рассчитать в виде таблицы зависимость энергии сигнала Es(n) от нарастающего количества гармоник при его представлении ограниченным рядом Фурье. Построить график этой зависимости, нормированной к полной энергии сигнала Es на периоде повторения.

Определим энергию гармоник

а также энергию сигнала на одном периоде повторения:

Вычисления и представление результатов проводятся по командам:

>> Wn=a.^2; E=sum(Wn); WnE= Wn/E; SWnE=cumsum(Wn)/E;

>> [n; Wn; WnE; SWnE]

Распределение энергии по спектру сигнала представлено в таблице

(отметим, что в таблицу включен – энергия постоянной составляющей сигнала

12.5 19.805 9.2394 1.8251 0.0000 0.44137 0.45627 0.11489 0.0000 0.022532 0.014783

Относительная величина энергии и нарастающее её значение в зависимости от количества гармоник представлены на рисунке 4



Рисунок 4 - диаграмма относительной энергии аппроксимирующего сигнала с ростом числа гармоник в представлении сигнала

Ниже представлены табличные значения этого графика

0.28125 0.72687 0.93476 0.97582 0.97582 0.98575 0.99602 0.99861 0.99861 0.99911 0.99945

Для уровня не менее 0.9Е подходит величина n1 = 2, для уровня 0.99Е – n2 = 6. Форма сигнала для ограниченного набора гармоник определяется по формуле (5) при ограниченном числе слагаемых (гармоник).

Ниже показан фрагмент расчёта периодического сигнала при n = 10. Вычисляются значения непрерывного сигнала и его приближённого представления конечным рядом в 256 временных точках. Графическое сравнение сигнала с его приближением, представленное на рисунке 5. График показывает их почти полное совпадение. Однако различия между ними всё-таки заметны, хотя согласно таблице (см. выше) относительная ошибка приближения заданного сигнала рядом (формула 5) при n1 = 10 меньше 0.05%.



Рисунок 5. Сравнение исходного периодического сигнала и его представления ограниченным (n = 10) рядом Фурье

5) Определить количество гармоник ограниченного ряда Фурье, сохраняющих не менее 90% (n90) и 99% (n99) энергии исходного сигнала (на одном периоде повторения). Рассчитать и нарисовать формы сигналов для этих случаев. Определить граничную частоту fгр, выше которой имеется 1 и 10% от полной энергии непериодического сигнала.

Из таблицы

0.28125 0.72687 0.93476 0.97582 0.97582 0.98575 0.99602 0.99861 0.99861 0.99911 0.99945

определяем





Текст M-файла Radio\_1\_5.m, реализующего построение приведенных графиков приложен к заданию.

6) Найти аналитическое выражение спектральной плотности S(ω) непериодического сигнала заданной формы и построить график её модуля. Сопоставить амплитуду n-ой гармоники (см.п.3, выражение для ) с модулем спектральной плотности |S(ω)| на частоте ω=. Определить произведение ширины спектра Δ*f* непериодического сигнала на его длительность τи.

Спектральная плотность непериодического сигнала определяется по формуле прямого преобразования Фурье:

от сигнала, имеющего ненулевые значения на интервале (:

Известно, что временной сдвиг влияет только на фазовые характеристики спектральной плотности, и не влияет на амплитудную часть, поэтому выполним временной сдвиг для получения симметричного импульса.

-10

5

-5

10

Теперь представим этот импульс как суперпозицию двух треугольных импульсов разной полярности.

10

-10

-5

5

Спектральная плотность искомого импульса также является суперпозицией спектральных плотностей треугольных импульсов.

Строим график полученного аналитического выражения



Крад/c

Для ω=, n=1, 2, …

4.1351e-005 -1.0506e-005 -4.4725e-006 2.5735e-006 8.2012e-010

 1.1521e-006 -8.9325e-007 -6.0084e-007 5.0562e-007 8.1974e-010

соотносим со значениями энергии n-гармоники

= 19.805 9.2394 1.8251 0.0000 0.44137 0.45627 0.11489 0.0000 0.022532 0.014783

150

Иллюстрируем связь с длительностью и амплитудой импульса.



Энергетический спектр определяется как квадрат модуля спектральной плотности

Зависимость энергетического спектра изображена на рисунке 6.

КГц



Рисунок 6. Энергетический спектр непрерывного сигнала

 КГц

Как следует из приведенного графика, практически вся энергия сигнала *s(t)* сосредоточена на интервале от 0 до 135 рад/с.

Далее приведён фрагмент расчётов в системе MATLAB граничных частот, ниже которых содержится 90 и 95% всей энергии непериодического сигнала. Функция Es(ω) есть монотонно возрастающая функция:

𝐸(𝑓)=∫𝑊(𝑓)𝑑𝑓

определяющая часть энергии сигнала *s(t)* в полосе частот от нуля до fc.



На построенном графике проведены прямые для определения граничных частот, ниже которых содержится 90 и 99% всей энергии непериодического сигнала.

1. 8) Определить период дискретизации ∆t исходного сигнала по теореме Котельникова для fгр(10%) и fгр(1%). Записать аналитически, рассчитать и построить график временной зависимости исходного сигнала при его представлении рядом Котельникова для обоих случаев.

Теорема Котельникова утверждает, что для обеспечения в сигнале спектральных составляющих до значения частота дискретизации сигнала должна быть не менее .

Для случая fгр(10%) = = = 14,28 мс.

Для случая fгр(1%) = = = 2,228 мс.

Рассчитаем и представим дискретное представление сигнала для этих случаев.



График сигнала при частоте дискретизации 14,28 мс.



График сигнала при частоте дискретизации 2,28 мс.

9) Двумя способами (непосредственно по сигналу и по энергетическому спектру W(ω)) найти аналитическое выражение для функции автокорреляции непериодического сигнала и построить её графически. Вычислить эффективный интервал корреляции сигнала ∆τЭФ.

АКФ сигнала определяется по формуле:

Подставляя в интеграл временную функцию сигнала и разбивая его на три части, получим (в формулах τ = T/3 – длительность импульса):

График автокорреляционной функции изображён на рисунке 2.10 (ось времени – в мс).



Рисунок 7. График функции автокорреляции построенный по результатам аналитического расчета