Вопрос №4: Каково общее свойство капельных и газообразных жидкостей и что является их отличительным признаком?

Ответ: Общее свойство капельных и газообразных жидкостей заключается в их способности легко изменять свою форму. Отличие же состоит в том, что капельные жидкости обладают определенным объемом, который практически не изменяется под действием сил, газы же, занимая все предоставленное им пространство, могут значительно изменять объем, сжимаясь и расширяясь под действием сил.

Вопрос №9: Что такое идеальная и реальная жидкости?

Ответ: Идеальная жидкость – воображаемая жидкость, между частицами которой отсутствуют силы внутреннего трения. Вследствие этого она не сопротивляется касательным силам сдвига и силам растяжения и обладает абсолютной подвижностью. Кроме того идеальная жидкость, абсолютно несжимаемая и не расширяющаяся с изменением температуры. Все реальные жидкости в той или иной степени характеризуются всеми перечисленными свойствами. Таким образом, идеальная жидкость – это модель реальной жидкости, используемая для упрощения решения некоторых задач гидродинамики. Законы, выведенные для идеальной жид-кости, могут быть применены к жидкостям реальным с соответствующими поправками, а иногда даже без них.

Следует отметить, что сжимаемость, температурное расширение и сопротивление растяжению для реальных жидкостей ничтожно малы и обычно не учитываются. Таким образом, основной и по существу единственной особенностью идеальной жидкости, является отсутствие вязкости, с которой приходится считаться лишь при решении задач, связанных с движущейся жидкостью. В гидростатике же необходимости в различии идеальной и реальной жидкостей нет.

Вопрос №14: Что такое эпюра гидростатического давления? Приведите примеры построения эпюр.

Ответ: Эпюрой давления называется график изменения гидростатического давления.

Из уравнения основного закона гидростатики ($p = p_0 + \rho gh = p_0 + p_{изб}$) следует, что распределение давления по вертикали линейно зависит от глубины погружения рассматриваемой точки и может быть графически представлено в виде трапеции (рис.1) для полного давления или треугольника для избыточного давления (рис. 2). Отложим по оси ординат глубину h, а по оси абсцисс – давление p. Давление на поверхности p_0 будет постоянно для всей глубины. Избыточное давление ρgh изменяется по закону прямой линии и на поверхности будет равно 0. Котангенс угла ά наклона линии давления AB пропорционален плотности жидкости.

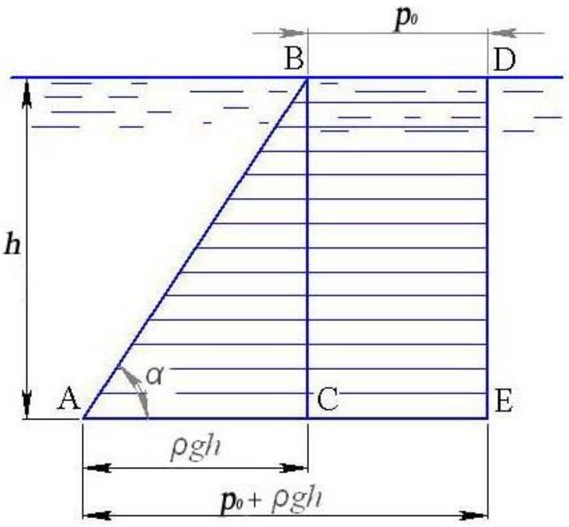

Рис. 1

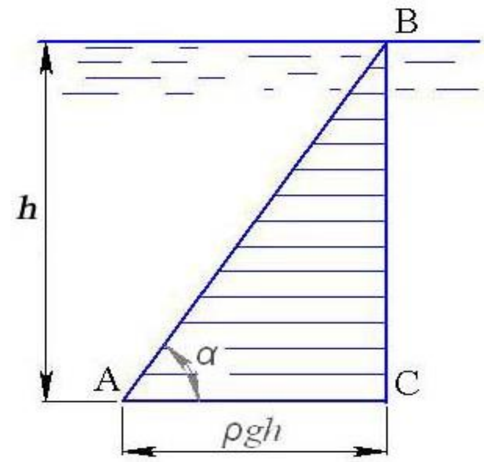

Рис. 2

Рассмотрим вертикальную стенку АБГД, которая поддерживает жидкость. Высота стенки Н, ширина В. В точке А при Н=0 избыточное давление Ризб=0. В точке Е на расстоянии Н1 от поверхности Ризб=ρgН1. Давление в точке Е направлено по нормали к стенке, а от точки А с глубиной изменяется под углом α. Проводя аналогичные построения для всей стенки, в точке Г получим избыточное давление Ризб= ρgН. Полученный треугольник КАГ – есть эпюра давления. На рис. 3 можно получить трехгранную призму КАГМБД.

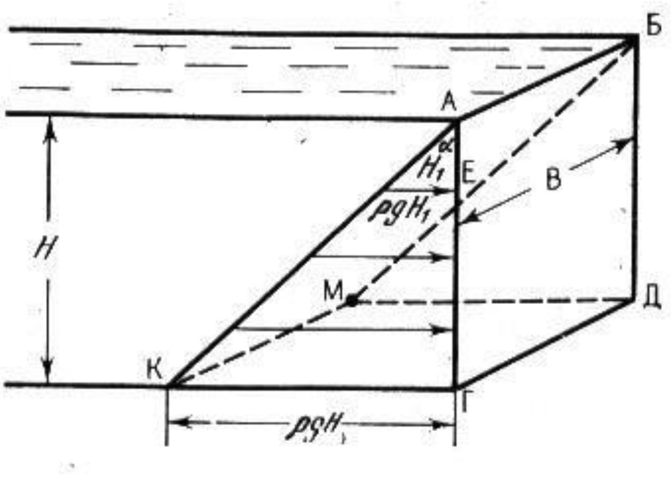

Рис. 3

Площадь треугольника КАГ, умноженная на ширину В, дает силу Р гидростатического давления, действующего на стенку:

$$P = \frac{1}{2} \rho g H^2 B$$

Если стенка наклонена к горизонтальной плоскости под углом α, как показано на рис. 4, то эпюра будет представлена треугольником БАВ с углом β=90° в точке В. Полная сила давления на стенку вычисляется по формуле:

$$P = \rho g H^2 B / 2 \sin \acute{\alpha},$$

где В – ширина стенки.

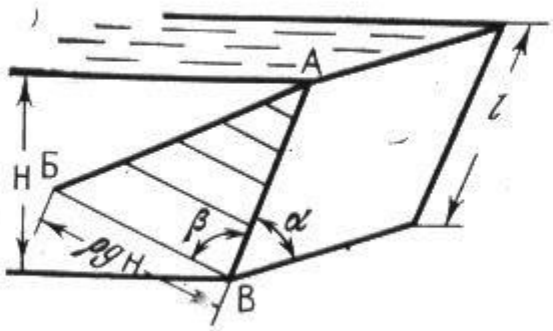

Рис. 4

<u>Вопрос №19:</u> Как определяется сила давления на цилиндрические поверхности?

<u>Ответ:</u> Сила давления на цилиндрические поверхности определяется из формулы:

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2}\ ,$$

где P_x и P_y - горизонтальная и вертикальная составляющие силы давления соответственно.

Горизонтальная составляющая P_x равна силе давления жидкости на плоскую вертикальную прямоугольную фигуру, представляющую собой проекцию рассматриваемой цилиндрической поверхности на вертикальную плоскость. Следовательно $P_x = \frac{1}{2}\rho g H^2 L$, где L – длина образующей цилиндрической поверхности.

Вертикальная составляющая P_y силы давления равна весу жидкого тела, так называемого тела давления.

Величина P_y определяется как:

$$P_y = \rho g W,$$

где W – объем тела давления.

Направление силы суммарного давления P определяется углом β, образуемым вектором P и горизонтальной плоскостью:

$$tg\beta = \frac{P_y}{P_x}.$$

Рассмотрим различные случаи цилиндрической поверхности.

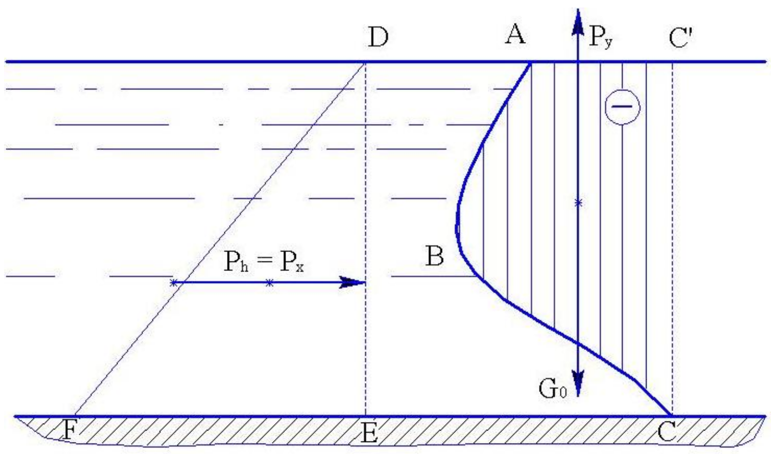

Рис. 5

Рассмотрим рисунок 5. ABC – проекция цилиндрической поверхности шириной b (поверхность расположена перпендикулярно плоскости чертежа). В данном случае горизонтальная составляющая P_x равна силе давления на вертикальную прямоугольную фигуру DE – проекцию ABC на вертикальную плоскость, и выражается эпюрой гидростатического давления DEF, т.е.

$P_x = P_h$.

Вертикальная составляющая P_y равна взятому со знаком минус весу воображаемого тела давления с площадью сечения ABCC': $P_y = - G_0$.

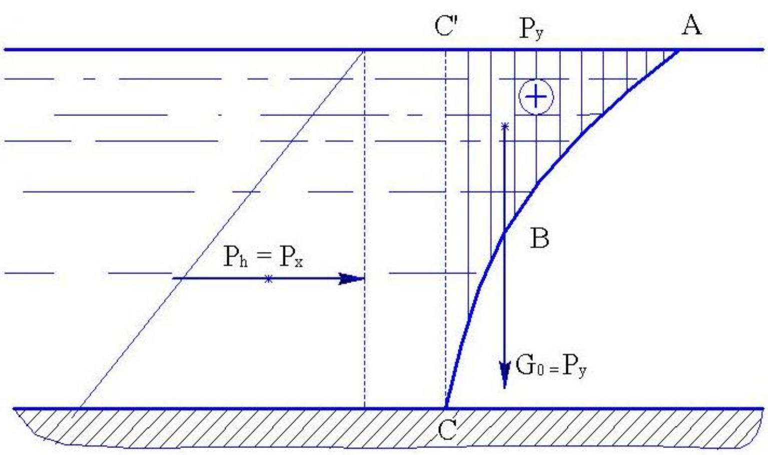

Рис. 6

Рассмотрим рисунок 6. В этом случае жидкость находится над цилиндрической поверхностью. Горизонтальная направляющая P_x определяется также, как и в выше рассмотренном случае. Тело давления с сечением АСС' лежит в области действительной жидкости и является положительным, вертикальная составляющая силы давления также оказывается положительной $P_y = + G_0$.

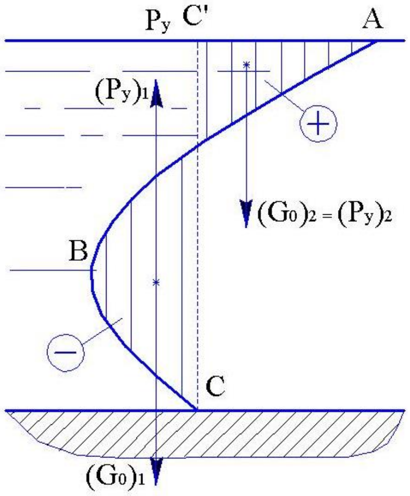

Рис. 7

Рассмотрим рисунок 7. В этом случае одновременно имеем и положительное и отрицательное тела давления. Складывая силы $(P_y)_1$, $(P_y)_2$ и P_x как указано выше, находим искомую силу Р.

<u>Вопрос №24:</u> Что такое гидравлический радиус и что он характеризует?

<u>Ответ:</u> Гидравлический радиус *R*- это гидравлическая характеристика живого сечения потока жидкости, выражаемая отношением площади этого сечения ω к его так называемому смоченному периметру χ (т. е. к той части периметра, по которой происходит соприкосновение потока с твёрдыми стенками). Величина *R* не имеет особого физического смысла; при помощи этой величины пытаются приближенно учесть влияние формы, а также размеров живого сечения на движение жидкости. Для заполненной трубы круглого сечения гидравлический радиус равен четверти диаметра, для открытых русел большой ширины принимается равным средней глубине потока.

<u>Вопрос №29:</u> Какие существуют ограничения для применения уравнения Бернулли.

<u>Ответ:</u> Уравнение Бернулли для целого потока реальной (вязкой) жидкости имеет следующий вид:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + h_f\,,$$

где z_1 и z_2 – так называемая отметка, представляющая собой возвышение сечений 1-1 и 2-2, ограничивающих рассматриваемый объем жидкости (рис. 8), p_1/γ и p_2/γ – пьезометрические высоты, отвечающие гидродинамическим давлениям в точках 1 и 2, $\alpha v_1^2/2g$ и $\alpha v_2^2/2g$ – скоростные напоры в сечениях 1-1 и 2-2, h_f - потеря напора на пути от сечения 1-1 к сечению 2-2.

Уравнение Бернулли выражает связь между гидродинамическими элементами двух сечений потока реальной жидкости; оно как бы «связывает», соединяет 2 любые точки этих сечений, что справедливо при выполнении следующих условий, ограничивающих его применимость:

1-е условие. Движение жидкости должно быть установившимся , поскольку при выводе уравнения считали, что кинетическая энергия жидкости, заключенной в объеме между сечениями 1-1 и 2-2 не изменяется во времени.

2-е условие. Движение жидкости в сечениях 1-1 и 2-2, соединяемых уравнением Бернулли, должно быть параллельноструйным или плавно изменяющимся; в промежутке же между сечениями 1-1 и 2-2 движение жидкости может быть и резко изменяющимся. Дело в том, что при параллельноструйном движении сечения являются плоскими и потенциальный напор по каждому сечению в отдельности $(z + p/\gamma)=const$, только тогда действительно не имеет значения какие точки сечений рассматривать.

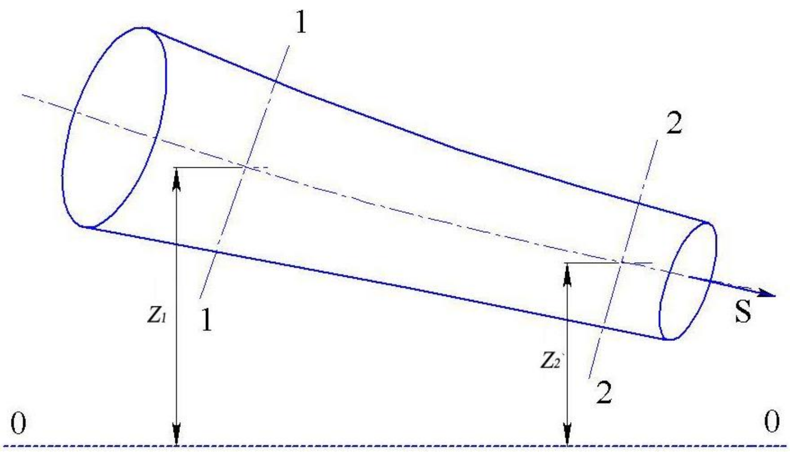

Рис.8

Вопрос №34: Как распределяются скорости по поперечному сечению круглой трубы при ламинарном и турбулентном течении в трубах?

Ответ: Кривая, ограничивающая эпюру скоростей живого сечения напорной круглоцилиндрической трубы в случае ламинарного течения, описывается уравнением:

$$u = \frac{\gamma}{4\eta} J(r_0^2 - r^2),$$

где u – скорость потока жидкости, η – коэффициент динамической вязкости (для ламинарного течения жидкости $\eta = const$), J – пьезометрический уклон, r_0 - радиус трубы. Подставляя значения радиусов от $r = 0$ до $r = r_0$, получаем параболу АСВ (рис. 9). При $r = 0$ имеем максимальную величину скорости: $u_{макс} = \frac{\gamma}{4\eta} J r_0^2$.

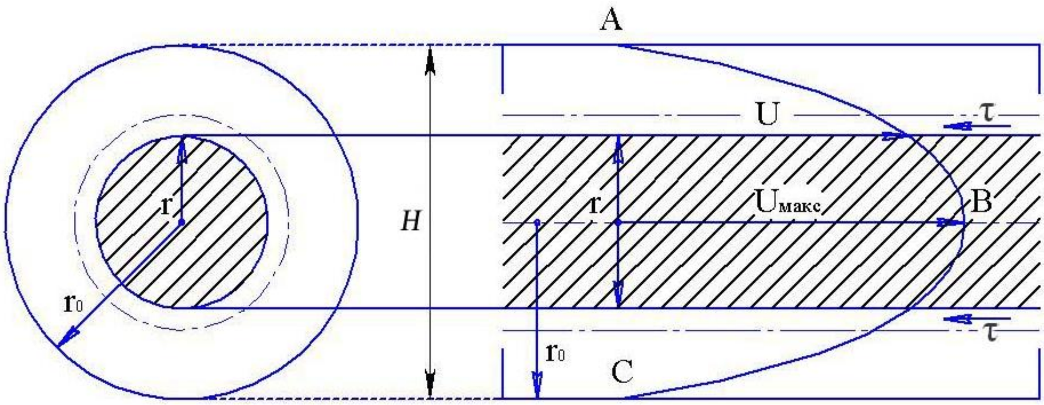

рис. 9

Решение аналогичной задачи для турбулентного потока затруднена, так как в этом случае величина η зависит от обстоятельств движения, которые различны, для разных величин r.

Наблюдения за величинами осреднённых скоростей в турбулентном потоке жидкости показали, что эпюра осреднённых скоростей в турбулентном потоке в значительной степени сглажена и практически скорости в разных точках живого сечения равны средней скорости. Сопоставляя эпюры скоростей турбулентного потока (эпюра 1) и ламинарного потока (рис. 10) позволяют сделать вывод о практически равномерном распределении скоростей в живом сечении. Работами Прандтля было установлено, что закон изменения осредненных скоростей по сечению потока близок к логарифмическому закону:

$$\frac{\overline{u}}{u_*} = \frac{1}{\chi} \ln \frac{u_* r}{\nu} + const$$
,

где $u_* = \sqrt{RJ}\sqrt{g}$ - динамическая скорость; $R = d/4$ – гидравлический радиус.

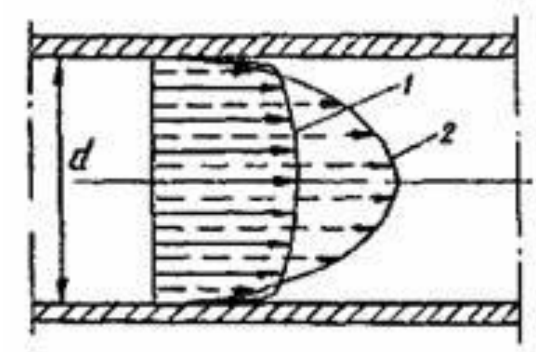

Рис. 10

Прандтль также показал, что при турбулентном течении вблизи стенки имеется тонкий слой жидкости, где скорости столь малы, что в пределах этого слоя получается движение жидкости, близкое к ламинарному, т.е. вблизи стенки имеется т.н. ламинарный или вязкий подслой.

Вопрос №39: Что такое абсолютная, эквивалентная и относительная шероховатость?

Ответ: Степень гладкости трубы в гидравлике оценивается либо абсолютной Δ, либо эквивалентной равномерно - зернистой шероховатостью $Δ_э$. Абсолютная шероховатость численно равна средней высоте микронеров-ностей на стенке трубы. Этот показатель замеряется инструментальными средствами на реальной трубе, но использовать его для гидравлических расчетов нельзя, так как он не отражает количество и распределение микронеровностей по сечению.

Эквивалентная равномерно-зернистая шероховатость $Δ_э$ определяется опытным путем и показывает высоту равномерно распределенных по сечению микронеровностей, создающих такое же сопротивление потоку, как реальная труба.

Относительной шероховатостью $Δ_г$ называют величину равную отношению абсолютной шероховатости Δ к диаметру трубы D.

Вопрос №44: Какие сопротивления называют местными и по какой формуле находятся потери давления на местные сопротивления?

Ответ: Участки трубопровода, при прохождении жидкостью которых вектор скорости изменяется или по величине, или по направлению, называются местными гидравлическими сопротивлениями (например, внезапное или плавное расширение или сужение, изменение направления движения жидкости и т.д.).

Местные потери определяются зависимостью Вейсбаха:

$$h_j = \zeta_j \frac{v^2}{2g},$$

где ζ_j – коэффициент местного сопротивления, определяемый экспериментальным путем для различных встречающихся в практике местных сопротивлений.

Вопрос №49: По каким признакам трубопроводы классифицируются на короткие и длинные, простые и сложные?

Длинными трубопроводами считают такие трубопроводы, в которых суммарная величина местных потерь $\sum h_j$ пренебрежимо мала по сравнению с величиной потерь по длине h_l. Поэтому при расчете коротких водопроводов в отличие от длинных, приходится помимо потерь напора по длине h_l учитывать еще и местные потери напора $\sum h_j$. Городской трубопровод (диаметром до 200-500 мм), считается длинным если его длина более 200-1000 метров, причем местные потери не превышают 3-5%.

Простым трубопроводом называется трубопровод, не имеющий боковых ответвлений.

Сложные изготавливают с отверстиями, переменной длины и диаметра и они могут соединяться как последовательно, так и параллельно.

Задачи

Задача 1. Определить тягу Δp через дымовую трубу высотой H = 60 м (рис. 11), плотность дымовых газов $\rho_г$ = 0,6 кг/ м³, а температура наружного воздуха t = 10 ºС.

Решение.

Давление в топке на уровне 2 – 2

$$p_г = p_{атм} + p_{тр},$$

где $p_{атм}$ – атмосферное давление на уровне 1 – 1,

$p_{тр}$ – давление, создаваемое дымовыми газами, удаляемыми через трубу.

Давление перед топочной дверкой на уровне 2 – 2

$$p = p_{атм} + p_{возд},$$

где $p_{возд}$ – давление, создаваемое столбом воздуха высотой H.

Давления

$$p_{тр} = \rho_г\, g\, H;$$

$$p_{возд} = \rho_{возд}\, g\, H,$$

где $\rho_г$ – плотность газа;

$\rho_{возд}$ – плотность воздуха при температуре 10 ºС.

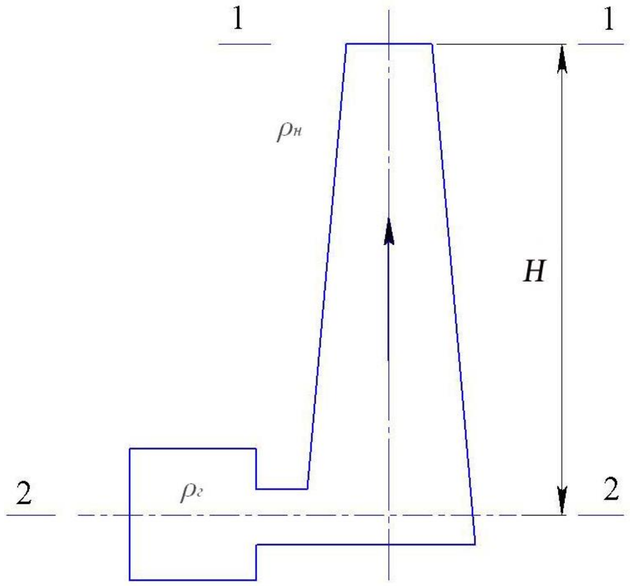

Рис. 11

Тяга через дымовую трубу равна:

$$\Delta p = p - p_г = p_{атм} + \rho_{возд}\, g\, H - p_{атм} - \rho_г\, g\, H$$

$$\Delta p = g\, H\, (\rho_{возд} - \rho_г).$$

Принимаем $\rho_{возд}$ = 1,23 кг/ м³. Тогда получаем:

$$\Delta p = 9{,}81 \text{ x } 60\ (1{,}23 - 0{,}6) = 370{,}8 \text{ Па}.$$

Вычислим разность напоров Δh:

$$\Delta h = \Delta p/ \rho_г g = 370{,}8/1000 \text{ x } 9{,}81 = 0{,}0378 \text{ мм.рт.ст.}$$

Ответ: тяга через дымовую трубу Δp = 370,8 Па, разность напоров Δh = 0,0378 мм.рт.ст.

Задача 2. Найти силу T, с которой нужно тянуть трос, прикрепленный к нижней кромке плоского квадратного затвора, закрывающего отверстие канала (рис. 12). Затвор может вращаться вокруг оси A. Глубина воды над верхней кромкой щита H, сторона квадрата h, трос направлен под углом $\acute{\alpha}$ к горизонту. Дано: $H = 5$ м, $h = 2$ м; $\acute{\alpha} = 45^{\circ}$.

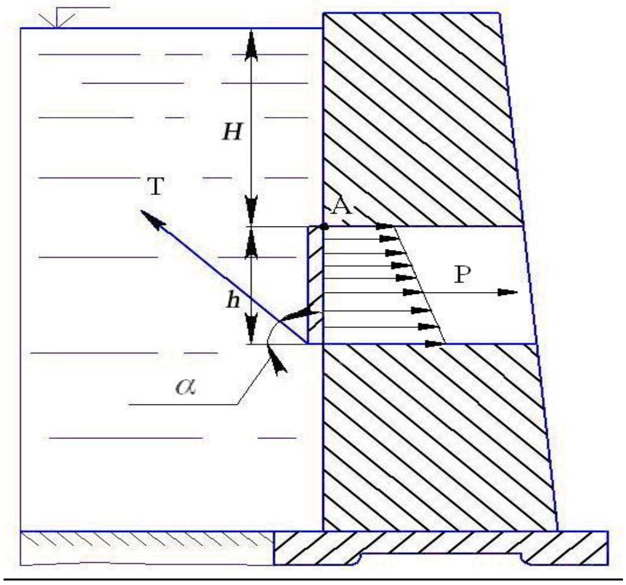

рис. 12

Решение.

Найдем суммарную силу давления воды на затвор:

$$P = \rho g h_c \omega,$$

где h_c- заглубление центра тяжести щита, ω – площадь поверхности щита.

$$P = \rho g(H + h/2)h^2 = 1000 \text{ x } 9{,}81(5 + 1) \text{ x } 2^2 = 235440 \text{ Н или } 235{,}44 \text{ кН}.$$

Найдем глубину погружения центра давления h_d:

$$h_d = h_c + J_0/\omega h_c,$$

где J_0 – момент инерции щита относительно оси проходящей через центр тяжести этой площади. Для тела квадратного сечения:

$$J_0 = h^4/12,$$

тогда

$$h_d = (H + h/2) + \frac{h^4/12}{h^2(H + h/2)} = (H + h/2) + \frac{h^2}{12(H + h/2)} =$$

$$= (5 + 1) + 2^2/12(5 + 1) \approx 6,06 \text{ м.}$$

Для определения величины Т напишем уравнение моментов относительно оси A:

$$M_A = -T\cos\alpha \times h + P(h_d - H) = 0,$$

откуда

$$T = \frac{P(h_d - H)}{\cos\alpha * h} = \frac{235{,}44\,(6{,}06 - 5)}{\cos 45^\circ * 2} = 176{,}47 \text{ кН.}$$

Ответ: T = 176,47 кН.

Задача 3. Пласт составлен из бревен диаметром 26 см и длиной 10 м. Какое количество бревен необходимо взять для изготовления пласта, чтобы перевезти 12 человек, массой по 75 кг каждый? Относительная плотность дерева 0,8. При нагрузке верх бревен опустится до уровня воды.

Решение. Найдем подъемную силу одного бревна $P_п$, то есть вес, которым можно нагрузить бревно для погружения его в воду полностью до ее уровня.

$$P_п = P_н - P_с,$$

где $P_п$ – подъемная сила бревна, $P_н$ – сила выталкивания, действующая, на нагруженное бревно, целиком погруженное в воду, $P_с$ – сила выталкивания, действующая на свободно плавающее бревно.

В общем случае:

$$P = Mg = W\rho g,$$

где M – масса тела, W – объем тела, ρ – плотность тела.

Объем бревна определяется формулой:

$$W = \pi D^2 l/4,$$

где D – диаметр бревна, l – длина бревна.

Объем погруженной части бревна находим из выражения:

$$W_{погр}/W = \rho_T/\rho, \text{ откуда:}$$

$$W_{погр} = W\,\rho_T/\rho,$$

где $W_{погр}$ – объем погруженной части плавающего тела,

ρ_T - плотность тела, ρ – плотность жидкости.

Тогда

$$P_н = W\rho_T g;$$

$$P_с = W_{погр}\rho_T g = W \rho_T^2 g/\rho.$$

И подъемная сила одного бревна:

$$P_п = W\rho_T g - W \rho_T^2 g/\rho = W\rho_T g(1- \rho_T/\rho),$$

откуда, учитывая, что плотность дерева $\rho_T = 0{,}8\,\rho$, получаем:

$$P_п = 0{,}8W \rho g(1 – 0{,}8\rho/\rho) = 0{,}16W \rho g,$$

подставляя выражение для объема бревна W, получаем:

$$P_п = 0{,}16 \rho g\, \pi D^2 l/4 = 0{,}16 \text{ x } 1000 \text{ x } 9{,}81 \text{ x } 3{,}14 \text{ x } 0{,}26^2 \text{ x } 10/4 \approx 833 \text{ Н}.$$

Суммарный вес людей, нагружающих плот:

$$P_л = \sum m_i g,$$

где m_i – масса одного человека, тогда:

$$P_л = 12 \text{ x } 75 \text{ x } 9{,}81 = 8829 \text{ Н}.$$

Находя отношение суммарного веса людей к подъемной силе одного бревна, получаем количество бревен N, необходимых для плота в соответствии с заданием:

$$N = P_л/ P_п = 8829 / 833 \approx 11 \text{ бревен}.$$

Ответ: для плота необходимо 11 бревен.

Задача 4. Определить расход нефти, пропускаемый самотечным нефтепроводом диаметром 150 мм и длиной 8 км, если кинематическая вязкость $\upsilon = 1{,}2$ см²/с, а разность отметок начальной и конечной точек трубопровода составляет 50 м.

Решение. Расход определяется по формуле:

$$Q = v\, \omega,$$

где v – средняя скорость течения жидкости, ω – площадь живого сечения потока.

Поток для самотечной трубы:

$$\omega = \pi D^2/4,$$

где D – диаметр трубы..

Запишем зависимость для коэффициента гидравлической шероховатости λ:

$$\lambda = 8\, RJg/v^2, \qquad [1,133]$$

где J – гидравлический уклон, R - гидравлический радиус.

Гидравлический радиус для круглой трубы:

$$R = D/4.$$

Для самотечного течения жидкости:

$$J = a/l,$$

Подставляя выражения J, получаем:

$$\lambda = 8\, RJg/v^2 = 8R\, ag/\, v^2 l$$

где a – разность отметок начальной и конечной точек трубопровода,
l – длина трубопровода.

Считаем течение жидкости ламинарным, тогда зависимость для λ можно записать в виде:

$$\lambda = 64/Re,$$

где Re – число Рейнольдса, определяемое для самотечных трубопроводов по формуле:

$$Re = vR/\upsilon,$$

Тогда

$$\lambda = 64/Re = 64\, \upsilon/\, vR$$

Сопоставляя два выражения для λ получаем:

$$8R\,ag\,/\,v^2 l = 64\,\upsilon/\,vR.$$

Выражая v получаем:

$$v = g\,a\,/8\,\upsilon\,l,$$

$$v = g\,a\,/8\,\upsilon\,l = 9{,}81 \text{ x } 50/8 \text{ x } 0{,}012 \text{ x } 8000 \approx 0{,}64 \text{ м/с}.$$

Определяем число Рейнольдса по найденному значению скорости:

$$Re = vR/\upsilon = vD/4\upsilon = 0{,}64 \text{ x } 0{,}15/\,4 \text{ x } 0{,}012 = 2.$$

Для безнапорных цилиндрических каналов $Re_{кр} \approx 300$

$$Re < 300$$

Следовательно, предположение, сделанное вначале о ламинарном характере течения нефти, было верным.

Тогда расход нефти:

$$Q = v\,\pi D^2/4 = 0{,}64 \text{ x } 3{,}14 \text{ x } 0{,}15^2/4 \approx 0{,}011 \text{ м}^3\text{/с}$$

<u>Ответ:</u> расход нефти через трубопровод $Q \approx 0{,}011$ м³/с.

<u>Задача 5</u>. Горизонтальная труба диаметром $d_1 = 0{,}12$ м и плавно сужается до диаметра $d_2 = 0{,}06$ м (рис. 13).Определить скорости течения воды в широком и узком сечениях трубы, если разность показаний пьезометров $h = 0{,}75$ м.

<u>Решение.</u>

Составим уравнение Бернулли для 1 – 1 и 2 – 2, принимая за плоскость сравнения ось трубы:

$$z_1 + p_1/\rho g + \acute{\alpha}_1 v_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + \acute{\alpha}_2 v_2^2/2g + h_{пот},$$

учитывая, что $z_1 = z_2 = 0$, пренебрегая потерями напора, т.е. принимая $h_{пот} = 0$, и полагая $\acute{\alpha}_1 = \acute{\alpha}_2$, получим:

$$p_1/\rho g - p_2/\rho g = v_2^2/2g - v_1^2/2g.$$

Из уравнения неразрывности имеем:

$$\omega_1 v_1 = \omega_2 v_2.$$

Поскольку $\omega_1 = \pi d_1^2/4;\ \omega_2 = \pi d_2^2/4$, находим:

$$v_2 = v_1\, d_1^2/ d_2^2,$$

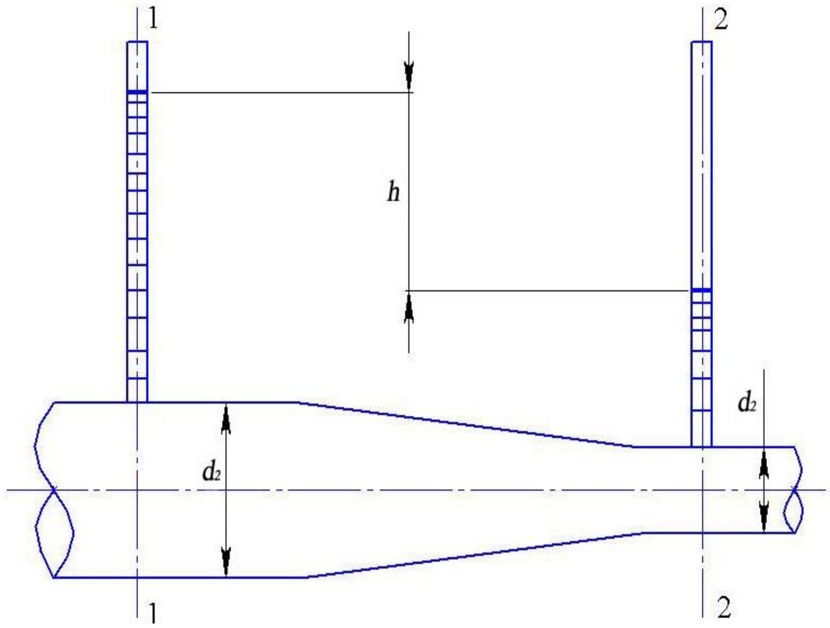

рис. 13

Разность пьезометрических высот есть разность показаний пьезометров h:

$$h = p_1/\rho g - p_2/\rho g.$$

Тогда уравнение Бернулли запишется в виде

$$h = v_1^2/2g \text{ x } (d_1/ d_2 - 1), \text{ откуда}$$

$$v_1 = \sqrt{2g\, h/(d1/ d2 - 1)} = \sqrt{2*9{,}81*0{,}75/(0{,}12/0{,}06 - 1)} = 0{,}99 \text{ м/с}.$$

Тогда

$$v_2 = v_1\, d_1^2/ d_2^2 = 0{,}99 \text{ x } 0{,}12^2/0{,}06^2 = 3{,}96 \text{ м/с}.$$

Ответ: скорость в сечении 1 – 1 v_1 = 0,99 м/с, в сечении 2 – 2 v_2 = 3,96 м/с.

Задача 6. Истечение воды из бака происходит по системе труб переменного сечения (рис. 14). Пренебрегая сопротивлениями, определить скорость истечения, расход и построить пьезометрическую линию, если напор Н = 20 м, а площади сечения труб ω_1 = 0,4 дм², ω_2 = 4 дм², ω_3 = 1 дм², ω_4 = 0,2 дм².

Решение.

Составим систему из уравнений Бернулли, связывающих следующие сечения:

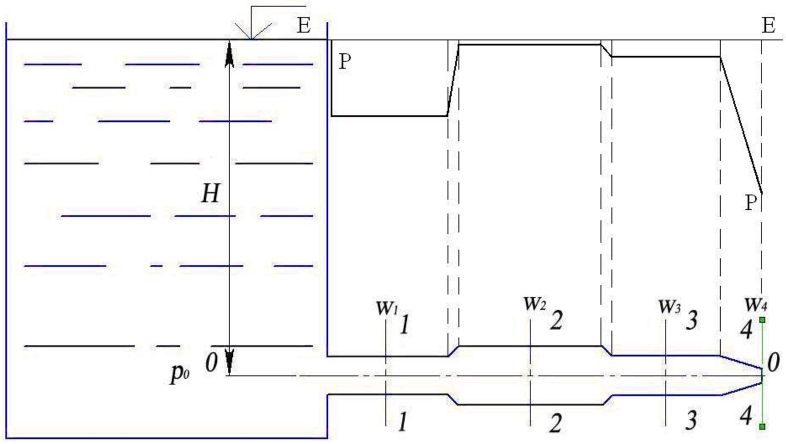

рис. 14

сечения 0 – 0 бака и 1 – 1 , пренебрегая скоростью течения воды в баке; сечения 1 – 1 и 2 – 2, 2 – 2 и 3 – 3; сечения 3 – 3 и 4 – 4, учитывая что $p_4 = 0$; и учитывая что $z_0 = z_1 = z_2 = z_3 = z_4 = 0$ и полагая, что $\alpha_0 = \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 \approx 1$, получаем систему уравнений:

$$H = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g};$$

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g};$$

$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} = \frac{p_3}{\rho g} + \frac{v_3^2}{2g};$$

$$\frac{p_3}{\rho g} + \frac{v_3^2}{2g} = \frac{v_4^2}{2g}.$$

Вычитая из второго уравнения первое и из третьего четвертое, получаем:

$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} = -H;$$

$$\frac{p_2}{\rho g}+\frac{v_2^2}{2g}=-\frac{v_4^2}{2g}.$$

Вычитая из первого выражения второе, получаем:

$$\frac{v_4^2}{2g}=H,$$

тогда

$$v_4=\sqrt{2gH}=\sqrt{2*9{,}81*20}=19.8 \text{ м/с},$$

следовательно расход:

$$Q=\omega_4\, v_4=0.002 \times 19.8=0{,}039 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Для построения пъезометрической линии определим величину скоростного напора для каждого из сечений. Скоростной напор определяется формулой:

$$H_c=\frac{v^2}{2g}$$

Используя уравнение неразрывности для пар сечений:

$$\omega_1\, v_1=\omega_2\, v_2,\ \ \omega_2\, v_2=\omega_3\, v_3,\ \ \omega_3\, v_3=\omega_4\, v_4,$$

где ω_1, ω_2, ω_3 и ω_4 - площади сечений, м.

Получаем скорости в остальных сечениях:

$$v_3=\omega_4\, v_4/\,\omega_3=0{,}002 \times 19.8/\,0{,}01=3{,}96 \text{ м/с};$$

$$v_2=\omega_3\, v_3/\,\omega_2=0{,}01 \times 3{,}96/\,0{,}04=0{,}99 \text{ м/с};$$

$$v_1=\omega_2\, v_2/\,\omega_1=0{,}04 \times 0{,}99/\,0{,}004=9{,}9 \text{ м/с}.$$

Тогда скоростной напор в этих сечениях:

$$H_{c1}=\frac{v_1^2}{2g}=9{,}9^2/(2 \times 9{,}81)=4{,}99 \text{ м}.$$

$$H_{c2}=\frac{v_2^2}{2g}=0{,}99^2/(2\times 9{,}81)=0{,}05 \text{ м}.$$

$$H_{c3} = \frac{v_3^2}{2g} = 3{,}96^2/(2 \times 9{,}81) = 0{,}79 \text{ м.}$$

$$H_{c4} = \frac{v_4^2}{2g} = 19{,}8^2/(2 \times 9{,}81) = 19{,}98 \text{ м.}$$

Для построения линии пъезометрического напора строим сначала линию полного напора. Исходя из допущения об отсутствии потерь, можно сказать, что величина полного напора будет равна потенциальному напору Н и линия потенциального напора Е – Е – прямая линия, будет располагаться на уровне горизонта жидкости в баке (рис.14). Откладывая вниз от линии Е – Е соответствующие скоростные напоры $\frac{v^2}{2g}$, получаем пьезометрическую линию Р – Р.

Задача 1. В отопительной системе небольшого дома содержится 500 л воды при температуре 10ºС. Какой объем воды поступит дополнительно в расширительный бак системы при нагреве воды до температуры 95ºС?

Решение.

Плотность воды при температуре 10ºС

$$\rho_{10^\circ} = 999{,}73 \text{ (кг/м}^3\text{)};$$

масса воды

$$M = \rho_{10^\circ} \times V_{10^\circ}, \text{ где } V_{10^\circ} \text{ – объем воды при 10ºС, м}^3;$$

$$M = 999{,}73 \times 0{,}5 = 499{,}86 \text{ (кг).}$$

Плотность воды при температуре 95ºС

$$\rho_{95^\circ} = 961{,}92 \text{ (кг/м}^3\text{)};$$

объем, занимаемый водой,

$$V_{95^\circ} = M / \rho_{95^\circ} = 499{,}86 / 961{,}92 = 0{,}52 \text{ (м}^3\text{).}$$

Дополнительный объем составит

$$\Delta V = V_{95^\circ} - V_{10^\circ} = 0{,}52 – 0{,}5 = 0{,}02 \text{ (м}^3\text{).}$$

Ответ: дополнительный объем составит 0,02 м³ или 20 литров.

Задача 2. Найти величину давления p в сосуде, если высота подъема ртути h_2 = 30 см (рис. 11). Центр сосуда расположен на h_1 = 50 см ниже линии раздела между водой и ртутью.

Решение. Давление в сосуде уравновешивается перепадами уровней ртути и воды в трубке ртутного манометра. Давление p находим суммируя показания манометра для ртутного и водного столбов.

$$p = \rho_{рт} g\ (z_2 - z_1) + \rho_в g\ (z_1 - z_0),$$

где $\rho_{рт}$ = 13600 кг/ м³ - плотность ртути, $\rho_в$ = 1000 кг/ м³ - плотность воды; z_1, z_2 – отметки уровней ртути относительно центра сосуда, м; z_0 - отметка центра сосуда, м; g = 9,81 м/с² - гравитационная постоянная.

Находим отметки уровней ртути:

$$z_0 = 0 \text{ м};$$

$$z_1 = h_1 = 0{,}5 \text{ м};$$

$$z_2 = h_1 + h_2 = 0{,}5 + 0{,}3 = 0{,}8 \text{ м}.$$

Подставляя заданные и найденные величины, получаем:

$$P = 13600 \text{ x } 9{,}81 \text{ x } (0{,}8 – 0{,}5) + 1000 \text{ x } 9{,}81 \text{ x } 0{,}5 = 44929{,}8 \text{ Па}.$$

Ответ: давление в сосуде составляет 44929,8 Па или 44, 93 кПа.

Задача 3. Для хранения воды используется бак, имеющий фасонную часть АСВ’ (рис. 12) в виде четверти поверхности цилиндра. Радиус цилиндра R = 1 м, ширина (длина образующей) L = 2 м, глубина воды H = 5 м. Определить величину суммарного давления на криволинейную фасонную часть и направление ее действия.

Решение.

Горизонтальная направляющая силы давления равна силе давления на вертикальную проекцию цилиндрической поверхности:

$$P_x = \frac{1}{2}\rho g H^2 L = 1000 \text{ x } 9{,}81 \text{ x } 5^2 \text{ x } 2 / 2 = 245250 \text{ Н}.$$

Вертикальная составляющая силы давления равна весу жидкости в объеме тела давления и, так как объем находится с несмачиваемой стороны, вертикальная составляющая является отрицательной и находится по формуле:

$$P_y = -\rho g W = -\rho g S_{ACB} L,$$

где W – тела АСВ’ длиной L, S_{ACB} – площадь фигуры АСВ’.

$$S_{ACB} = \frac{\pi R^2}{4} = \frac{3{,}14 x 1^2}{4} = 0{,}785 \text{ м}^2,$$

тогда вертикальная составляющая:

$$P_y = -\ 1000 \text{ x } 9{,}81 \text{ x } 0{,}785 \text{ x } 2 = -\ 15401{,}7 \text{ Н.}$$

Знак «–» указывает на то, что

Равнодействующую сил давлений определяем по формуле:

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} = \sqrt{245250^2 + 15401{,}7^2} \approx 245733 \text{ Н.}$$

Направление этой силы определяется углом φ:

$$tg\ \varphi = P_y / P_x = 15401{,}7/245250 = 0{,}0628;\ \varphi = 3^{o}36'$$

<u>Ответ</u>: величину суммарного давления на криволинейную фасонную часть бака $P \approx 245733$ Н или 245,7 кН. Направление ее действия определяется углом $\varphi = 3^{o}36'$ и показано на рис. 12.

Список используемой литературы

1. Примеры расчетов по гидравлике. Учебное пособие для вузов. Под ред. А.Д. Альтшуля - М.: Стройиздат, 1977.
2. Чугаев Р.Р. Гидравлика: учебник для вузов – Л.: Энергоиздат, 1982.
3. Альтшуль А. Д. Гидравлика и аэродинамика: Учеб. для вузов – М.: Стройиздат, 1987.