Содержание

Реферат

Курсовая работ 28 с.14 рис.,0 табл., 12 источников. Иллюстративная часть работы …. листа формата А4

МАТЕРИАЛЬНАЯ ТОЧКА, МАТЕРИАЛЬНОЕ ТЕЛО, МЕХАНИЧЕСКАЯ СИСТЕМА, РЕАКЦИИ, РАВНОВЕСИЕ ТЕЛА, КИНЕМАТИКА ТЕЛ, ПЛОСКОЕ ДВИЖЕНИЕ, ЗАКОНЫ НЬЮТОНА, ТЕОРЕМА ОБ ИЗМЕНЕНИИ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ, УРАВНЕНИЯ ЛАГРАНЖА II РОДА, РАБОТА, ОБОБЩЕННАЯ СИЛА

Объектом статического, кинематического и динамического исследования являются материальные точки, тела и механические системы.

Цель работы – изучение и практическое применение законов, теорем, принципов и методов исследования механических объектов.

В процессе работы проводились расчеты и исследования различных механических систем.

В результате исследования определены реакции и законы движения материальных точек и тел различных механических систем.

Задача 5.1. Произвольная плоская система сил

5.1.2. Условие задачи

Жесткая рама(рис.1.) закреплена в точках А и В с помощью неподвижного шарнира либо шарнирной опоры на катках или присоединена к невесомому стержню BB_1 с шарнирами на концах. На раму действует пара сил с моментом М, распределенная нагрузка интенсивностью q и две силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, направления и точки приложения которых указаны на рисунках.

Необходимо определить реакции связей в точках А и В, вызываемые действующими нагрузками и выполнить проверку правильности решения задачи.

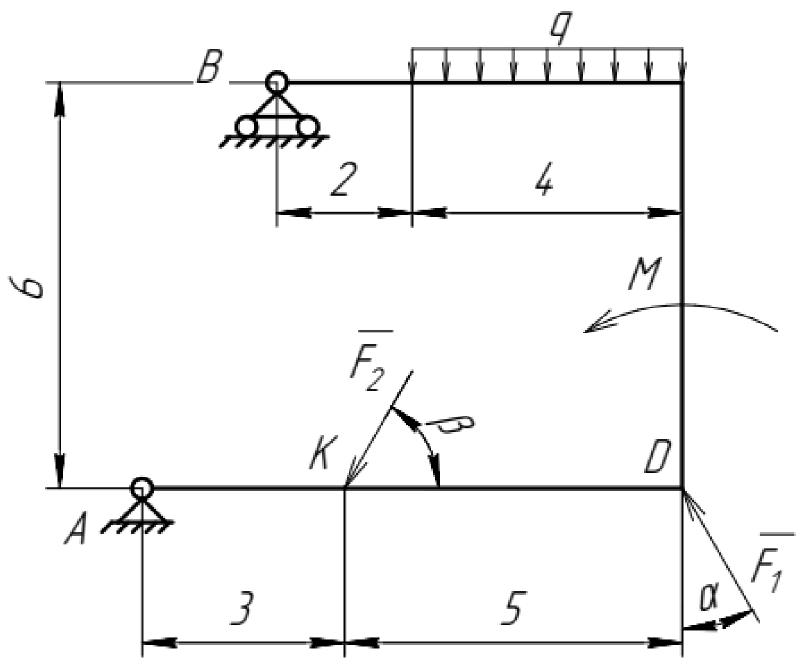


Рисунок 1.

5.1.3. Исходные данные

$F_1 = 32H; F_2 = 16H.$

$\alpha = 45^\circ; \beta = 60^\circ.$

$M = 12H \cdot м; q = 5\dfrac{H}{м}.$

5.1.4. Решение

1.) Составим расчетную схему для решения задачи(рис.2.)

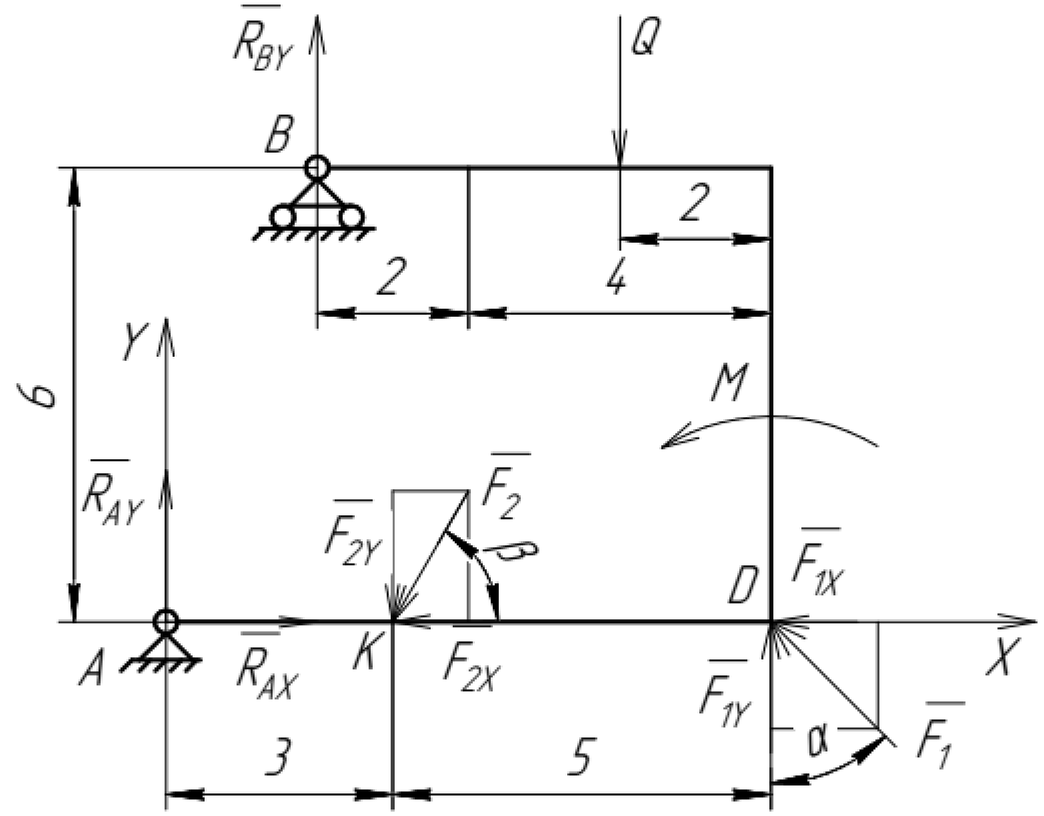


Рисунок 2.

2.) Заменим распределенную нагрузку q сосредоточенной силой Q, а также спроецируем векторы заданных сил F_1 и F_2, на введенные оси координат X,Y:

$$F_{1X} = F_1 \cdot \sin\alpha = 32 \cdot \sin 45^\circ = 22,6H$$
$$F_{1Y} = F_1 \cdot \cos\alpha = 32 \cdot \cos 45^\circ = 22,6H$$
$$F_{2X} = F_2 \cdot \cos\beta = 16 \cdot \cos 60^\circ = 8H$$
$$F_{2Y} = F_2 \cdot \sin\beta = 16 \cdot \sin 60^\circ = 13,9H$$
$$Q = q \cdot 4 = 5 \cdot 4 = 20H$$

3.) Для получения плоской системы сил составим три уравнения равновесия. Для вычисления момента сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ относительно точки А воспользуемся теоремой Вариньона.

$$\sum F_{iX} = 0, \quad R_{AX} - F_{2X} - F_{1X} = 0 \qquad (1)$$

$$\sum F_{iY} = 0, \quad R_{AY} + R_{BY} - Q - F_{2Y} + F_{1Y} = 0 \qquad (2)$$

$$\sum M_{iA} = 0, \quad R_{BY} \cdot 2 - Q \cdot 4 + M + F_{1Y} \cdot 8 - F_{2Y} \cdot 3 = 0 \qquad (3)$$

Из уравнения (3) определим R_{BY}:

$$R_{BY} = \frac{Q \cdot 4 - M - F_{1Y} \cdot 8 + F_{2Y} \cdot 3}{2} = \frac{20 \cdot 4 - 12 - 22,6 \cdot 8 + 13,9 \cdot 3}{2} = -35,55H \qquad (4)$$

Подставим (4) в уравнение (2) и вычислим R_{AY}:

$$R_{AY} = -R_{BY} + Q + F_{2Y} - F_{1Y} = -(-35,55) + 20 + 13,9 - 22,6 = 46,85H \qquad (5)$$

Из уравнения (1) определим R_{AX}:

$$R_{AX} = F_{2X} + F_{1X} = 22,6 + 8 = 30,6H \qquad (6)$$

4.) Проверим полученные результаты вычислений

$$\sum M_{iK} = 0, \qquad (7)$$
$$-R_{BY} \cdot 1 - Q \cdot 1 + M + F_{1Y} \cdot 5 - R_{AY} \cdot 3 = -(-35,55) \cdot 1 - 20 \cdot 1 + 12 + 22,6 \cdot 5 - 46,85 \cdot 3 = 0H \cdot м$$

Следовательно, вычисления верны.

5.) Определим полные силы реакций связей.

$$R_A = \sqrt{R_{AX}^2 + R_{AY}^2} = \sqrt{30,6^2 + 46,85^2} = 55,96H$$
$$R_B = R_{BY} = -35,55H$$

$$\cos(\overline{R_B}, \bar{i}) = \frac{\overline{R_{AX}}}{R_{BX}} = 0,653$$

Знак минус означает, что вектор силы направлен в противоположную сторону той, которая указана на расчетной схеме.*

Ответ:

$$R_A = 55,96H$$
$$R_B = -35,55H$$

Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	Инв. № подл

					КТМ. .ПЗ	Лис
изм	Лис	№ докум.	Подп.	Дат		2

Задача 5.2. Простейшее движение твердого тела

5.2.1. Условие задачи

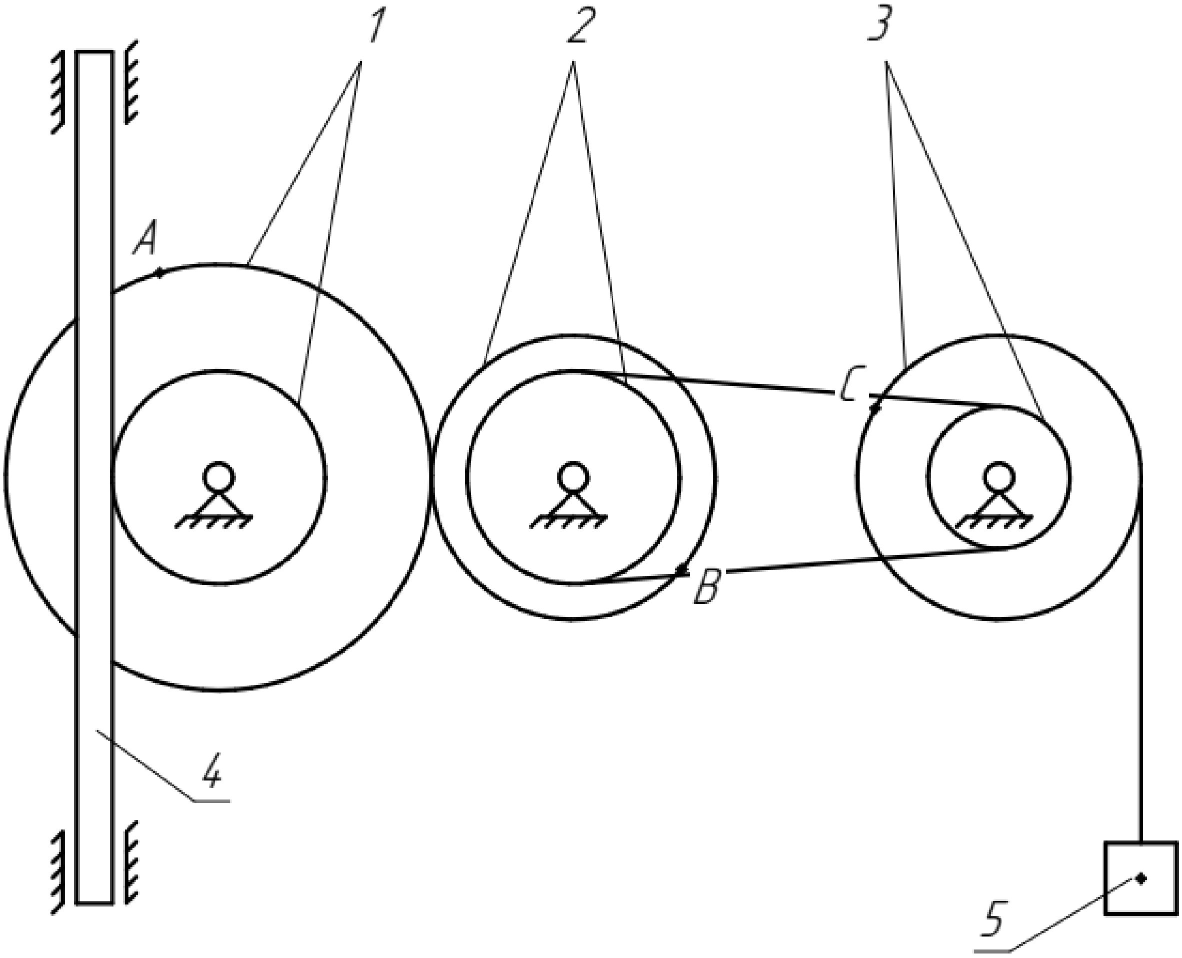


Рисунок 3.

Для момента времени t = 1с определить и изобразить на рисунке (без масштаба) скорости и ускорения точек A, B, C механизма, а также скорости и ускорения рейки 4 и груза 5.

5.2.2. Исходные данные

$R_1 = 0,6 м; r_1 = 0,3 м.$

$R_2 = 0,4 м; r_2 = 0,3 м.$

$R_3 = 0,4 м; r_3 = 0,2 м.$

$S_4 = 3 \cdot (t^2 + t)$

5.2.3. Решение

Рейка 4 совершает поступательное движение по закону $S_4 = 3 \cdot (t^2 + t)$, тогда определим скорость и ускорение точки D в момент времени $t = 1c$:

Так как контакт рейки 4 и ступенчатого колеса 1 происходит без проскальзывания, то $V_4 = V_D$, $a_4 = a_D$.

$$V_4 = V_D = \frac{dS_4}{dt} = 6 \cdot t + 3 = 9\frac{м}{c}$$
$$a_4 = a_D = \frac{dV_4}{dt} = 6\frac{м}{c^2} \quad (8)$$

Определим угловую скорость и угловое ускорение ступенчатого колеса 1:

$$\omega_1 = \frac{V_D}{r_1} = \frac{9}{0,3} = 30\frac{рад}{c}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{a_D}{r_1} = \frac{6}{0,3} = 20\frac{рад}{c^2} \quad (9)$$

Определим скорость точки А:

$$V_A = \omega_1 \cdot R_1 = 30 \cdot 0,6 = 18\frac{м}{c} \quad (10)$$

Определим ускорение точки А:

$$a_A^n = \omega_1^2 \cdot R_1 = 30^2 \cdot 0,6 = 540\frac{м}{c^2}$$
$$a_A^\tau = \varepsilon_1 \cdot R_1 = 20 \cdot 0,6 = 12\frac{м}{c^2} \quad (11)$$
$$a_A = \sqrt{\left(a_A^n\right)^2 + \left(a_A^\tau\right)^2} = \sqrt{540^2 + 12^2} = 540,13\frac{м}{c^2}$$

Точка E одновременно принадлежит колесу 1 и колесу 2. Учитывая тот факт, что контакт соответствующих колес происходит без проскальзывания, то определим угловую скорость и ускорение колеса 2 по следующим зависимостям:

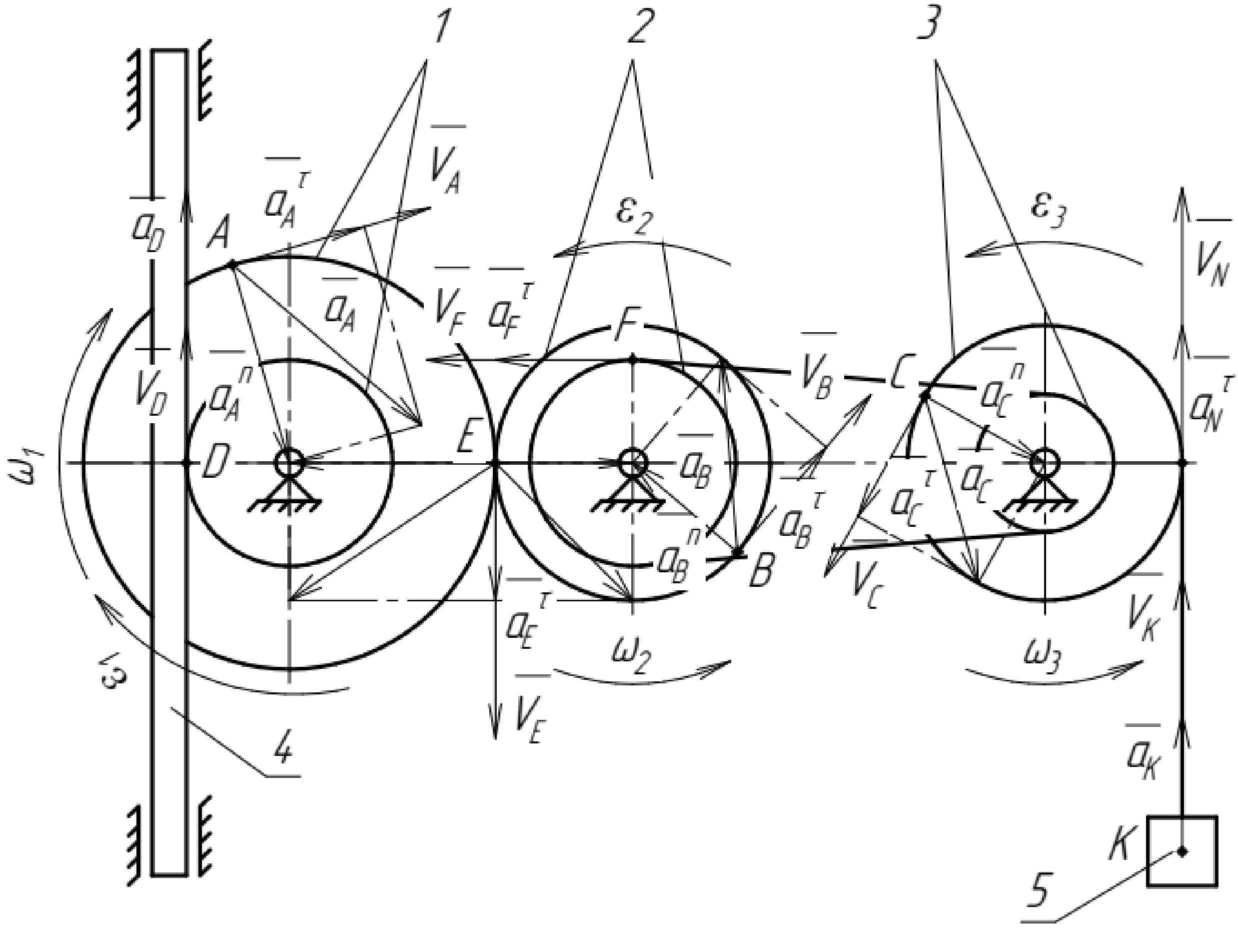


Рисунок 4.

$$\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$$
$$\omega_2 = \frac{R_1}{R_2}\cdot\omega_1 = \frac{0,6}{0,4}\cdot 30 = 45\,\frac{рад}{c}$$
$$\varepsilon_1 R_1 = \varepsilon_2 R_2 \qquad (12)$$
$$\varepsilon_2 = \frac{R_1}{R_2}\cdot\varepsilon_1 = \frac{0,6}{0,4}\cdot 20 = 30\,\frac{рад}{c^2}$$

Определим скорость точки B:

$$V_B = \omega_2 \cdot R_2 = 45 \cdot 0,4 = 18 \frac{м}{с} \qquad (13)$$

Определим ускорение точки B:

$$a_B^\tau = \varepsilon_2 \cdot R_2 = 30 \cdot 0,4 = 12 \frac{м}{с^2}$$
$$a_B^n = \omega_2^2 \cdot R_2 = 45^2 \cdot 0,4 = 810 \frac{м}{с^2} \qquad (14)$$
$$a_B = \sqrt{\left(a_B^n\right)^2 + \left(a_B^\tau\right)^2} = \sqrt{810^2 + 12^2} = 810,09 \frac{м}{с^2}$$

Учитывая, что контакт ремня и колес происходит без проскальзывания, то определим угловую скорость и угловое ускорение колеса 3 по следующим зависимостям:

$$\omega_2 r_2 = \omega_3 r_3$$
$$\omega_3 = \frac{r_2}{r_3} \cdot \omega_2 = \frac{0,3}{0,2} \cdot 45 = 67,5 \frac{рад}{с}$$
$$\varepsilon_2 r_2 = \varepsilon_3 r_3 \qquad (15)$$
$$\varepsilon_3 = \frac{r_2}{r_3} \cdot \varepsilon_2 = \frac{0,3}{0,2} \cdot 30 = 45 \frac{рад}{с^2}$$

Определим скорость точки C:

$$V_C = \omega_3 \cdot R_3 = 67,5 \cdot 0,4 = 27 \frac{м}{с} \qquad (16)$$

Определим ускорение точки C:

$$a_C^\tau = \varepsilon_3 \cdot R_3 = 45 \cdot 0,4 = 18 \frac{м}{с^2}$$
$$a_C^n = \omega_3^2 \cdot R_3 = 67,5^2 \cdot 0,4 = 1822,5 \frac{м}{с^2} \qquad (17)$$
$$a_C = \sqrt{\left(a_C^n\right)^2 + \left(a_C^\tau\right)^2} = \sqrt{1822,5^2 + 18^2} = 1822,59 \frac{м}{с^2}$$

Определим скорость и ускорение груза 5. При отсутствии проскальзывания тангенсальная составляющая ускорения точки С равна ускорения груза 5 и скорость точки С равна скорости груза 5, тогда:

$$V_K = V_C = 27\frac{м}{с}$$
$$a_K = a_C^{\tau} = 18\frac{м}{с^2} \qquad (18)$$

Ответ:

$V_A = 18\frac{м}{с}$; $a_A = 540{,}13\frac{м}{с^2}$

$V_B = 18\frac{м}{с}$; $a_B = 810{,}09\frac{м}{с^2}$

$V_C = 27\frac{м}{с}$; $a_C = 1822{,}59\frac{м}{с^2}$

Задача 5.3. Плоскопараллельное движение твердого тела

5.3.1. Условие задачи

Плоский механизм (рис.5) состоит из четырех стержней и одного ползуна.

- угловая скорость и угловое ускорение кривошипа O_1A:

$\omega_1 = 2,0\ c^{-1}$; $\varepsilon_1 = 3,0\ c^{-2}$.

- длина стержней механизма:

$\ell_1 = 0,4$ м; $\ell_2 = 1,5$ м; $\ell_3 = 1,2$ м; $\ell_4 = 0,6$ м; AC = BC.

В соответствии с заданными кинематическими параметрами ведущего звена механизма определить:

1) скорости указанных на рисунке точек и угловые скорости звеньев методом МЦС;
2) проверить найденные скорости точек, используя теорему о проекциях скоростей двух точек на прямую их соединяющую;
3) ускорение точки А механизма.

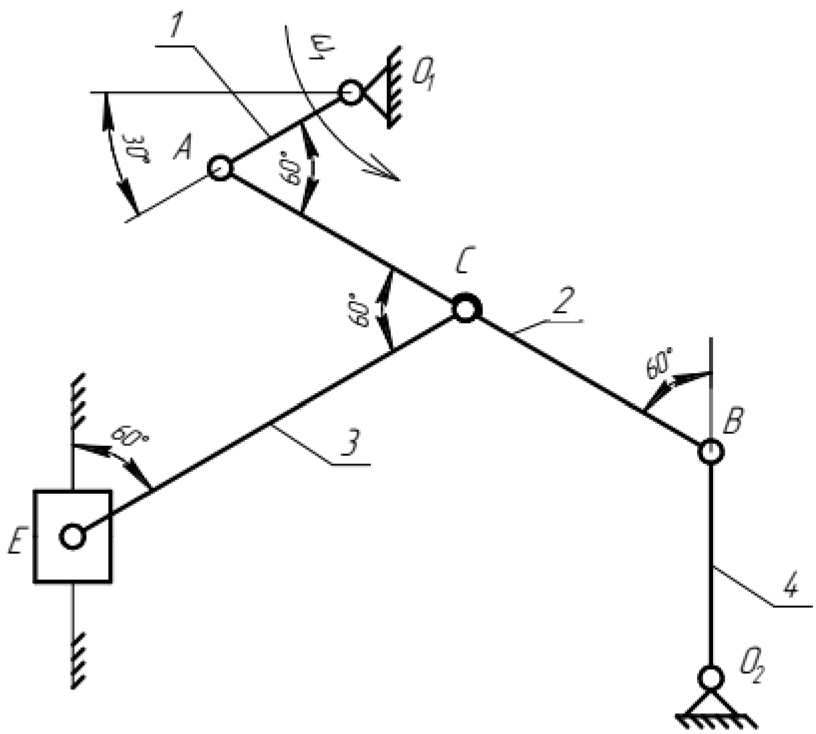


Рисунок 6.

5.3.2. Решение

Изобразим механизм в заданном положении, соблюдая заданные углы и размеры звеньев. Масштабный коэффициент для расчетной схемы:

$\mu_l = \dfrac{l_1}{O_1A} = \dfrac{0,4}{20} = 0,02\dfrac{м}{мм}$.

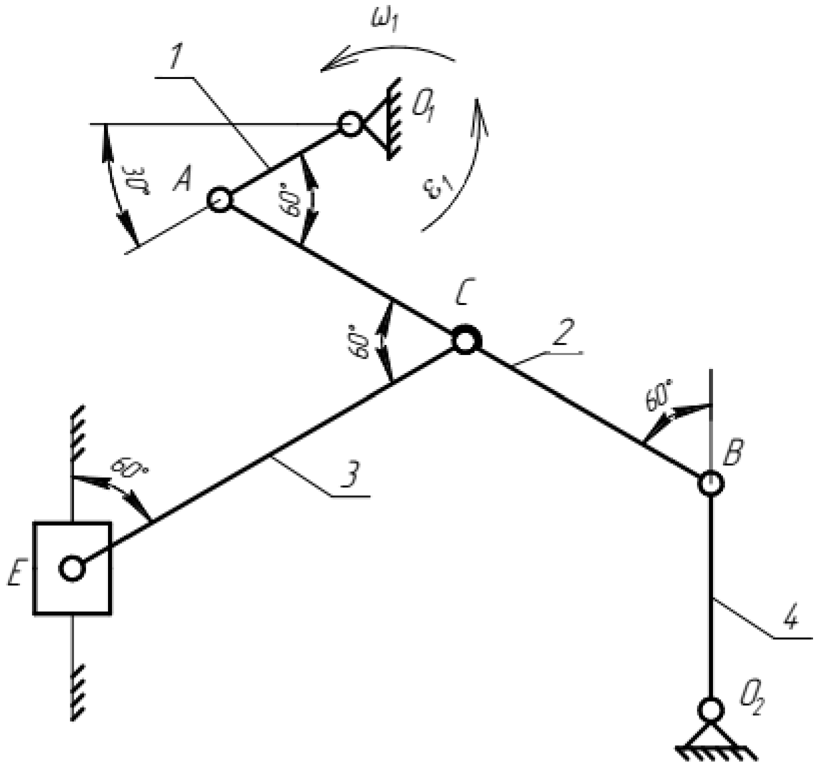


Рисунок 7.

Определим скорости точек и угловые скорости звеньев механизма методом МЦС.

Звено 1 совершает вращательное движение с заданной угловой скоростью. Тогда определим модуль вектора скорости точки А:

$$V_A = \omega_1 \cdot l_1 = 2 \cdot 0,4 = 0,8\frac{м}{с} \qquad (19)$$

Вектор скорости точки А направлен перпендикулярно звену 1 по направлению угловой скорости звена 1.

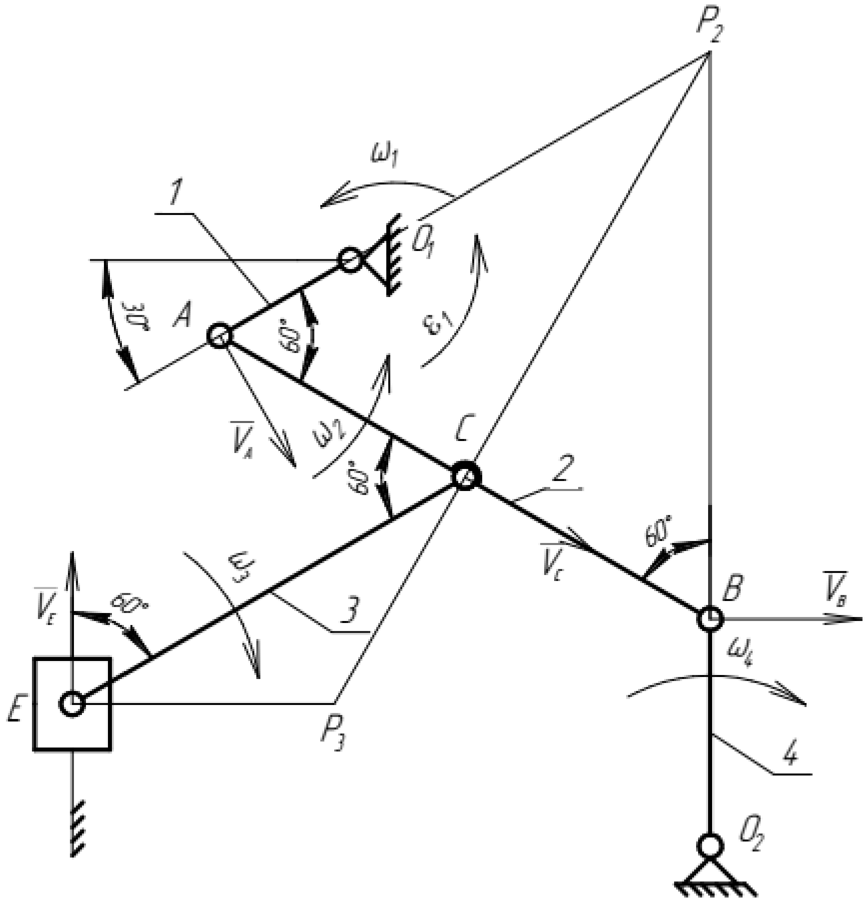


Рисунок 8.

Звено 2 совершает плоскопараллельное движение. Точка В одновременно принадлежит звену 3, которое совершает вращательное движение вокруг оси в точке O_2 и звену 2.

Направление вектора скорости точки В известно – вектор скорости точки В перпендикулярен звену 3. Тогда МЦС звена 2 будет лежать на пересечении перпендикулярных прямых векторам скоростей точек А и В соответственно.

Скорости точке пропорциональны их расстоянием до МЦС и связанны соотношением:

$$\frac{V_A}{AP_2} = \frac{V_B}{BP_2} = \omega_2 \quad (20)$$

Так как ΔABP_2 равносторонний, то $AP_2 = BP_2 = \ell_2$

$$\omega_2 = \frac{V_A}{AP_2} = \frac{0,8}{1.5} = 0,533\frac{рад}{с}$$

$$V_B = \omega_2 \cdot BP_2 = 0,533 \cdot 1,5 = 0,8\frac{м}{с} \qquad (21)$$

Направление угловой скорости ω_2 определим по направлению вектора $\overline{V_A}$ скорости точки А. Точка С так же принадлежит звену 2. Вектор $\vec{V}_C$ скорости точки С направлен перпендикулярно отрезку CP_2 в сторону, соответствующую направлению угловой скорости ω_2 (рис. 8).

В ΔABP_2 отрезок CP_2 является высотой :

$$CP_2 = \ell_2 \cdot \sin 60^o. \qquad (22)$$

$$V_C = \omega_2 \cdot CP_2 = 0,533 \cdot 1.5 \cdot 0.866 = 0,692\frac{м}{с}. \qquad (23)$$

Вектор $\vec{V}_C$ скорости точки С направлен перпендикулярно отрезку CP_2 в сторону, соответствующую направлению угловой скорости ω_2 звена 2.

Определим скорость точки В по теореме о проекции скоростей двух точек на одну прямую, проходящую через эти точки:

$$V_A \cdot \cos 30^\circ = V_B \cdot \cos 30^\circ$$

$$V_B = V_A = 0,8\frac{м}{с} \qquad (24)$$

Определим угловую скорость звена 4, вращающегося вокруг неподвижной оси в точке O_2, используя известную скорость точки В:

$$\omega_4 = \frac{V_B}{l_4} = \frac{0,8}{0,6} = 1,33\frac{рад}{с} \qquad (25)$$

Также, по теореме о проекции скоростей двух точек на одну прямую, проходящую через эти точки определим скорость точки С:

$$V_A \cdot \cos 30^\circ = V_C$$

$$V_C = 0,8 \cdot \cos 30^\circ = 0,692\frac{м}{с} \qquad (26)$$

Точка С одновременно принадлежит звену 2 и звену 3. Вектор скорости точки С полностью определен на плоскости. Точка Е принадлежит ползуну, который совершает поступательное движение, следовательно, направление вектора скорости точки Е известно. Тогда МЦС звена 3 будет лежать на пересечении прямых перпендикулярных векторам скоростей точек С и Е.

Скорости точек С и Е связанны соотношением:

$$\frac{V_C}{CP_3} = \frac{V_E}{EP_3} = \omega_3 \qquad (27)$$

Рассмотрим треугольник CP_3E.

По теореме синусов определим CP_3:

$$\frac{CP_3}{\sin 30^\circ} = \frac{CE}{\sin 120^\circ}$$
$$CP_3 = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 120^\circ} \cdot CE = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 120^\circ} \cdot 1,2 = 0,692 м \qquad (28)$$

Так как треугольник CP_3E равносторонний, то:

$$CP_3 = EP_3 = 0,692 м \qquad (29)$$

Тогда

$$\frac{V_C}{CP_3} = \frac{V_E}{EP_3} = \omega_3$$
$$V_E = \frac{EP_3}{CP_3} \cdot V_C = \frac{0,692}{0,692} \cdot 0,692 = 0,692 \frac{м}{с} \qquad (30)$$
$$\omega_3 = \frac{V_E}{EP_3} = \frac{0,692}{0,692} = 1 \frac{рад}{с}$$

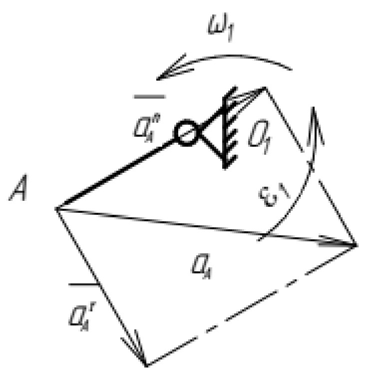
По теореме о проекции скоростей двух точек на одну прямую, проходящую через эти точки определим скорость точки Е:

$$V_E \cdot \cos 60^\circ = V_C \cdot \cos 60^\circ$$
$$V_E = V_C = 0,692 \frac{м}{с} \qquad (31)$$

Определим ускорение точки А.

Точка А совершает вращательное движение с переменной угловой скоростью, тогда ускорение точки А будет состоять из касательно составляющей и нормальной составляющей.

$$\begin{aligned}
&\overline{a_A} = \overline{a_{O1}} + \overline{a_{AO1}^{n}} + \overline{a_{AO1}^{\tau}} \\
&a_{O1} = 0\,\frac{м}{с^2} \\
&a_{AO1}^{n} = \omega_1^2 \cdot l_1 = 2^2 \cdot 0,4 = 1,6\,\frac{м}{с^2} \\
&a_{AO1}^{\tau} = \varepsilon_1 \cdot l_1 = 3 \cdot 0,4 = 1,2\,\frac{м}{с^2}
\end{aligned} \qquad (32)$$



По алгебраическому правилу сложения векторов имеем:

$$a_A = \sqrt{\left(a_{AO1}^{n}\right)^2 + \left(a_{AO1}^{\tau}\right)^2} = \sqrt{1,6^2 + 1,2^2} = 2\,\frac{м}{с^2} \qquad (33)$$

Подп. и дата

Взам. инв. №

Инв. № дубл.

Подп. и дата

Инв. № подл

изм	Лис	№ докум.	Подп.	Дат

КТМ. .ПЗ

Задача 4.1. Дифференциальное уравнение движения материальной точки

4.1.1. Условие задачи

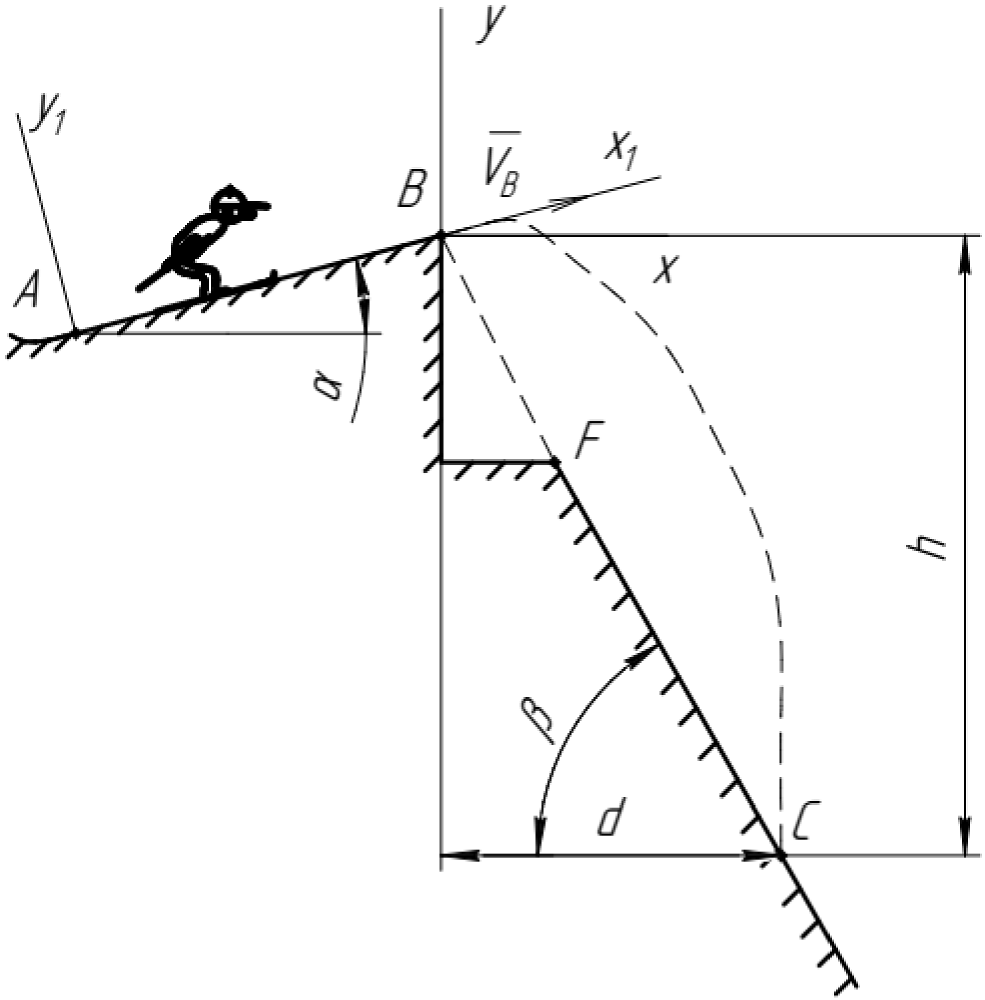


Рисунок 9.

Исходные данные:

$\alpha = 15^\circ; \beta = 45^\circ.$

$l = 5м; h = 30м.$

$f = 0,15.$

$\tau = 0,3с.$

Определить:

$V_A, V_B - ?$

4.1.2. Решение

Составим расчетную схему для решения задачи (рис. 9).

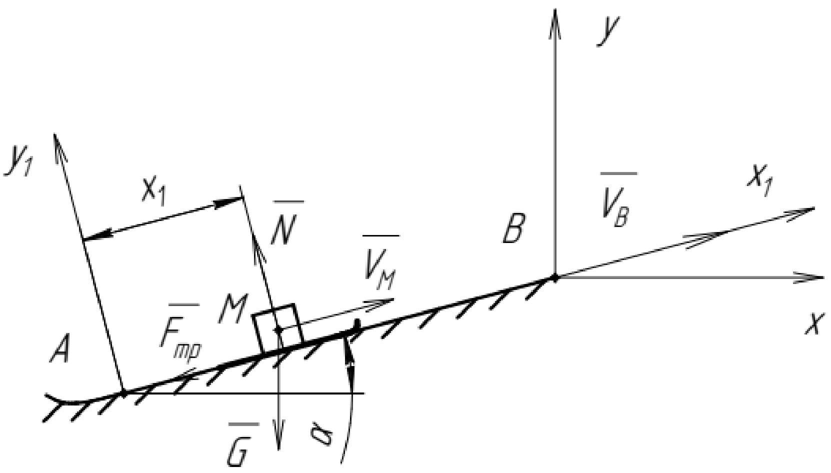


Рисунок 10.

Рассмотрим движение лыжника на участке AB. Рассматриваем лыжника как материальную точку(так как нам не важна геометрия, то изобразим лыжника в виде камня). Приложим действующие на него силы и составим дифференциальное уравнение движения материальной точки в векторной форме:

$$m \cdot \frac{d\overline{V}}{dt} = \overline{G} + \overline{N} + \overline{F_{тр}} \tag{34}$$

Проецируя уравнение (34) на оси координат x_1, y_1, получаем:

$$m x_1'' = -G \cdot \sin\alpha - F_{тр} \tag{35}$$

$$m y_1'' = -G \cdot \cos\alpha + N \tag{36}$$

Так как проекция ускорения на ось y_1=0, то N=mgcosα. Учитывая, что G=mg и $F_{тр}$=fN получаем следующие уравнения:

$$mx_1'' = -mg \cdot \sin\alpha - f \cdot mg \cdot \cos\alpha \tag{37}$$

$$my_1'' = -mg \cdot \cos\alpha + mg \cdot \cos\alpha$$
$$y_1'' = 0 \tag{38}$$

В итоге получаем уравнение:

$$x_1'' = -g \cdot (\sin\alpha + f \cdot \cos\alpha) \tag{39}$$

Дважды проинтегрируем уравнение (38):

$$x_1' = -gt \cdot (\sin\alpha + f \cdot \cos\alpha) + C_1 \tag{40}$$

$$x_1 = -\frac{gt^2}{2} \cdot (\sin\alpha + f \cdot \cos\alpha) + C_1 \cdot t + C_2 \tag{41}$$

Для определения произвольных постоянных уравнений (41), (42) воспользуемся граничными условиями:

$$t = t_0 = 0c$$
$$x_{01} = 0 \tag{42}$$
$$x_{01}' = V_A$$

$$C_1 = V_A \tag{43}$$

$$C_2 = 0 \tag{44}$$

$$x_1 = -\frac{gt^2}{2} \cdot (\sin\alpha + f \cdot \cos\alpha) + V_A \cdot t \tag{45}$$

Из уравнения (45) определим необходимую начальную скорость в точки А:

$$x_1 = -\frac{gt^2}{2} \cdot (\sin\alpha + f \cdot \cos\alpha) + V_A \cdot t$$
$$V_A = \frac{l}{t} + \frac{gt}{2} \cdot (\sin\alpha + f \cdot \cos\alpha) = \frac{5}{0,3} + \frac{9,81 \cdot 0,3}{2} \cdot (\sin 15^\circ + 0,15 \cdot \cos 15^\circ) = 17,26\,\frac{м}{c} \tag{46}$$

Определим скорость в точке в точке В:

$$V_B = -gt \cdot (\sin\alpha + f \cdot \cos\alpha) + V_A$$
$$V_B = -9,81 \cdot 0,3 \cdot (\sin 15^\circ + 0,15 \cdot \cos 15^\circ) + 17,26 = 16,07\,\frac{м}{c} \tag{47}$$

Ответ:

$V_A = 17,26\frac{м}{с}$

$V_B = 16,07\frac{м}{с}$

Задача 4.2. Теорема об изменении кинетической энергии механической системы.

4.2.1. Условие задачи

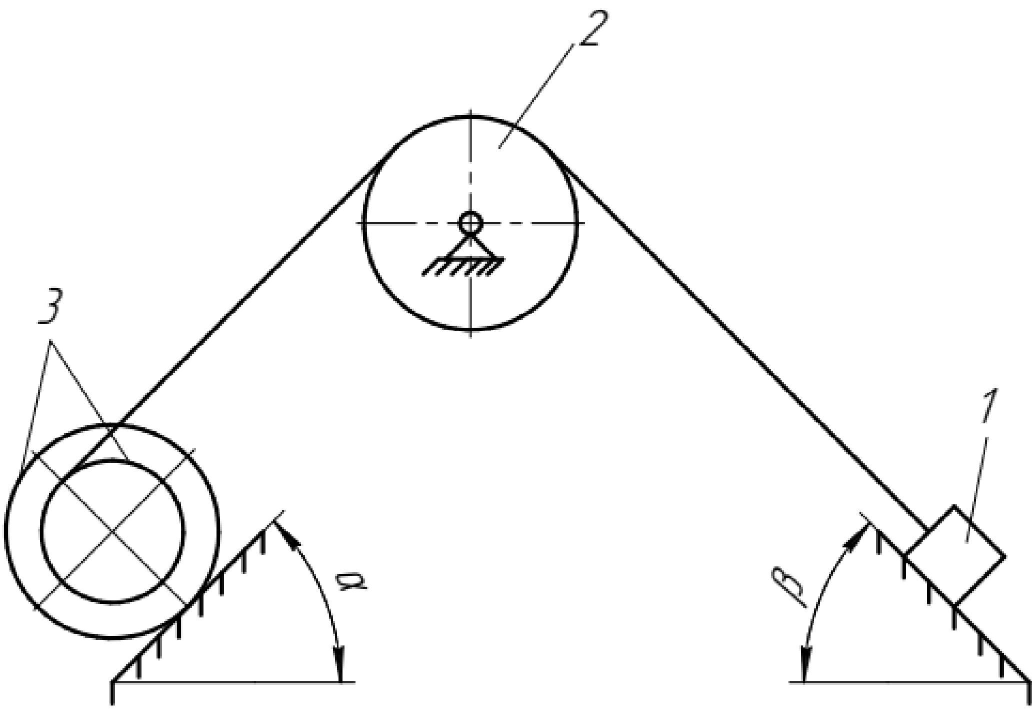


Рисунок 11.

Исходные данные:

$m_1 = 10кг; m_2 = 3кг; m_3 = 3кг.$

$\alpha = 45^\circ; \beta = 45^\circ.$

$R_3 = 0,15м; r_3 = 0,1м.$

$f = 0,1; \delta = 0,02;$

$S_1 = 0,2м.$

Определить:

$\omega_2 - ?$

4.2.2. Решение.

Составим расчетную схему (рис. 12) для решения задачи.

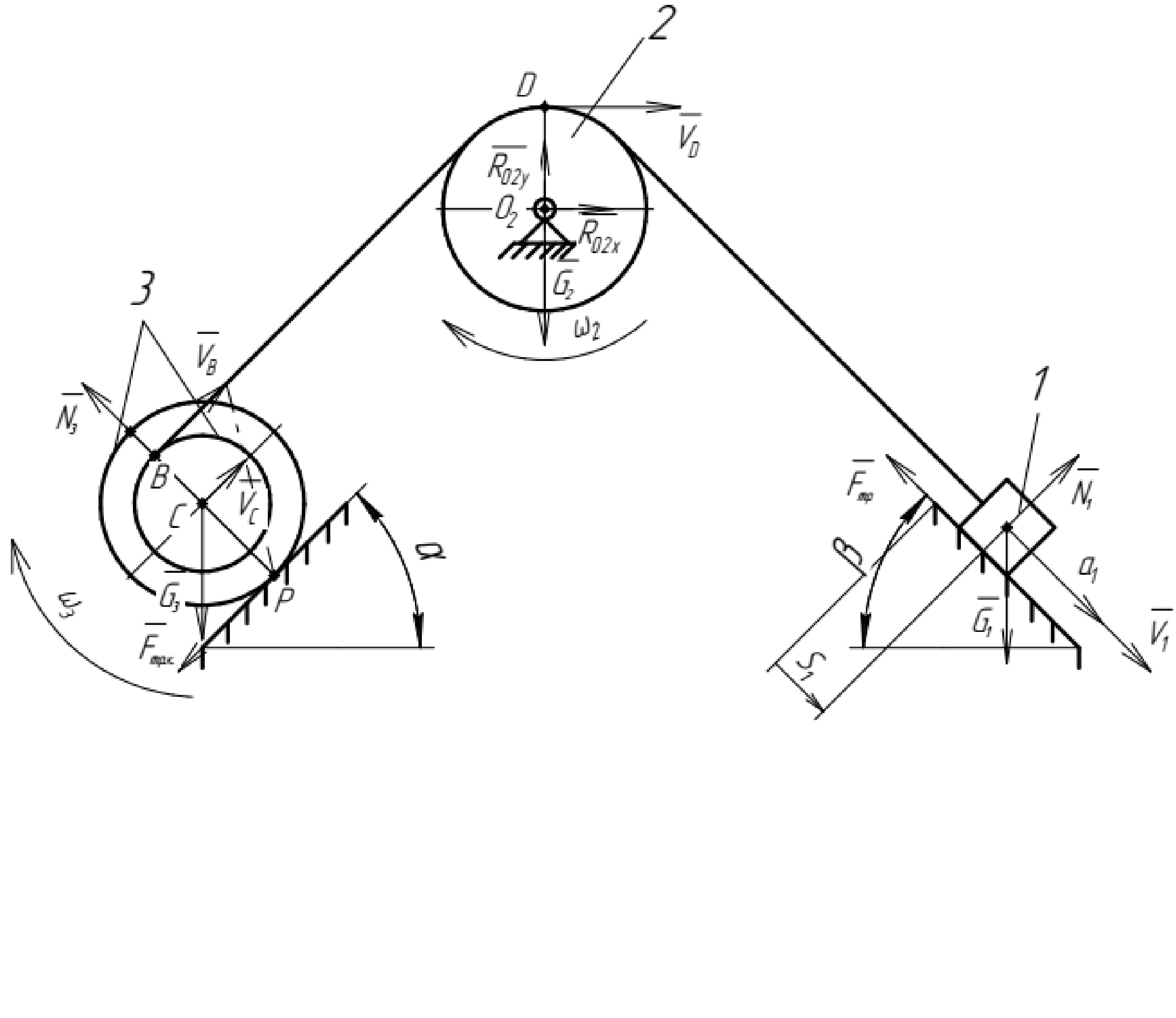


Рисунок 12.

Рассмотрим движение механической системы (рис. 12), состоящей из тел 1,2,3, соединенных нерастяжимыми нитями. Изобразим, действующие на систему активные силы G_1, G_2, G_3, реакции связей N_1, N_3, а также силу трения качения $F_{тр.к.}$ и силу трения скольжения $F_{тр.}$.

Для определения искомых величин воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии механической системы:

$$T - T_0 = \sum A_k^e + \sum A_k^i \quad \text{, где} \qquad (48)$$

T и T_0 – кинетическая энергия в конечном и начальном положении механической системы соответственно.

$\sum A_k^e$, $\sum A_k^i$ - суммы работ внешних и внутренних сил на перемещении системы из начального положения в конечное.

Так как система состоит из абсолютно твердых тел, соединенных нерастяжимыми нитями, то сумма работ внутренних сил равна нулю. В условии задачи сказано, что система вначале находилась в состоянии покоя, тогда уравнение (48) примет вид:

$$T = \sum A_k^e \qquad (49)$$

Изобразим механизм, когда груз 1 пройден заданное расстояние S_1 (рис. 12). Определим кинетическую энергию системы:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 \qquad (50)$$

Груз 1 совершает поступательное движение, тогда его кинетическую энергию можно записать следующей формулой:

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 \qquad (51)$$

Неоднородный диск 2 совершает вращательное движение вокруг неподвижной оси O_2, тогда:

$$T_2 = \frac{1}{2} J_{O2} \omega_2^2$$
$$J_{O2} = m_2 \cdot i^2 \qquad (52)$$

Колесо 3 совершает вращательное движение вокруг поступательно движущейся оси С, тогда по теореме Кенига имеем:

$$T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_C^2 + \frac{1}{2} J_C \omega_3^2$$
$$J_C = \frac{1}{2} m_3 R_3^2 \tag{53}$$

Так как в задаче необходимо найти угловую скорость второго тела, тогда выразим все через ω_2.

Так как нить нерастяжима, то:

$$V_D = V_1$$
$$\omega_2 = \frac{V_D}{R_2} = \frac{V_1}{R_2}$$
$$V_1 = \omega_2 \cdot R_2$$
$$V_B = V_D = V_1 = \omega_2 R_2 \tag{54}$$
$$\omega_3 = \frac{V_B}{BP} = 4 \cdot \omega_2 R_2$$
$$\omega_3 = \frac{V_C}{CP}$$
$$V_C = \omega_3 \cdot CP = \frac{CP}{BP} \cdot V_B = \frac{R_3}{R_3 + r_3} \cdot \omega_2 R_2 = 0,6 \cdot \omega_2 R_2$$

Учитывая преобразования (54) получаем:

$$T = \frac{1}{2} m_1 \cdot \omega_2^2 R_2^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot i^2 \omega_2^2 + \frac{1}{2} m_3 \cdot 0,36 \cdot \omega_2^2 R_2^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{m_3 R_3^2}{2} \cdot 16 \cdot \omega_2^2 R_2^2$$
$$T = \frac{1}{2}(10 \cdot \omega_2^2 R_2^2 + 3 \cdot i^2 \omega_2^2 + 3 \cdot 0,36 \cdot \omega_2^2 R_2^2 + 3 \cdot 0,08 \cdot \omega_2^2 R_2^2)$$
$$T = \frac{1}{2}(11,32 \cdot R_2^2 + 3 \cdot i^2) \cdot \omega_2^2 \tag{55}$$
$$T = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \omega_2^2$$

Где а – коэффициент приведения массы.

Вычислим суммарную работу внешних сил:

Подп. и дата | Взам. инв. № | Инв. № дубл. | Подп. и дата | Инв. № подл

					КТМ. .ПЗ	Лис
изм	Лис	№ докум.	Подп.	Дат		2

$$\sum A_{iF}^{e} = -G_3 \cdot \cos\alpha \cdot S_C - F_{тр.к.} \cdot S_C + G_1 \cdot \cos\beta \cdot S_1 - F_{тр.} \cdot S_1$$

$$S_B = S_1$$

$$\frac{S_B}{BP} = \frac{S_C}{CP}$$

$$S_C = \frac{CP}{BP} \cdot S_B = \frac{R_3}{R_3 + r_3} \cdot S_1 = 0,6 \cdot S_1$$

$$F_{тр.к.} = \delta \cdot N_3 = \delta \cdot m_3 g \cdot \cos\alpha \qquad (56)$$

$$F_{тр.} = f \cdot N_1 = f \cdot m_1 g \cdot \cos\beta$$

$$\sum A_{iF}^{e} = -m_3 g \cdot \cos\alpha \cdot 0,6 \cdot S_1 - \delta \cdot m_3 g \cdot \cos\alpha \cdot 0,6 \cdot S_1 + m_1 \cdot g \cdot \cos\beta \cdot S_1 - f \cdot m_1 g \cdot \cos\beta \cdot S_1$$

$$\sum A_{iF}^{e} = -3 \cdot 9,81 \cdot \cos 45^{\circ} \cdot 0,6 \cdot 0,2 - 0,02 \cdot 3 \cdot 9,81 \cdot \cos 45^{\circ} \cdot 0,6 \cdot 0,2 +$$

$$+10 \cdot 9,81 \cdot \cos 45^{\circ} \cdot 0,2 - 0,1 \cdot 10 \cdot 9,81 \cdot \cos 45^{\circ} \cdot 0,2 = 9,94 \, Дж$$

Получаем:

$$\frac{1}{2}(11,32 \cdot R_2^2 + 3 \cdot i^2) \cdot \omega_2^2 = 9,94$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{19,88}{11,32 \cdot R_2^2 + 3 \cdot i^2}} \qquad (57)$$

Ответ:

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{19,88}{11,32 \cdot R_2^2 + 3 \cdot i^2}}$$

Задача 4.3. Принцип Даламбера

4.3.1. Условие задачи

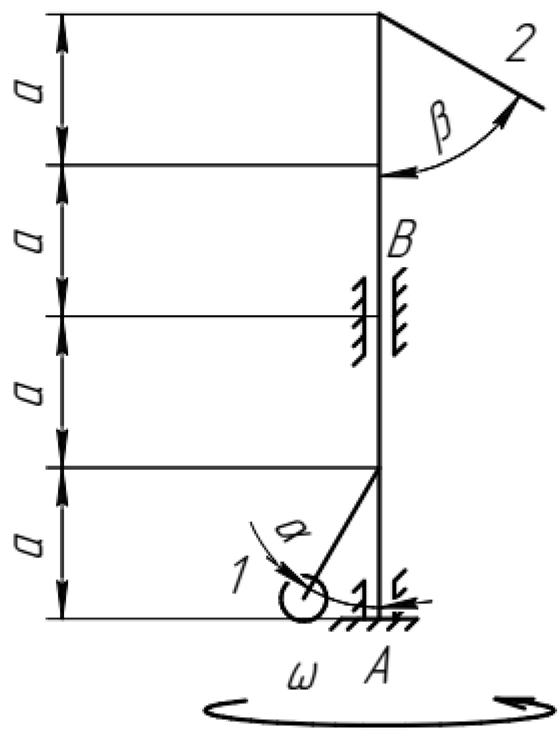


Рисунок 13.

Исходные данные:

$\omega_1 = 5\dfrac{рад}{с};$

$l_1 = 0,5м; l_2 = 0,6м; a = 0,5м;$

$m_1 = 5кг; m_2 = 4кг;$

$\alpha = 30^\circ; \beta = 60^\circ.$

Определить:

$R_A, R_B - ?$

4.3.2. Решение

Для решения задачи составим расчетную схему (рис .14)

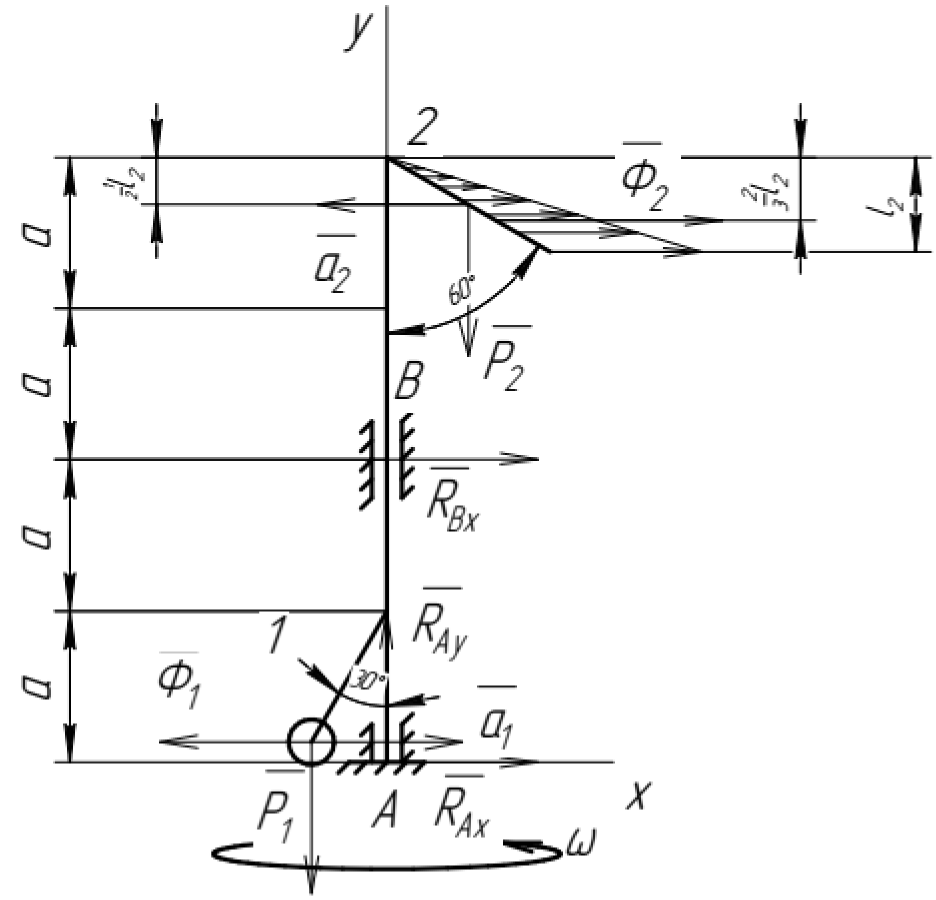


Рисунок 14.

Для определения искомых реакций внешних связей рассмотрим движение заданной механической системы и применим принцип Даламбера. Проведем вращающиеся вместе с валом координаты хАу так, чтобы стержни лежали в одной плоскости.

На систему действуют активные силы P_1, P_2 и реакции внешних связей R_{Ax}, R_{Ay}, R_{Bx}. В соответствии с принципом Даламбера присоединим к этим сила силу инерции точечного груза 1 и однородного стержня 2.

Определим модуль главного вектора сил инерции однородного стержня 2:

$$\overline{\Phi_2} = -m_2 \cdot \overline{a_2}$$
$$\Phi_2 = m_2 \cdot a_2 = m_2 \cdot \omega^2 \cdot \frac{l_2}{2} \cdot \sin 60^\circ = 4 \cdot 5^2 \cdot \frac{0,6}{2} \cdot \sin 60^\circ = 26H$$
$$\overline{\Phi_1} = -m_1 \cdot \overline{a_1} \qquad (58)$$
$$\Phi_1 = m_1 \cdot a_1 = m_1 \cdot \omega^2 \cdot \frac{l_1}{2} \cdot \sin 30^\circ = 5 \cdot 5^2 \cdot \frac{0,5}{2} \cdot \sin 30^\circ = 15,625H$$
$$P_1 = m_1 \cdot g = 5 \cdot 9,81 = 49,05H$$
$$P_2 = m_2 \cdot g = 4 \cdot 9,81 = 39,24H$$

Согласно принципу Даламбера составим три уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0, \qquad R_{Ax} + \Phi_2 - \Phi_1 + R_{Bx} = 0 \qquad (59)$$

$$\sum F_{ky} = 0, \qquad R_{Ay} - P_2 - P_1 = 0 \qquad (60)$$

$$\sum M_F(\overline{F_k}) = 0,$$
$$-R_{Bx} \cdot 2a - \Phi_2 \cdot (4a - \frac{2}{3} l_2 \cdot \cos 60^\circ) + \Phi_1 \cdot (a - l_1 \cdot \cos 30^\circ) - P_2 \cdot \frac{l_2}{2} \sin 60^\circ + P_1 \cdot l_1 \sin 30^\circ \qquad (61)$$

Из уравнения (61) определим R_{Bx}:

$$-R_{Bx} \cdot 2a - \Phi_2 \cdot (4a - \frac{2}{3} l_2 \cdot \cos 60^\circ) + \Phi_1 \cdot (a - l_1 \cdot \cos 30^\circ) - P_2 \cdot \frac{l_2}{2} \sin 60^\circ + P_1 \cdot l_1 \sin 30^\circ$$
$$R_{Bx} = \frac{-26 \cdot (4 \cdot 0,5 - \frac{2}{3} \cdot 0,6 \cdot \frac{1}{2}) + 15,625 \cdot (0,5 - 0,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}) - 39,24 \cdot \frac{0,6}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 49,05 \cdot 0,6 \cdot \frac{1}{2}}{2 \cdot 0,5} \qquad (62)$$
$$R_{Bx} = -41,23H$$

Из уравнения (59):

$$R_{Ax} + \Phi_2 - \Phi_1 + R_{Bx} = 0$$
$$R_{Ax} = \Phi_1 - \Phi_2 - R_{Bx} = 15,625 - 26 + 41,23 = 30,855H \qquad (63)$$

Из уравнения (60) имеем:

$$R_{Ay} = P_2 + P_1 = 49,05 + 39,24 = 88,29H \qquad (64)$$

Определим полные реакции:

$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Bx}^2} = \sqrt{30,855^2 + 88,29^2} = 93,53H$$
$$R_B = R_{Bx} = -41,23H$$