**Расчётно-графическая работа по статике**

**(bogdavl собака mail точка ru)**

Дано: $q=4 Н/м, M=1,8 Нм$

 $P\_{1}=3,5 Н, P\_{2}=10 Н$

 $α=60^{0}$

 $a=2 м$

Определить: $X\_{A}\left(β\right), Y\_{A}\left(β\right), M\_{A}\left(β\right),R\_{B}\left(β\right),X\_{C}\left(β\right), Y\_{C}\left(β\right)$

 $B$

 $6a$ $2a$

 $P\_{2}$

 $β$

 $P\_{1}$ $2a$

 $M$

 $α$

 $C$ $A$

 $q$

 $2a$ $2a$ $a$

 Рис. 1

**Составление расчётной схемы и уравнений равновесия**

 Составляем расчётную схему 1 всей задачи (рис. 2). Отбрасываем опорные реакции и заменяем их действие реакциями $X\_{A}, Y\_{A}, M\_{A}$ жёсткой заделки и $R\_{B}$ опорного стержня.

 $B$

 $R\_{B}$

 $6a$ $F$ $2a$

 $P\_{2}$

 $β$

 $P\_{1}$ $2a$

 $D$ $y$

 $M$ $Y\_{A}$

 $α$ $N$ $K$ $M\_{A}$

 $C$ $x$

 $A$ $X\_{A}$

 $q$

 $2a$ $2a$ $a$

 Рис. 2

 Поскольку число неизвестных реакций в данной схеме $\left(X\_{A}, Y\_{A}, M\_{A}, R\_{B}\right)$ больше числа независимых уравнений равновесия в плоской статике (их три), то расчленяем систему по шарниру $C$ и составляем две новые расчётные схемы.

 Расчётная схема 2 (балка $BC$) (рис. 3).

Действие шарнира $C$ заменяем составляющими реакции $X\_{C}, Y\_{C}$. Для полученной плоской системы сил составляем три уравнения равновесия балки $BC$.

 $\sum\_{}^{}F\_{kx}=0, X\_{C}-R\_{B}-P\_{1}\cos(\left(α+β\right))+P\_{2}=0 $ (1)

 $\sum\_{}^{}F\_{ky}=0, Y\_{C}-P\_{1}\sin(\left(α+β\right))=0$ (2)

 $\sum\_{}^{}M\_{C}\left(F\_{k}\right)=0, -M+R\_{B}\sin(α)∙6a-P\_{1}\sin(β)∙2a-P\_{2}\sin(α)·4a=0$ (3)

 $B$

 $R\_{B}$

 $6a$ $F$ $2a$

 $P\_{2}$

 $β$

 $P\_{1}$ $2a$

 $y$ $D$

 $Y\_{C}$ $M$

 $α$

 $C$ $x$

 $X\_{C}$

 Рис. 3

 Расчётная схема 3 (балка $AC$) (рис. 4).

 $y$

 $Y\_{C}^{'}$ $Q$

 $Y\_{A}$

 $M\_{A}$

 $X\_{C}^{'}$

 $C$ $E$ $A$ $X\_{A}$ $x$

 $3a$ $2a$

 Рис. 4

Равномерно распределённую нагрузку заменяем сосредоточенной силой $Q=2aq$, приложенной в середине участка $NK$ (в точке $E$). Действие шарнира $C$ заменяем составляющими реакции $X\_{C}^{'}, Y\_{C}^{'}$, направленными противоположно реакциям $X\_{C}, Y\_{C}$. Для этой плоской системы сил составляем три уравнения равновесия.

 $\sum\_{}^{}F\_{kx}=0, X\_{A}-X\_{C}^{'}=0 $ (4)

 $\sum\_{}^{}F\_{ky}=0, Y\_{A}-Y\_{C}^{'}+Q=0$ (5)

 $\sum\_{}^{}M\_{C}\left(F\_{k}\right)=0, M\_{A}+Y\_{A}⋅5a+Q∙3a=0$ (6)

**Решение системы уравнений**

Перепишем систему уравнений, принимая во внимание, что $X\_{C}^{'}=X\_{C}, Y\_{C}^{'}=Y\_{C}$ (модули этих сил равны).

 $X\_{C}-R\_{B}-P\_{1}\cos(\left(α+β\right))+P\_{2}=0 $ (7)

 $ Y\_{C}-P\_{1}\sin(\left(α+β\right))=0$ (8)

 $ -M+R\_{B}\sin(α)∙6a-P\_{1}\sin(β)∙2a-P\_{2}\sin(α)·4a=0$ (9)

 $X\_{A}-X\_{C}=0 $ (10)

 $Y\_{A}-Y\_{C}+Q=0$ (11)

 $M\_{A}+Y\_{A}⋅5a+Q∙3a=0$ (12)

Решаем систему методом подстановки. Из уравнения (8) следует:

$$Y\_{C}=P\_{1}\sin(\left(α+β\right)) \left(13\right)$$

Из уравнения (9) определяем:

$$R\_{B}=\frac{P\_{1}\sin(β)∙2a+P\_{2}\sin(α)·4a+M}{\sin(α)∙6a}$$

$$R\_{B}=\frac{2P\_{1}\sin(β)+4P\_{2}\sin(α)+\frac{M}{a}}{6\sin(α)} (14)$$

Из уравнения (7) следует:

$$X\_{C}=R\_{B}+P\_{1}\cos(\left(α+β\right))-P\_{2}$$

$$X\_{C}=\frac{2P\_{1}\sin(β)+4P\_{2}\sin(α)+\frac{M}{a}}{6\sin(α)}+P\_{1}\cos(\left(α+β\right))-P\_{2} \left(15\right)$$

Из уравнения (11) определяем:

$$Y\_{A}=Y\_{C}-Q=P\_{1}\sin(\left(α+β\right))-Q \left(16\right)$$

Из уравнения (12) следует:

$$M\_{A}=-Y\_{A}⋅5a-Q∙3a$$

$$M\_{A}=-P\_{1}\sin(\left(α+β\right))⋅5a+Q∙2a \left(17\right)$$

Наконец, из уравнения (10) находим:

$$X\_{A}=X\_{C}=\frac{2P\_{1}\sin(β)+4P\_{2}\sin(α)+\frac{M}{a}}{6\sin(α)}+P\_{1}\cos(\left(α+β\right))-P\_{2} \left(18\right)$$

 Полученные выражения (13) – (18) представляют собой расчётные формулы, у которых в правой части равенств – заданные параметры, а в левой части – искомые величины.

**Результаты расчётов**

 Формулы (13) – (18) запишем в численном виде, подставив исходные данные задачи.

$$Q=2aq=2⋅2⋅4=16 Нм$$

$$Y\_{C}=3,5\sin(\left(60^{0}+β\right))$$

$$R\_{B}=\frac{7\sin(β)+40\sin(60^{0})+\frac{1,8}{2}}{6\sin(60^{0})}=1,347\sin(β)+6,84$$

$$X\_{C}=R\_{B}+P\_{1}\cos(\left(α+β\right))-P\_{2}=1,347\sin(β)+3,5\cos(\left(60^{0}+β\right))-3,16$$

$$Y\_{A}=3,5\sin(\left(60^{0}+β\right))-16$$

$$M\_{A}=-35\sin(\left(60^{0}+β\right))+64$$

$$X\_{A}=X\_{C}$$

 Результаты расчётов сведены в таблицу 1, а их графическое представление приведено на рис. 5. Оценка величин реакций $R\_{A} и R\_{C}$ проведена по формулам:

$$R\_{A}=\sqrt{X\_{A}^{2}+Y\_{A}^{2}}, R\_{C}=\sqrt{X\_{C}^{2}+Y\_{C}^{2}}$$

Таблица 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$β^{0}$$ | $$X\_{A}, Н$$ | $$Y\_{A}, Н$$ | $$R\_{A}, Н$$ | $$X\_{C}, Н$$ | $$Y\_{C}, Н$$ | $$R\_{C}, Н$$ | $$R\_{B}, Н$$ | $$M\_{A}, Нм$$ |
| 0 | -1,41 | -12,97 | 13,05 | -1,41 | 3,03 | 3,34 | 6,84 | 33,7 |
| 30 | -2,48 | -12,5 | 12,74 | -2,48 | 3,50 | 4,29 | 7,51 | 29 |
| 60 | -3,74 | -12,97 | 13,5 | -3,74 | 3,03 | 4,82 | 8 | 33,67 |
| 90 | -4,84 | -14,24 | 15,05 | -4,84 | 1,75 | 5,15 | 8,19 | 46,46 |
| 120 | -5,49 | -16 | 16,91 | -5,49 | 0 | 5,49 | 8 | 63,94 |
| 150 | -5,52 | -17,74 | 18,58 | -5,52 | -1,74 | 5,79 | 7,52 | 81,44 |
| 180 | -4,91 | -19,02 | 19,65 | -4,91 | -3,03 | 5,77 | 6,84 | 94,27 |
| 210 | -3,84 | -19,5 | 19,87 | -3,84 | -3,5 | 5,2 | 6,17 | 99 |
| 240 | -2,58 | -19,04 | 19,21 | -2,58 | -3,03 | 4 | 5,67 | 94,39 |
| 270 | -1,48 | -17,76 | 17,82 | -1,48 | -1,76 | 2,3 | 5,49 | 81,59 |
| 300 | -0,83 | -16,01 | 16,03 | -0,83 | 0 | 0,83 | 5,67 | 64,11 |
| 330 | -0,8 | -14,26 | 14,28 | -0,8 | 1,74 | 1,91 | 6,16 | 46,6 |
| 360 | -1,41 | -12,97 | 13,05 | -1,41 | 3,03 | 3,34 | 6,84 | 33,7 |

$R\left(β\right), Н$

 20

 $R\_{A}$

 16

 $-Y\_{A}$

 12

 $R\_{B}$

 8

 $R\_{C}$

 $-X\_{A}=-X\_{C}$

 4

 $Y\_{C}$

 0 30 60 90 120 150 180 210 240 270 300 330 360 $β^{0}$

 -4

 $M\_{A}, Нм$

 100

 80

 60

 40

 20

 0 30 60 90 120 150 180 210 240 270 300 330 360 $β^{0}$

 Рис. 5