

Задача С2. **Плоская статика.**

Найти реакции, возникающие в шарнирах А, В и С.

$$\Gamma=3, \Pi=3, C=73.$$

$$P_1=C+2=73+2=75 \text{ кН}$$

$$P_2=\Gamma+\Pi=3+3=6 \text{ кН}$$

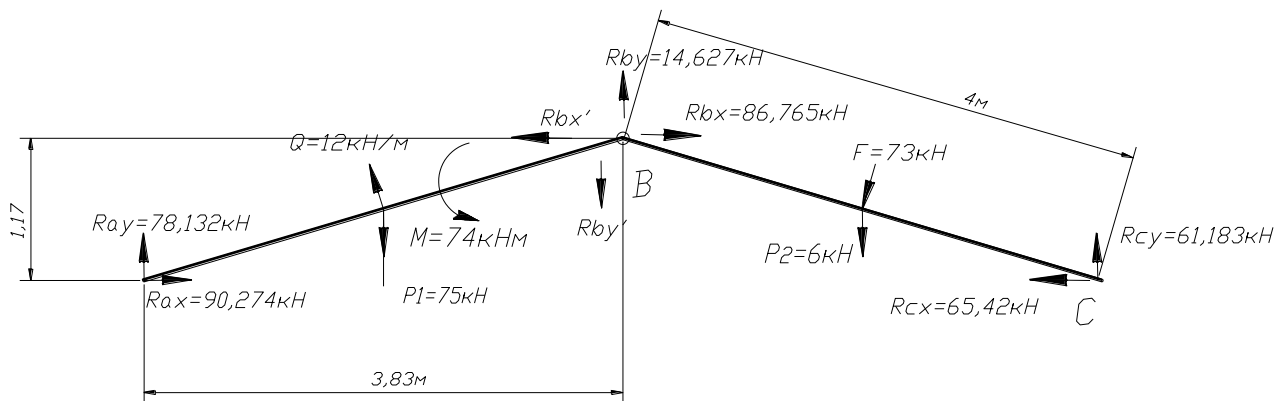
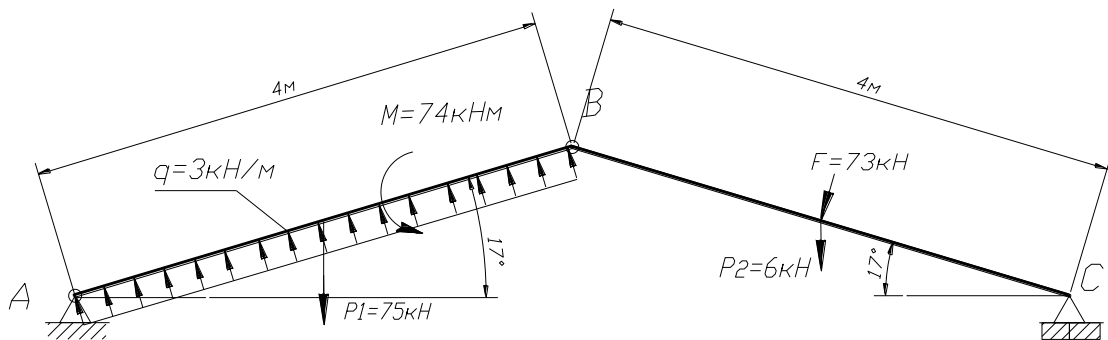
$$\alpha = 5 + 4\Pi = 5 + 4 \cdot 3 = 17^\circ$$

$$M=C+1=74 \text{ кНм}, \quad F=C-\Pi+\Gamma=73-3+3=73 \text{ кН}$$

$$|AB| = \Gamma + 1 = 4 \text{ м}, \quad |BC| = \Pi + 1 = 4 \text{ м}$$

$$q = \Gamma = 3 \text{ кН/м}, \quad Q=q \cdot |AB| = 3 \cdot 4 = 12 \text{ кН/м}$$

$$\cos 17^\circ = 0,9563 \quad \sin 17^\circ = 0,2924$$



Сумма моментов относительно точки С

$$\begin{aligned} \Sigma M_C = & M - Q \cdot \cos 17^\circ \cdot 5,745 + Q \cdot \sin 17^\circ \cdot 0,585 - R_{AY} \cdot 7,66 + P_1 \cdot 5,745 + P_2 \cdot 1,915 + \\ & + F \cdot 2 = 74 - 12 \cdot 0,9563 \cdot 5,745 + 12 \cdot 0,2924 \cdot 0,585 - R_{AY} \cdot 7,66 + 75 \cdot 5,745 + 6 \cdot 1,915 + \\ & + 73 \cdot 2 = 598,49 - R_{AY} \cdot 7,66 \end{aligned}$$

$$R_{AY} = \frac{598,49}{7,66} = 78,132 \text{ кН}$$

Сумма моментов относительно А

$$\begin{aligned}\Sigma M_A &= M - P_1 \cdot 1,915 - F \cdot \cos 17^\circ \cdot 5,745 + F \cdot \sin 17^\circ \cdot 0,585 - P_2 \cdot 5,745 + Q \cdot 2 + R_{CY} \cdot 5,745 = \\ &= 74 - 75 \cdot 1,915 - 73 \cdot 0,9563 \cdot 5,745 + 73 \cdot 0,2924 \cdot 0,585 + 12 \cdot 2 - 6 \cdot 5,745 + R_{CY} \cdot 5,745 = \\ &= -468,666 + R_{CY} \cdot 5,745 = 0\end{aligned}$$

$$R_{CY} = \frac{468,666}{5,745} = 81,613 \text{ кН}$$

$$\Sigma F_{KY} = 0 \quad R_{AY} - F \cdot \cos 17^\circ - P_1 - P_2 + Q \cdot \cos 17^\circ + R_{CY} = 78,132 - 73 \cdot 0,9563 - 75 - 6 - 12 \cdot 0,9563 + 81,613 = 0$$

Равновесие участка АВ

Сумма моментов относительно В

$$\begin{aligned}\Sigma M_B &= M - Q \cdot 2 - R_{AY} \cdot 3,83 + R_{AX} \cdot 1,17 + P_1 \cdot 1,915 = \\ &= 74 - 12 \cdot 2 - 78,132 \cdot 3,83 + R_{AX} \cdot 1,17 + 75 \cdot 1,915 = R_{AX} \cdot 1,17 - 105,62\end{aligned}$$

$$R_{AX} = \frac{105,62}{1,17} = 90,274 \text{ кН}$$

$$\Sigma F_{KX} = 0 \quad R_{AX} - F \cdot \sin 17^\circ - Q \cdot \sin 17^\circ + R_{CX} = 90,274 - 73 \cdot 0,2924 - 12 \cdot 0,2924 + R_{CX} = 0$$

$$R_{CX} = -65,42 \text{ кН}$$

Рассмотрим равновесие ВС для определения реакций в шарнире В

$$\Sigma F_{KX} = 0 \quad R_{BX} - F \cdot \sin 17^\circ - R_{CX} = -65,42 - 73 \cdot 0,2924 + R_{BX} = 0$$

$$|R_{BX}| = |R_{BX}'| = 86,765 \text{ кН}$$

$$\Sigma F_{KY} = 0 \quad R_{BY} - P_2 - F \cdot \cos 17^\circ + R_{CY} = R_{BY} - 6 - 73 \cdot 0,9563 + 81,613 = 0$$

$$|R_{BY}| = |R_{BY}'| = 14,627 \text{ кН}$$

Реакции в опорах А, С, и шарнире В

$$R_{AX} = 90,274 \text{ кН} \quad R_{AY} = 78,132 \text{ кН}$$

$$R_A = \sqrt{90,274^2 + 78,132^2} = 119,39 \text{ кН}$$

$$R_{CX} = -65,42 \text{ кН} \quad R_{CY} = 81,613 \text{ кН}$$

$$R_C = \sqrt{65,42^2 + 81,613^2} = 104,57 \text{ кН}$$

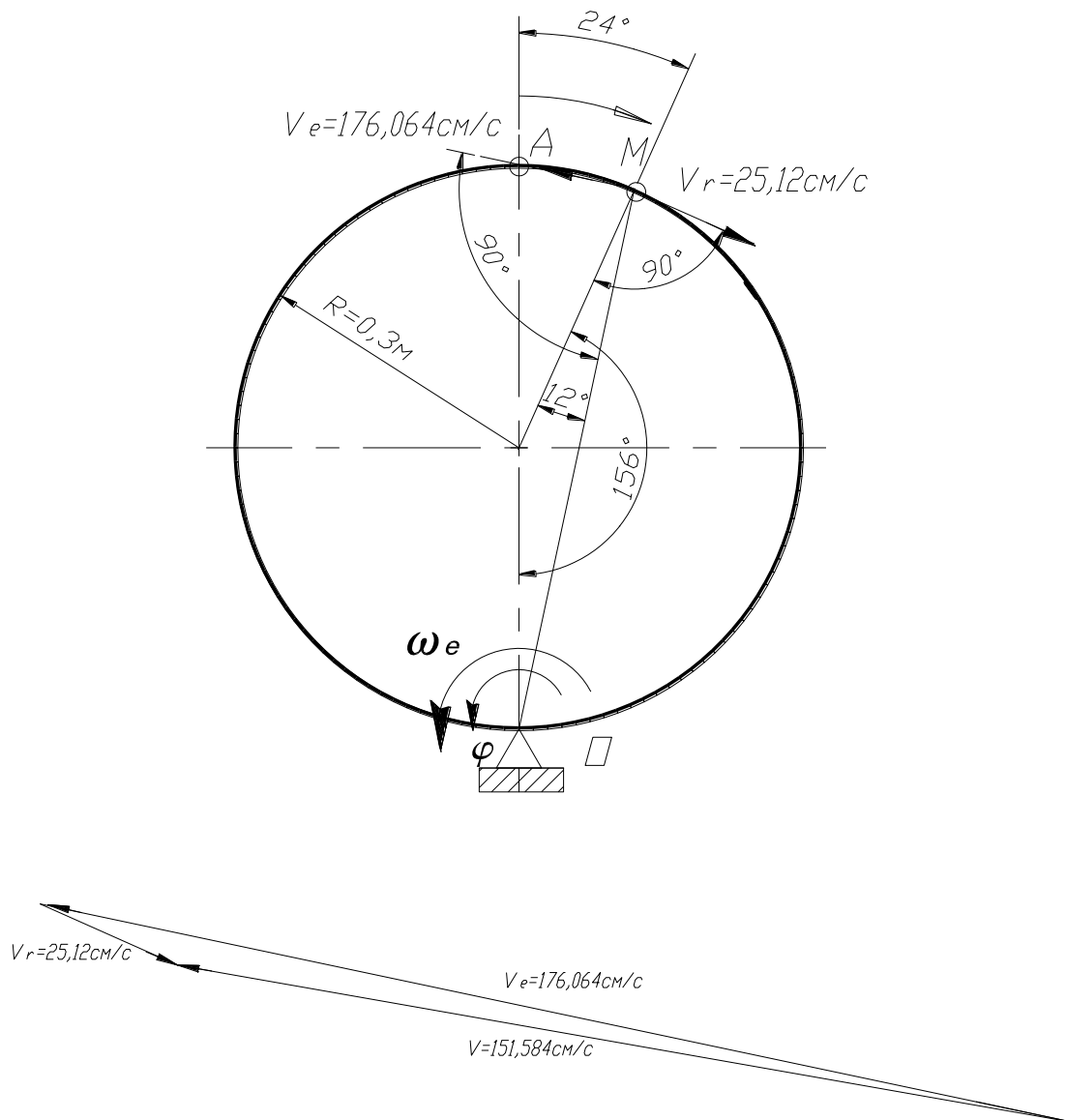
$$|R_{BX}| = |R_{BX}'| = 86,765 \text{ кН}$$

$$|R_{BY}| = |R_{BY}'| = 14,627 \text{ кН}$$

Задача К4. Сложное движение точки.

$$R=0,1 \cdot \Gamma=0,3 \text{ м}, \quad \varphi = \Pi t^2 - \Gamma t = 3t^2 - 3t$$

$$s = \pi(\Pi + 1)t^2 = 4\pi^2 \text{ (см)}, \quad t=1 \text{ с.}$$



Абсолютная скорость точки М- геометрическая сумма относительной и переносной скоростей.

$$\vec{V} = \vec{V}_r + \vec{V}_e$$

Модуль относительной скорости $\bar{V}_r = |\vec{V}_r|$

$$\bar{V}_r = \frac{dS_r}{dt} = 8\pi, \quad \text{при } t=1 \text{ с} \quad \bar{V}_r = 8 \cdot 3,14 \cdot 1 = 25,12 \text{ см/с}$$

$$V_r = 25,12 \text{ см/с}$$

Положительный знак показывает, что вектор направлен в сторону возрастания S_r .

При $t=1 \text{ с}$ длина дуги окружности $s = 4\pi^2 = 3,14 \cdot 4 \cdot 1^2 = 12,56 \text{ см}$

$$s = \frac{\pi R \alpha}{180} = 12,56 \text{ см} \quad \alpha = \frac{s \cdot 180}{\pi R} = \frac{0,1256 \cdot 180}{3,14 \cdot 0,3} = 24^\circ$$

Модуль переносной скорости $V_e = OM \cdot \omega_e$

где $|OM| = \sqrt{R^2 + R^2 - 2R \cdot R \cdot \cos 156^\circ} = \sqrt{30^2 + 30^2 - 2 \cdot 30 \cdot 30 \cdot (-0,9135)} = 58,688 \text{ см}$

$$\omega_e = \left| \overline{\omega_e} \right| = \frac{d\varphi_e}{dt} = 6t - 3, \text{ При } t=1 \text{ с} \quad \overline{\omega_e} = 6t - 3 = 3 \text{ рад/с}$$

$$\omega_e = 3 \text{ рад/с}$$

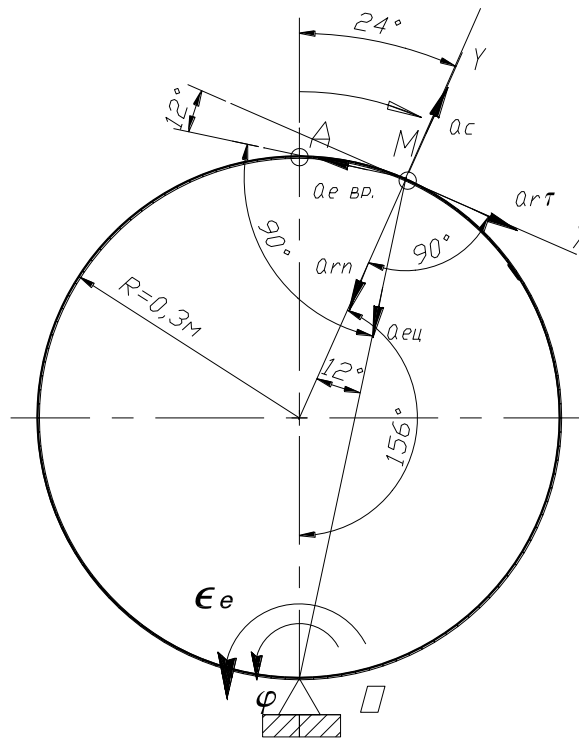
Положительный знак показывает, что вращение происходит в сторону направления отсчета угла φ

$$V_e = OM \cdot \omega_e = 58,688 \cdot 3 = 176,064 \text{ см/с}$$

$$V = \sqrt{V_e^2 + V_r^2 - 2V_e \cdot V_r \cdot \cos 12^\circ} = \sqrt{176,064^2 + 25,12^2 - 2 \cdot 176,064 \cdot 25,12 \cdot 0,9781} = 151,584 \text{ см/с}$$

Абсолютное ускорение точки – сумма относительного, переносного и кориолисова ускорений.

$$\overline{a} = \overline{a_r} + \overline{a_e} + \overline{a_c} = \overline{a_{r\tau}} + \overline{a_{rn}} + \overline{a_e^e} + \overline{a_e^u} + \overline{a_c}$$



Модуль относительного касательного ускорения

$$a_{r\tau} = \left| \overline{a_{r\tau}} \right| \quad \overline{a_{r\tau}} = \frac{d^2 S_r}{dt^2} = 8\pi \quad \overline{a_{r\tau}} = 25,12 \text{ см/с}^2 \quad a_{r\tau} = 25,12 \text{ см/с}^2$$

Положительный знак показывает, что вектор $\overline{a_{r\tau}}$ направлен в сторону возрастания S_r .

Относительное нормальное ускорение

$$\overline{a_{rn}} = \frac{V_r^2}{\rho} = \frac{25,12^2}{30} = 21,034 \text{ см/с}^2$$

Модуль переносного вращательного ускорения

$$a_e^g = OM \cdot \varepsilon_e = 58,688 \cdot 6 = 352,128 \text{ см/с}^2, \text{ где } \varepsilon_e = |\overline{\varepsilon_e}| = \frac{d^2 \varphi_e}{dt^2} = 6 \text{ рад/с}$$

Модуль переносного центростремительного ускорения

$$a_e^u = OM \cdot \omega_e^2 = 58,688 \cdot 3^2 = 528,192 \text{ см/с}^2$$

Кориолисово ускорение

$$\overline{a_c} = 2\overline{\omega_e} \cdot \overline{V_r}$$

Модуль кориолисова ускорения

$$a_c = 2\omega_e \cdot V_r \cdot \text{Sin}(\overline{\omega_e}, \overline{V_r}) = 2 \cdot 3 \cdot 25,12 = 150,72 \text{ см/с}^2, \quad \text{Sin}(\overline{\omega_e}, \overline{V_r}) = \text{Sin}90^\circ = 1$$

$$a_y = a_c - a_{rn} - a_e^g \cdot \text{Sin}12^\circ - a_e^u \cdot \text{Cos}12^\circ = 150,72 - 21,034 - 352,128 \cdot 0,2079 -$$

$$- 528,192 \cdot 0,9781 = -460,146 \text{ см/с}^2$$

$$a_x = a_{rr} - a_e^g \cdot \text{Cos}12^\circ + a_e^u \cdot \text{Sin}12^\circ = 25,12 - 352,128 \cdot 0,9781 + 528,192 \cdot 0,2079 =$$

$$= -209,485 \text{ см/с}^2$$

$$|a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-209,485)^2 + (-460,146)^2} = 505,587 \text{ см/с}^2$$

Задача D5. Принцип возможных перемещений.

Определить значение силы Р.

$$\Gamma=3, \Pi=3, C=73.$$

$$F_1=C+6=73+6=79 \text{ кН}, F_2=C+\Pi=73+3=76 \text{ кН}, F_3=C+\Gamma=73+3=76 \text{ кН},$$

$$M_1=\Pi+\Gamma=6 \text{ кНм}, M_2=C-\Pi+\Gamma=73-3+3=73 \text{ кНм}, \alpha = 45 + 5\Pi = 45 + 5 \cdot 3 = 60^\circ,$$

$$\beta = 90 - 5\Pi = 90 - 5 \cdot 3 = 75^\circ, \lambda = 20 + 5\Pi = 20 + 5 \cdot 3 = 35^\circ$$

$$|O_1A| = |BC| = |AB| = |BD| = 1 \text{ м}$$

$$|O_1K| = \sin 60^\circ \cdot |A_1O| = 0,866 \cdot 1 = 0,866 \text{ м}$$

$$|O_2C| = \frac{|O_1K|}{\sin 75^\circ} = \frac{0,866}{0,9659} = 0,8966 \text{ м}$$

$$|P_{AC}A| = \frac{|AC| \cdot \sin 75^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{2 \cdot 0,9659}{0,7071} = 2,732 \text{ м}$$

$$|P_{AC}C| = \frac{|AC| \cdot \sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{2 \cdot 0,866}{0,7071} = 2,45 \text{ м}$$

$$|P_{AC}B| = \sqrt{PA^2 + AB^2 - 2PA \cdot AB \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{2,732^2 + 1^2 - 2 \cdot 2,732 \cdot 1 \cdot 0,5} = 2,395 \text{ м}$$

$$\sin \angle CBP_{AC} = \frac{P_{AC}C \cdot \sin 75^\circ}{P_{AC}B} = \frac{2,45 \cdot 0,9659}{2,395} = 0,988 = 81^\circ$$

$$|P_{BD}B| = \frac{1 \cdot \sin 55^\circ}{\sin 9^\circ} = \frac{0,81915}{0,1564} = 5,236 \text{ м}$$

$$|P_{BD}D| = \frac{1 \cdot \sin 116^\circ}{\sin 9^\circ} = \frac{0,8988}{0,1564} = 5,747 \text{ м}$$

Уравнение работ при возможном перемещении – поворот стержня O_1A на угол $\delta\varphi_1$

$$F_1 \delta_{rA} \cos 30^\circ - M_1 \cdot \delta\varphi_1 - F_2 \delta_{rC} \cos 15^\circ - F_3 \delta_{rB} \cos 44^\circ + M_2 \cdot \delta\varphi_2 + P \delta_{rD} = 0$$

Отношение слагаемых уравнения к δ_{rB}

$$\frac{\delta_{rB}}{\delta_{rC}} = \frac{|P_{AC}B|}{|P_{AC}C|} = \frac{2,395}{2,45} = 0,978$$

$$\frac{\delta_{rB}}{\delta_{rA}} = \frac{|P_{AC}B|}{|P_{AC}A|} = \frac{2,395}{2,732} = 0,877$$

$$\frac{\delta_{rB}}{\delta_{rD}} = \frac{|P_{BD}B|}{|P_{BD}D|} = \frac{5,236}{5,747} = 0,911$$

$$\delta\varphi_1 = \frac{\delta_{rA}}{|AO_1|} = \delta_{rA} = \frac{\delta_{rB}}{0,877}$$

$$\delta\varphi_2 = \frac{\delta_{rC}}{|CO_2|} = \frac{\delta_{rB}}{0,8966 \cdot 0,978} = \frac{\delta_{rB}}{1,14} \quad \delta_{rC} = \frac{\delta_{rB}}{0,978} \quad \delta_{rD} = \frac{\delta_{rB}}{0,911} \quad \delta_{rA} = \frac{\delta_{rB}}{0,877}$$

$$79 \cdot \frac{\delta_{rB}}{0,877} \cdot 0,866 - 6 \cdot \frac{\delta_{rB}}{0,877} - 76 \cdot \frac{\delta_{rB}}{0,978} \cdot 0,9659 - 76 \cdot \delta_{rB} \cdot 0,7193 + 73 \cdot \frac{\delta_{rB}}{1,14} + P \frac{\delta_{rB}}{0,911} = 0$$

Сокращаем слагаемые на δ_{rB}

$$78,01 - 6,842 - 75,06 - 54,667 + 64,035 + 1,0977P = 0$$

$P = -4,989$ кН, направление в противоположную сторону.

