Расчет жесткого бруса на внецентренное сжатие.

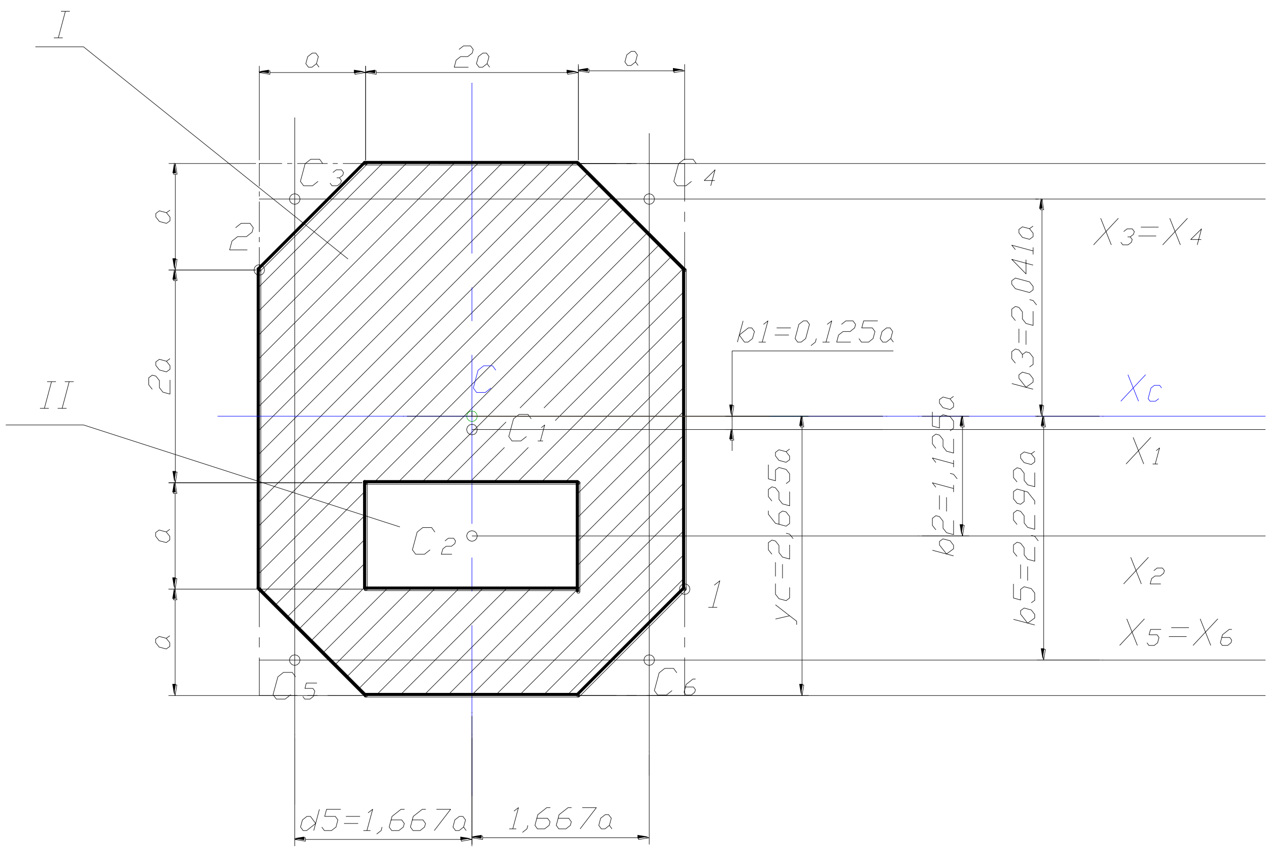
a=0,3 *м*, $R_{раст.}$=5 *МПа*, $R_{сж.}$=13 *МПа*

Сечение состоит из

I - прямоугольник,

II – прямоугольник со знаком минус (вырез),

III, IV, V, VI– треугольники (вырез)



Сечение является симметричным относительно оси *Y*, следовательно для нахождения центра тяжести достаточно определить координату $Y_{C.}$

$$y_c = \frac{\Sigma S_i}{\Sigma A_i} = \frac{A_1 \cdot y_1 - A_2 \cdot y_2 - A_3 \cdot y_3 - A_4 \cdot y_4 - A_5 \cdot y_5 - A_6 \cdot y_6}{A_1 - A_2 - A_3 - A_4 - A_5 - A_6} =$$

$$= \frac{20a^2 \cdot 2{,}5a - 2a^2 \cdot 1{,}5a - 0{,}5a^2 \cdot 4{,}667a \cdot 2 - 0{,}5a^2 \cdot 0{,}333a \cdot 2}{20a^2 - 2a^2 - 0{,}5a^2 \cdot 2 - 0{,}5a^2 \cdot 2} = \frac{42a^3}{16a^2} = 2{,}625a$$

Моменты инерции сечения относительно главных центральных осей X_C и Y_C

$$J_{xc} = \Sigma J_{xi} = J_x^I - J_x^{II} - J_x^{III} - J_x^{IV} - J_x^V - J_x^{VI} = J_{x1} + A_1 \cdot b_1^2 - \left(J_{x2} + A_2 \cdot b_2^2\right) - \left(J_{x3} + A_3 \cdot b_3^2\right) -$$
$$-\left(J_{x4} + A_4 \cdot b_4^2\right) - \left(J_{x5} + A_5 \cdot b_5^2\right) - \left(J_{x6} + A_6 \cdot b_6^2\right) =$$
$$= \frac{4a \cdot (5a)^3}{12} + 20a^2 \cdot (0{,}125a)^2 - \left(\frac{2a \cdot a^3}{12} + 2a^2 \cdot (1{,}125a)^2\right) - \left(\frac{a \cdot a^3}{36} + 0{,}5a^2 \cdot (2{,}041a)^2\right) \cdot 2 -$$
$$-\left(\frac{a \cdot a^3}{36} + 0{,}5a^2 \cdot (2{,}292a)^2\right) \cdot 2 = 29{,}751a^4$$

Расстояния между осью X_C и собственными осями фигур:

$b_1 = y_1 - y_c = 2{,}5a - 2{,}625a = -0{,}125a$

$b_2 = y_2 - y_c = 1{,}5a - 2{,}625a = -1{,}125a$

$b_3 = b_4 = y_3 - y_c = 4{,}667a - 2{,}625a = 2{,}041a$

$b_5 = b_6 = y_4 - y_c = 0{,}333a - 2{,}625a = 2{,}292a$

$$J_{yc} = \Sigma J_{yi} = J_y^I - J_y^{II} - J_y^{III} - J_y^{IV} - J_y^V - J_y^{VI} = J_{y1} - J_{y2} - \left(J_{y3} + A_3 \cdot d_3\right) - \left(J_{y4} + A_4 \cdot b_4\right) -$$
$$-\left(J_{y5} + A_5 \cdot d_5\right) - \left(J_{y6} + A_6 \cdot d_6\right) =$$
$$= \frac{5a \cdot (4a)^3}{12} - \frac{a \cdot (2a)^3}{12} - \left(\frac{a \cdot a^3}{36} + 0{,}5a^2 \cdot (1{,}667a)^2\right) \cdot 4 = 20{,}333a^4$$

Расстояния между осью Y_C и собственными осями фигур:

$d_3 = d_4 = d_5 = d_6 = 1{,}667a$

Радиусы инерции сечения относительно осей X_C, Y_C.

$$i_x = \sqrt{\frac{J_{xc}}{A}} = \sqrt{\frac{29{,}751a^4}{16a^2}} = 1{,}364a = 1{,}364 \cdot 0{,}3 = 0{,}41\text{м}$$

$$i_y = \sqrt{\frac{J_{yc}}{A}} = \sqrt{\frac{20{,}333a^4}{16a^2}} = 1{,}127a = 1{,}127 \cdot 0{,}3 = 0{,}338\text{м}$$

Определяем положение нулевой (нейтральной линии).

Координаты точки приложения силы F.

$x_F = 2a = 2 \cdot 0{,}3 = 0{,}6$ *м*, $y_F = -1{,}652a = -1{,}652 \cdot 0{,}3 = -0{,}496$ *м*

Отрезки, отсекаемые нулевой линией на координатных осях:

$$a = -\frac{i_y^2}{x_F} = -\frac{1{,}271a^2}{2a} = -0{,}635a = -\frac{0{,}338^2}{0{,}6} = -0{,}19\text{м}$$

$$b=-\frac{i_x^2}{y_F}=-\frac{1{,}859a^2}{-1{,}652a}=1{,}125a=-\frac{0{,}41^2}{-0{,}496}=0{,}339\textit{м}$$

Проводим через эти точки нейтральную линию.

Наиболее удаленные точки от нейтральной линии *т.1* и *т.2* являются наиболее напряженными.

Координаты *т.1* x_1= 0,6 м,

y_1=-0,496 м

Координаты *т.2*

$$x_2=-0{,}6\textit{м}$$
$$y_2=1{,}375\cdot 0{,}3=0{,}413\textit{м}$$

Напряжения в этих точках:

$$R_1=-\frac{F}{A}(1+\frac{x_F}{i_y^2}x_1+\frac{y_F}{i_x^2}y_1)=-\frac{F}{16a^2}\left(1+\frac{0{,}6}{0{,}338^2}0{,}6+\frac{(-0{,}496)}{0{,}41^2}(-0{,}496)\right)=-F\cdot 3{,}899$$

$$R_2=-\frac{F}{A}(1+\frac{x_F}{i_y^2}x_2+\frac{y_F}{i_x^2}y_2)=-\frac{F}{1{,}44}\left(1+\frac{0{,}6}{0{,}338^2}(-0{,}6)+\frac{(-0{,}496)}{0{,}41^2}0{,}413\right)=2{,}34\cdot F$$

$$R_3=-\frac{F}{A}(1+\frac{x_F}{i_y^2}x_3+\frac{y_F}{i_x^2}y_3)=-\frac{2136{,}75\cdot 10^3}{1{,}44}\left(1+\frac{0{,}6}{0{,}338^2}0{,}3+\frac{(-0{,}496)}{0{,}41^2}(-0{,}7956)\right)=7{,}215\textit{МПа}$$

$$R_4=-\frac{F}{A}(1+\frac{x_F}{i_y^2}x_4+\frac{y_F}{i_x^2}y_4)=-\frac{2136{,}75\cdot 10^3}{1{,}44}\left(1+\frac{0{,}6}{0{,}338^2}(-0{,}3)+\frac{(-0{,}496)}{0{,}41^2}(-0{,}7956)\right)=-2{,}63\textit{МПа}$$

$$R_5=-\frac{F}{A}(1+\frac{x_F}{i_y^2}x_5+\frac{y_F}{i_x^2}y_5)=-\frac{2136{,}75\cdot 10^3}{1{,}44}\left(1+\frac{0{,}6}{0{,}338^2}(-0{,}6)+\frac{(-0{,}496)}{0{,}41^2}(-0{,}496)\right)=1{,}02\textit{МПа}$$

$$R_6=-\frac{F}{A}(1+\frac{x_F}{i_y^2}x_6+\frac{y_F}{i_x^2}y_6)=-\frac{2136{,}75\cdot 10^3}{1{,}44}\left(1+\frac{0{,}6}{0{,}338^2}(-0{,}3)+\frac{(-0{,}496)}{0{,}41^2}0{,}7125\right)=3{,}974\textit{МПа}$$

$$R_7=-\frac{F}{A}(1+\frac{x_F}{i_y^2}x_7+\frac{y_F}{i_x^2}y_7)=-\frac{2136{,}75\cdot 10^3}{1{,}44}\left(1+\frac{0{,}6}{0{,}338^2}0{,}3+\frac{(-0{,}496)}{0{,}41^2}0{,}7125\right)=-0{,}702\textit{МПа}$$

$$R_8=-\frac{F}{A}(1+\frac{x_F}{i_y^2}x_8+\frac{y_F}{i_x^2}y_8)=-\frac{2136{,}75\cdot 10^3}{1{,}44}\left(1+\frac{0{,}6}{0{,}338^2}0{,}6+\frac{(-0{,}496)}{0{,}41^2}0{,}413\right)=-4{,}351\textit{МПа}$$

Из условия прочности находим допускаемую нагрузку *F:*

$$\left|R_{1сж}\right| = F \cdot 3{,}899 \le \left[R_{сж}\right] = 13МПа$$

$$\left[F\right] = \frac{13 \cdot 10^6}{3{,}899} = 3334{,}188кН$$

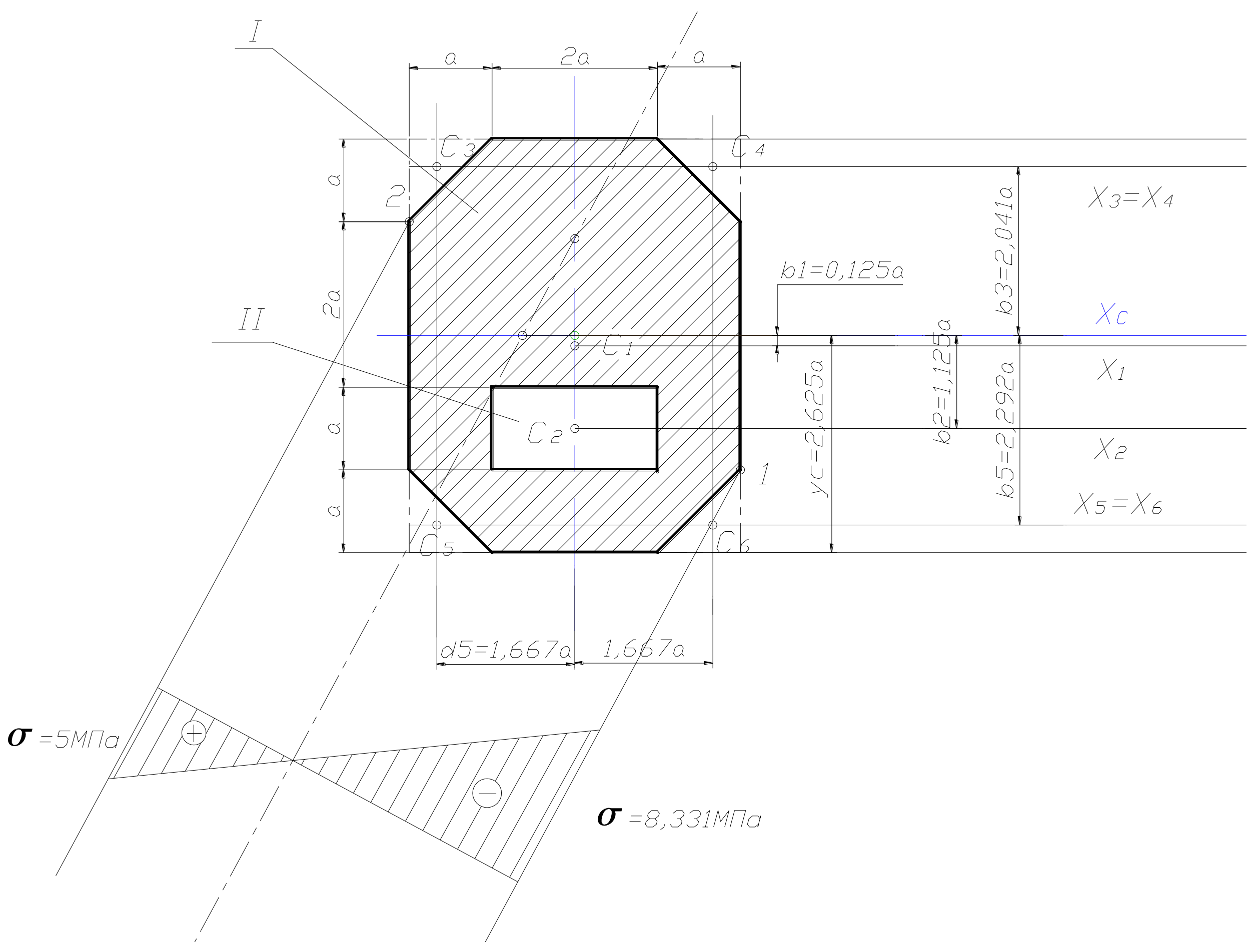
$$\left|R_{2\,раст.}\right| = F \cdot 2{,}34 \le \left[R_{сж}\right] = 5МПа$$

$$\left[F\right] = \frac{5 \cdot 10^6}{2{,}34} = 2136{,}75кН$$

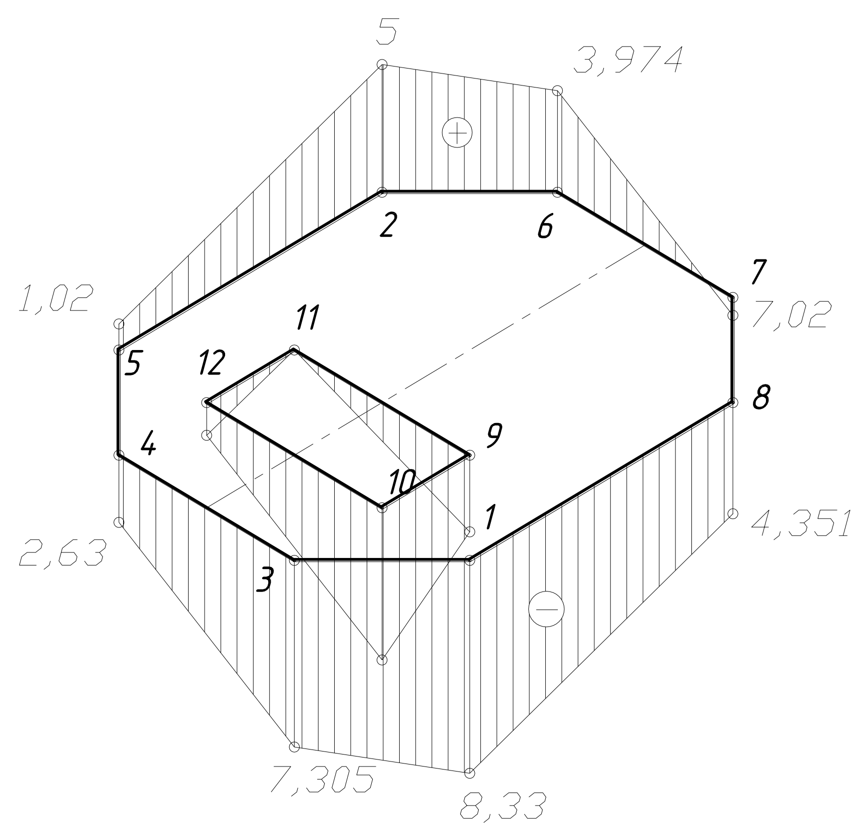
принимаем $F_{min}=2136{,}75кН$

тогда $R_2 = 2{,}34 \cdot F = 2{,}34 \cdot 2136{,}75 \cdot 10^3 = 5МПа \le \left[R_{сж}\right] = 5МПа$

$$R_1 = -3{,}899 \cdot F = -3{,}899 \cdot 2136{,}75 \cdot 10^3 = 8{,}331МПа \le \left[R_{сж}\right] = 13МПа$$



№	Координаты точек, м		Напряжения σ, МПа
	x	y	
1	0,6	-0,496	-8,331
2	-0,6	0,413	5
3	0,3	-0,7956	-7,305
4	-0,3	-0,7956	-2,63
5	-0,6	-0,496	1,02
6	-0,3	0,7125	3,974
7	0,3	0,7125	-0,702
8	0,6	0,413	-4,351
9	0,3	-0,1875	-3
10	0,3	-0,4875	-5,956
11	-0,3	-0,1875	-0,033
12	-0,3	-0,4875	-1,28



Ядро сечения:

Положение нейтральной линии *1-1*

$a_x = \propto \quad a_y = 0{,}7125м$

$$x_F = 0 \quad y_F = -\frac{i_x^2}{a_y} = -\frac{0{,}41^2}{0{,}7125} = -0{,}236м$$

Положение нейтральной линии *2-2*

$a_x = \propto \quad a_y = -0{,}7875м$

$$x_F = 0 \qquad y_F = -\frac{i_x^2}{a_y} = \frac{0{,}41^2}{0{,}7875} = 0{,}2135м$$

Положение нейтральной линии *3-3*

$a_x = -0{,}6м \quad a_y = \propto$

$$x_F = -\frac{i_y^2}{a_x} = -\frac{0{,}338^2}{-0{,}6} = 0{,}19м$$

Положение нейтральной линии *4-4*

$a_x = 0{,}6м \quad a_y = \propto$

$$x_F = -\frac{i_y^2}{a_x} = -\frac{0{,}338^2}{0{,}6} = -0{,}19м$$

Положение нейтральной линии *5-5*

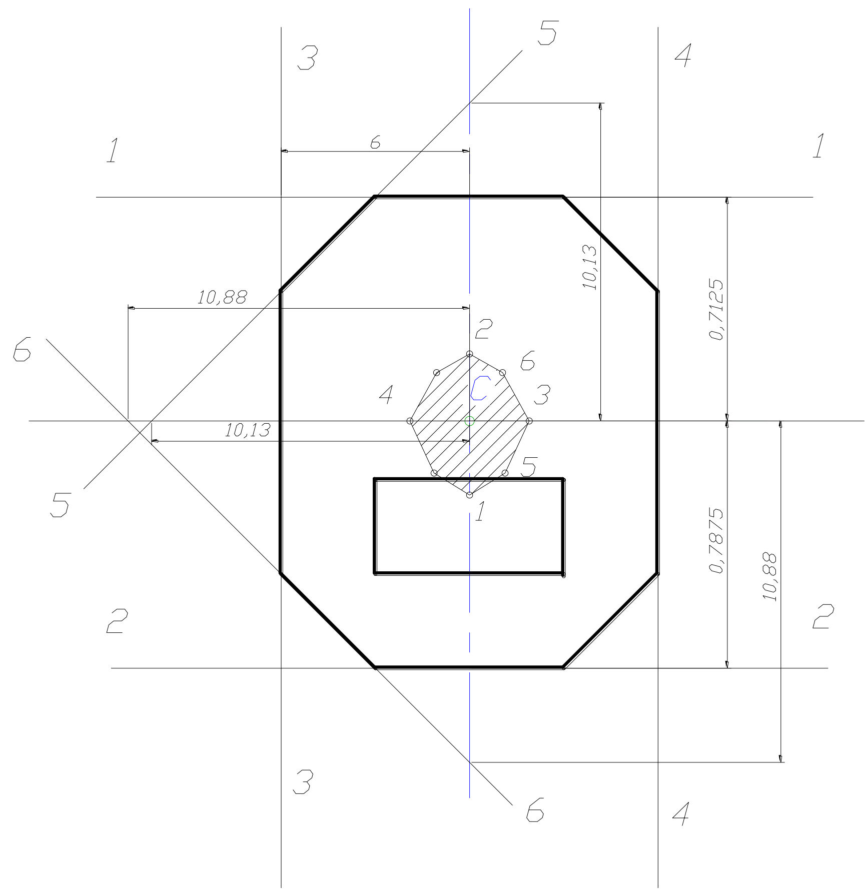
$a_x = -1{,}013м \qquad a_y = 1{,}013м$

$$x_F = -\frac{i_y^2}{a_x} = -\frac{0{,}338^2}{-1{,}013} = 0{,}113м \qquad y_F = -\frac{i_x^2}{a_y} = -\frac{0{,}41^2}{1{,}013} = -0{,}166м$$

Положение нейтральной линии *6-6*

$a_x = -1{,}09м \qquad a_y = 1{,}09м$

$$x_F = -\frac{i_y^2}{a_x} = -\frac{0{,}338^2}{-1{,}09} = 0{,}105м \qquad y_F = -\frac{i_x^2}{a_y} = -\frac{0{,}41^2}{1{,}09} = -0{,}154м$$



6
10,88
10,13
10,13
0,7125
0,7875
10,88
C
1
2
3
4
5
6