**Контрольная работа № 3**

**(bogdavl собака mail точка ru)**

**Задача 103**

 *Найти предел, пользуясь правилом Лопиталя.*

Решение

 Имеем неопределённость типа (). Запишем предел в виде

Получили неопределённость типа . Применяем правило Лопиталя:

Ответ: предел равен 1

**Задача 112**

 *Исследовать заданную функцию и начертить её график*

Решение

 Функция определена на всей числовой оси. График функции проходит через начало координат. Функция является нечётной, так как , следовательно, график функции симметричен относительно начала координат.

 Исследуем функцию на экстремум. Вычисляем производную:

Критические точки функции:

 -3 3

 Таким образом, при функция монотонно убывает, при функция монотонно возрастает. В точке функция имеет максимум, равный

В точке функция имеет минимум, равный

Вычисляем вторую производную функции:

Вторая производная обращается в ноль в точках и .

 **–** **+** **– +**

 0

 Таким образом, при функция выпуклая, при функция вогнутая. В точках и функция имеет перегибы. Значения функции в этих точках:

Находим асимптоты функции. Так как функция не обращается в бесконечность, то вертикальных асимптот функция не имеет. Определяем наклонные асимптоты:

Таким образом, функция имеет горизонтальную асимптоту .

 По результатам исследования строим график функции (рис. 1).

 у

 4

 2

 -6 -4 -2 0 2 4 6 х

 -2

Рис. 1

**Задача 123**

 *Найти неопределённый интеграл. Результат проверить дифференцированием.*

Решение

 Интеграл вычисляем по частям:

Тогда

Проверяем результат дифференцированием:

**Задача 133**

 *Найти неопределённый интеграл.*

Решение

 Преобразуем подынтегральное выражение:

Тогда интеграл запишем в виде

Представим подынтегральную дробь в виде суммы простых дробей:

Тогда

**Задача 143**

 *Вычислить определённый интеграл*

Решение

 1 1

 0 0

Так как , то окончательно получаем

**Задача 153**

 *Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость*

Решение

 0 0

Предел бесконечен, следовательно, интеграл расходится.

**Задача 163**

 *Вычислить площадь части круга, заключённой между прямыми и окружностями . Сделать чертёж.*

Решение

 Для построения чертежа переходим в заданных уравнениях от полярных координат к декартовым координатам по формулам

Тогда получаем

Выделяем полный квадрат по :

Получаем уравнение окружности с центром в точке и радиусом . Изображаем окружность на чертеже (рис. 1).

Выделяем полный квадрат по :

Получаем уравнение окружности с центром в точке и радиусом . Изображаем окружность на чертеже (рис. 1).

 у

 1

 0 1 2 х

 -1

 Рис. 1

Вычисляем площадь фигуры в полярных координатах

 0

**Задача 172**

 *Для функции найти значение в точке .*

Решение

Вычисляем частную производную первого порядка:

Вычисляем частную производную второго порядка:

Значение производной в точке :

**Задача 183**

 *Найти в точке А полный дифференциал функции , заданной неявно.*

Решение

 Полный дифференциал функции

Представим заданное уравнение в виде

где

Тогда частная производная заданной функции

Полный дифференциал

Значение частной производной в точке :

Полный дифференциал в точке :

**Задача 192**

 *Найти наибольшее и наименьшее значения функции в заданной замкнутой области D. Сделать рисунок.*

Решение

 Изображаем заданную область на рисунке.

 у

 В

 4

 3

 2

 D

 1 K

 N

 M С

 0 х

 А 1 2

 Находим стационарные точки функции внутри области и вычисляем значения функции в этих точках.

Из полученной системы находим стационарную точку , которая принадлежит заданной области. Значение функции в этой точке:

Исследуем функцию на границах области. На прямой функция принимает вид . Стационарные точки определяем из равенства производной функции нулю . Получаем стационарную точку . Значение функции в этой точке

Вычисляем также значения функции в точках :

 На прямой функция имеет вид . Стационарная точка . Получаем стационарную точку . Значение функции в этой точке:

Вычисляем также значение функции в точке :

 На прямой функция принимает вид . Стационарная точка . Получаем стационарную точку . Значение функции в этой точке:

Объединяя результаты исследования, получаем, что наименьшее значение функция принимает в точке , а наибольшее значение в точке :