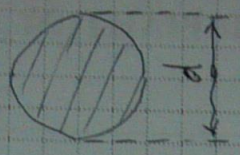
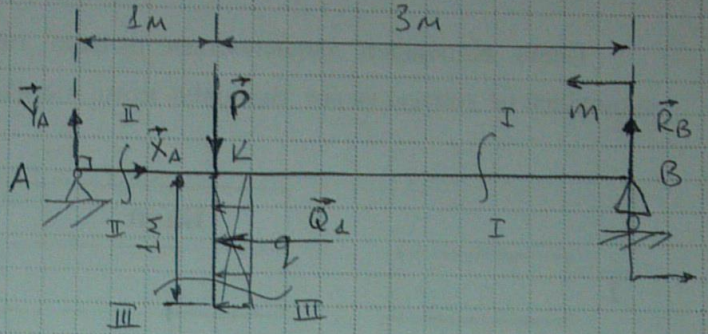
Дано:

$P = 11 \cdot 10^3$ Н $= 11$ кН
$m = 11 \cdot 10^3$ Н·м $= 11$ кН·м
$q = 11 \cdot 10^3$ Н/м $= 11$ кН/м

$\ell = 4$ м
$a = 1$ м
$c = 1$ м

$[\sigma] = 240$ МПа
$[\tau] = 100$ МПа





1). Реакции: X_A, Y_A, Y_B – ?;
2) Эпюры: N, Q, M;
3) d_{min} – ?

1). Определим сначала реакции в опорах А и В. В точке А расположен неподвижный шарнир, который заменяем реакциями $\vec{X}_A, \vec{Y}_A$.

В точке В расположен подвижный шарнир, который заменяем реакцией $\vec{R}_B$.

Отметим, что:

$$Q_1 = 1 \cdot q = 11 \text{ (кН)}.$$

Тогда:

$$\sum X = 0: \quad X_A - Q_1 = 0,$$

$$\sum Y = 0: \quad Y_A - P + R_B = 0,$$

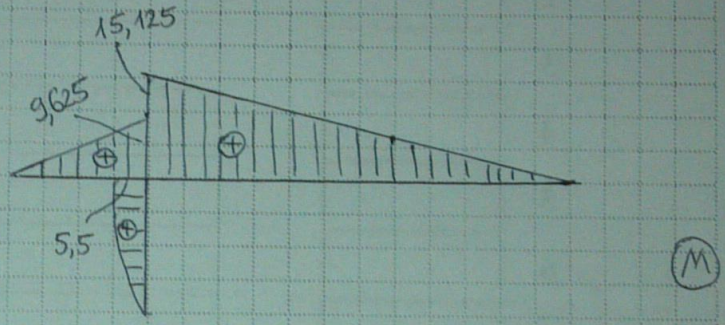
$$\sum M_{Az} = 0: \quad -P \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot Q_1 + m + R_B \cdot 4 = 0.$$

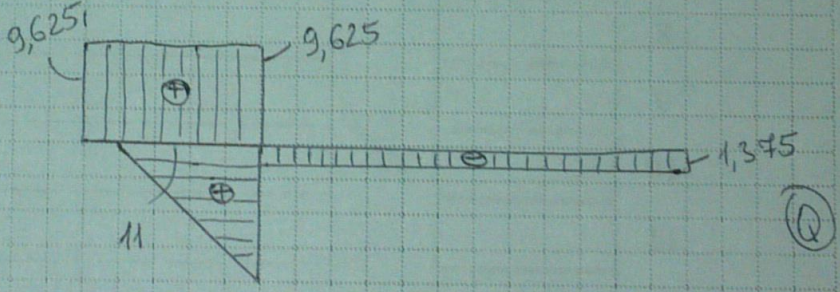
Тогда:

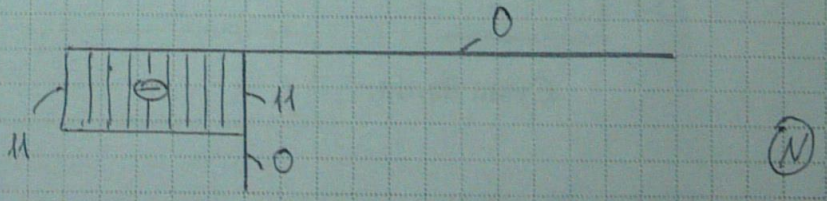
$$X_A = Q_1 = 11 \text{ кН};$$

$$R_B = \frac{1}{4} \cdot \left(P + \frac{1}{2} Q_1 - m\right) = \frac{1}{4} \cdot \left(11 + \frac{1}{2} \cdot 11 - 11\right) = \frac{11}{8} \approx 1{,}375 \text{ (кН)}.$$

$$Y_A = P - R_B = 11 - 1{,}375 = 9{,}625 \text{ (кН)}.$$







Сделаем проверку. Запишем момент относительно точки B:

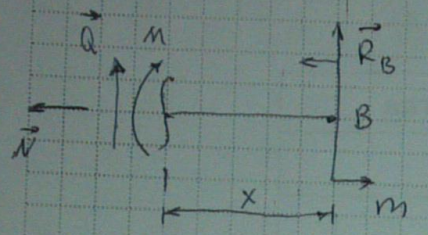
$\sum M_{Bz}=0$: $-Y_A \cdot 4 + P \cdot 3 + m - Q_1 \cdot \frac{1}{2} = 0$

$-4 \cdot 9{,}625 + 3 \cdot 11 + 11 - \frac{1}{2} \cdot 11 = 0$

$0=0$. (Выполняется).

2). Построим эпюры M, Q, N.

Сделаем сечение I–I: $0 \le x \le 3$.



$\sum X=0$: $-N=0$;

$\sum Y=0$: $Q+R_B=0$;

$\sum m_z=0$: $-M+m+R_B \cdot x=0$.

Тогда:

$N(x)=0$;

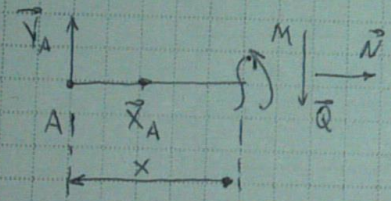
$Q(x)=-R_B=-1{,}375$ кН;

$M(x)=m+R_B \cdot x = 11+1{,}375x$ (кН·м);

$M(0)=11$ кН·м;

$M(3)=11+1{,}375 \cdot 3 = 15{,}125$ (кН·м).

Сделаем сечение II–II: $0 \le x \le 1$.



$\sum X=0$: $N+X_A=0$,

$\sum Y=0$: $Y_A-Q=0$,

$\sum M_z=0$: $M-Y_A \cdot x=0$.

Тогда:

$N(x)=-X_A=-11$ (кН);

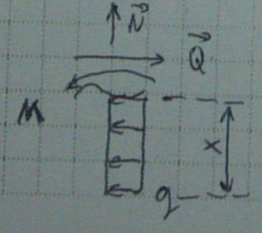
$Q(x)=Y_A=9{,}625$ (кН);

$M(x)=Y_A \cdot x = 9{,}625x$ (кН·м);

$M(0)=0$;

$M(1)=9{,}625$ кН·м.

Сделаем сечение III–III: $0 \le x \le 1$.



$\sum X=0$: $Q-qx=0$.

$\sum Y=0$: $N=0$.

$\sum M_z=0$: $M-qx \cdot \frac{x}{2}=0$.

$N(x) = 0$;

$Q(x) = q \cdot x = 11 \cdot x$ (кН);

$Q(0) = 0$; $Q(1) = 11$ кН.

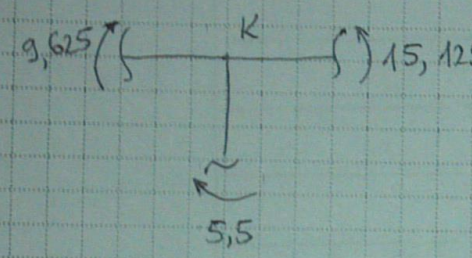
$M(x) = \frac{1}{2} q x^2 = \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot x^2 = 5{,}5\, x^2$ (кН·м).

$M(0) = 0$;

$M(1) = 5{,}5$ кН·м.

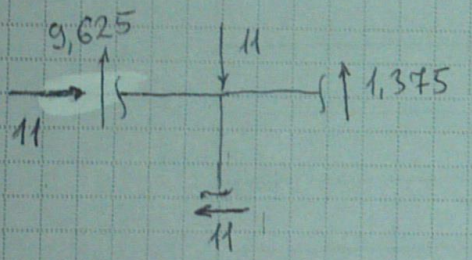
Рисуем эпюры M, Q, N.

Сделаем проверку в т.К:



Видим, что

$15{,}125 - 9{,}625 - 5{,}5 = 0$.



$\Sigma X = 0$: $11 - 11 = 0$

$\Sigma Y = 0$: $9{,}625 - 11 + 1{,}375 = 0$.

Видим что проверка выполняется.

С эпюр видно, что:

$M_{max} = 15{,}125$ кН·м;

$Q_{max} = 11$ кН;

$N_{max} = 11$ кН.

3) Определим d_{min}.

С условия прочности:

$\sigma_{max} = |M_{max}| / W_z \le [\sigma]$.

Тогда

$$W_z^{min} = \frac{|M_{max}|}{[\sigma]} = \frac{15{,}125 \cdot 10^3}{240 \cdot 10^6} \approx 63{,}02 \cdot 10^{-6}\ м^3 =$$

$$= 63{,}02\ см^3.$$

Для круга диаметром d:

$$W_z = \frac{\pi d^3}{32}.$$

Тогда:

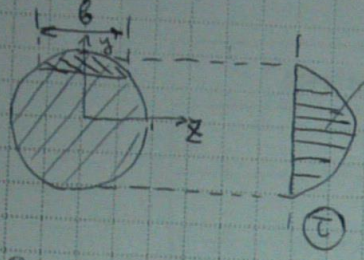
$$63{,}02 = \frac{\pi d_{min}^3}{32} \Rightarrow d_{min} = \sqrt[3]{\frac{63{,}02 \cdot 32}{\pi}} \approx 8{,}63 \text{ см.}$$

$d_{min} = 8{,}63$ см.

Проверим выполнение условия прочности по касательным напряжениям для выбранного сечения:

$$|\tau_{max}| = \frac{|Q_{max}| \cdot S_z}{J_z \cdot b} \leq [\tau] - \text{формула Журавского.}$$

Для круга:



$$\tau_{max} = \frac{4}{3}\frac{Q_{max}}{\pi R^2}; \quad R = \frac{d}{2}.$$

Для круга: $|\tau_{max}| = \frac{4\,|Q_{max}|}{3\pi R^2} = \frac{16 \cdot |Q_{max}|}{3 \cdot \pi d^2} =$

$$= \frac{16 \cdot 11 \cdot 10^3}{3 \cdot \pi \cdot (8{,}63)^2 \cdot 10^{-4}} \approx 0{,}251 \cdot 10^7 = 2{,}51 \cdot 10^6 \text{ Па} = 2{,}51 \text{ МПа} \leq 100 \text{ МПа.}$$

Условие прочности по касательным напряжениям выполняется.

Ответ:

$X_A = 11$ кН;

$Y_A = 9{,}625$ кН;

$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{(11)^2 + (9{,}625)^2} \approx 14{,}62$ кН;

$R_B = 1{,}375$ кН;

$d_{min} = 8{,}63$ см.