

Исходные данные:

$$F_1 = 2F, F_2 = 3F, F_3 = 1,5F, F_4 = 5F, F_5 = 3F;$$

$$M_0 = 2F;$$

$$l_1 = 0,8\text{ м}, l_2 = 1,2\text{ м};$$

$$d = 0,01\text{ м};$$

$$b = 2h;$$

$$[\sigma] = 160\text{ МПа}.$$

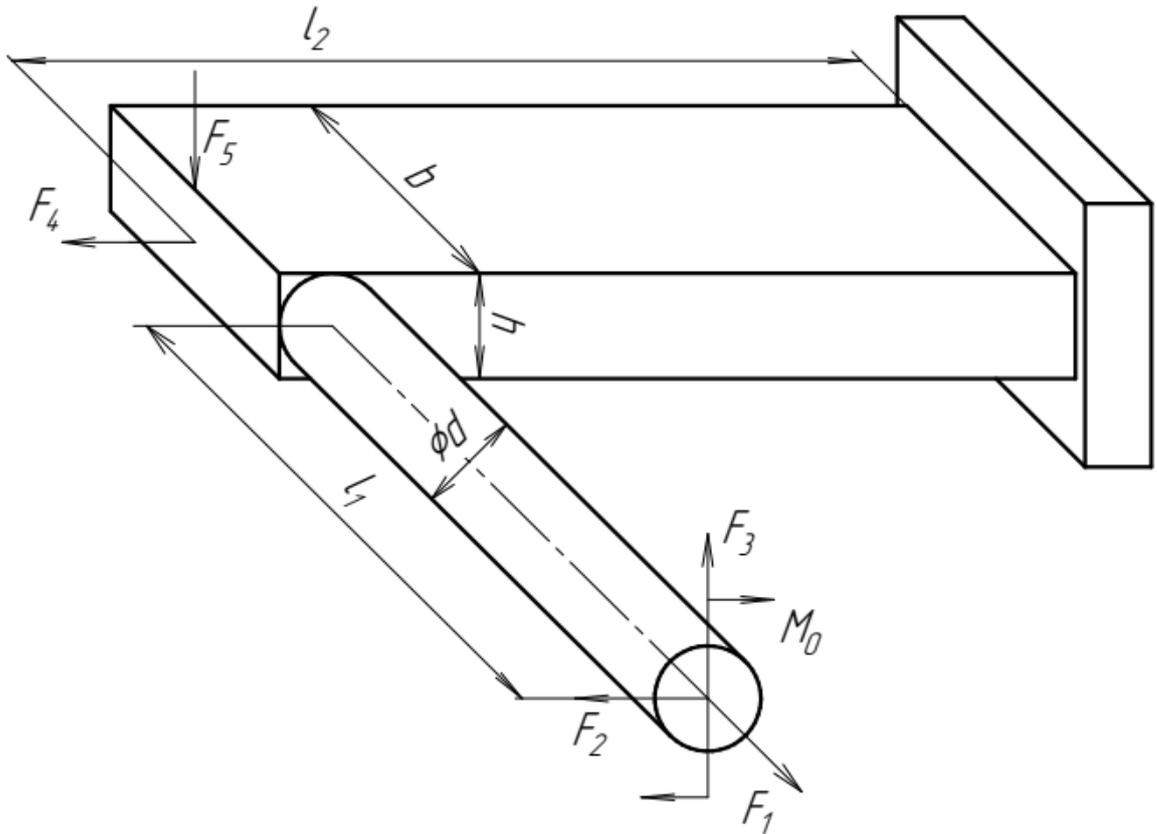


Рисунок 1.

Определить:

$[F]$ —?

Решение:

1. Для решения задачи составим расчетную схему.

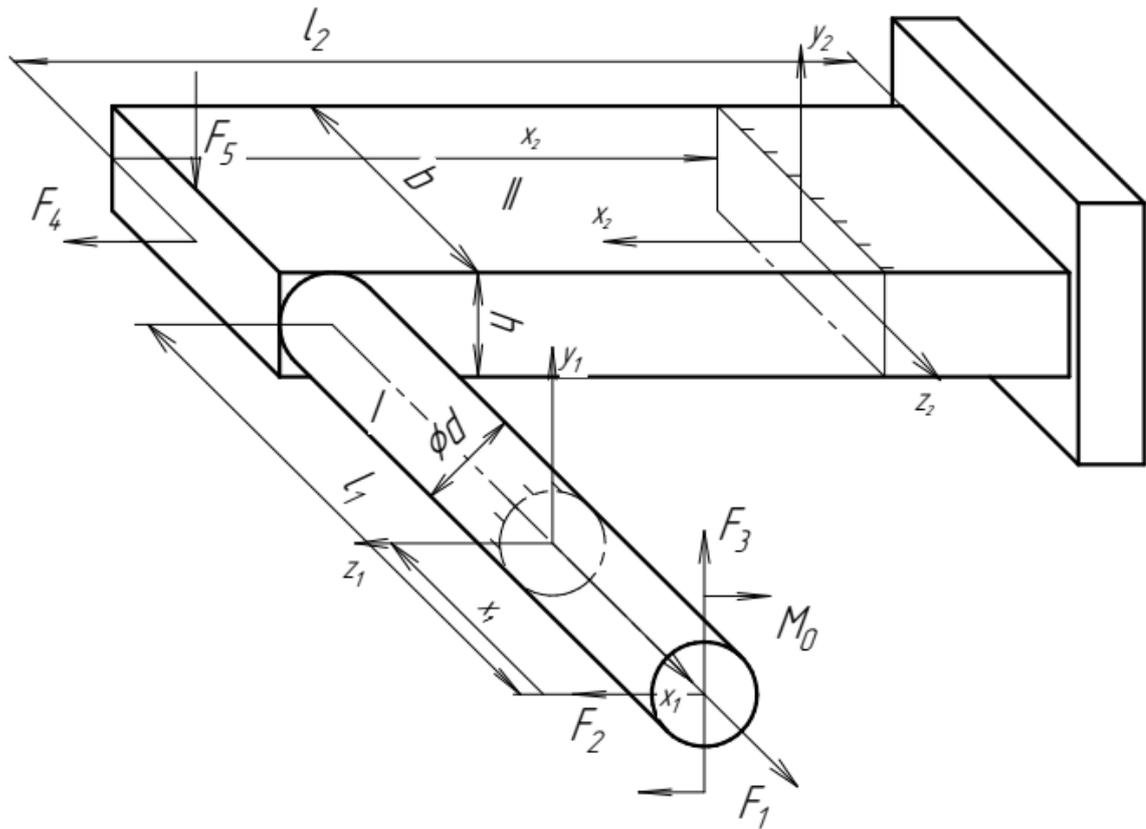


Рисунок 2.

1. Уравнения внутренних силовых факторов.

Участок 1

$$0 \leq x_1 \leq l_1$$

$$N_1 = F_1 = 2F$$

$$M_{x1} = M_0 = 2F$$

$$M_{y1} = -F_2 \cdot x_1$$

$$x_1 = 0 : M_{y1} = 0$$

$$x_1 = l_1 : M_{y1} = 2,4F$$

$$M_{z1} = -F_3 \cdot x_1$$

$$x_1 = 0 : M_{z1} = 0$$

$$x_1 = l_1 : M_{z1} = 1,2F$$

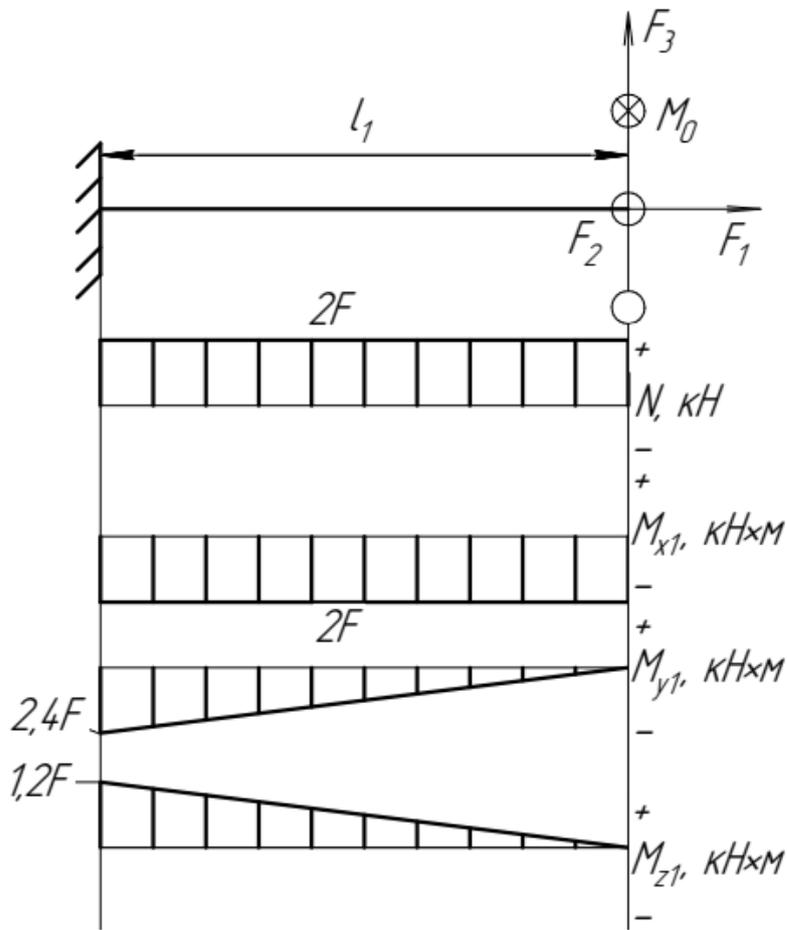


Рисунок 3.

Участок 2

$$0 \leq x_2 \leq l_2$$

$$N_2 = F_2 + F_4 = 3F + 5F = 8F$$

$$M_{x2} = F_3 \cdot l_2 = 1,2F$$

$$M_{y2} = -F_2 \cdot l_1 + F_1 \cdot x_2$$

$$x_2 = 0: M_{y2} = -F_2 \cdot l_1 = -2,4F$$

$$x_2 = l_2: M_{y1} = -F_2 \cdot l_1 + F_1 \cdot l_2 = -2,4 + 2,4 = 0$$

$$M_{z2} = F_3 \cdot x_2 + M_0 - F_5 \cdot x_2$$

$$x_2 = 0: M_{z2} = M_0 = 2F$$

$$x_2 = l_2: M_{z1} = 2F + 1,5F \cdot 1,2 - 3F \cdot 1,2 = 0,2$$

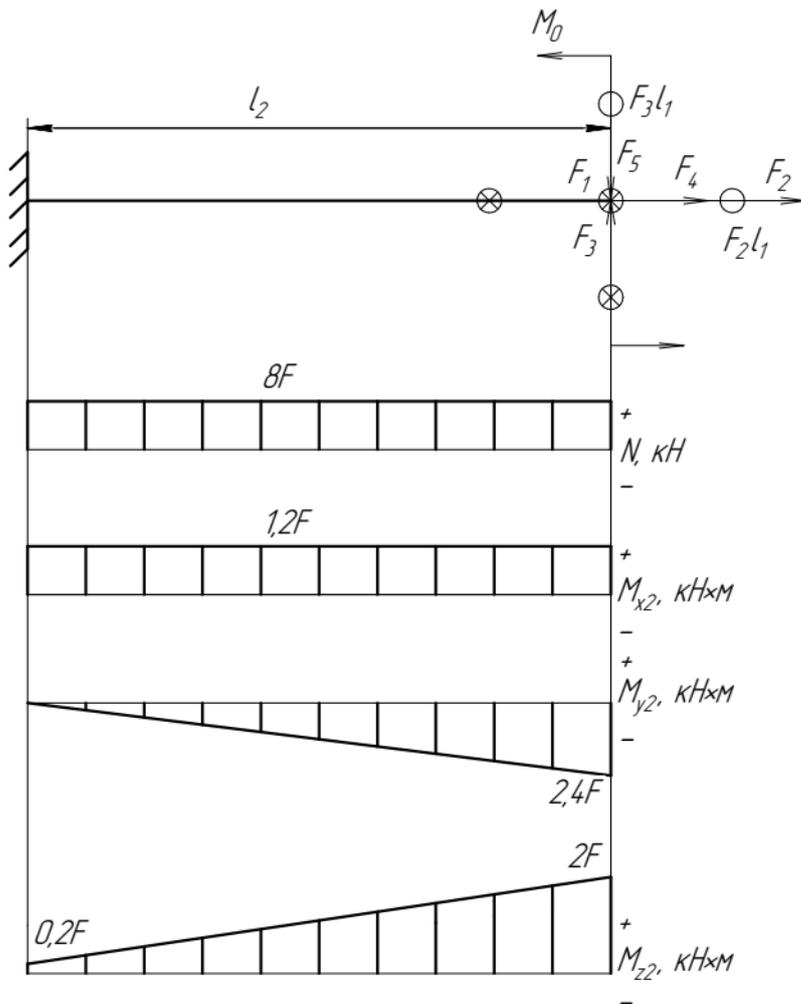


Рисунок 4.

2. Расчет участка с круглым поперечным сечением.

Опасное сечение при $x_1 = l_1$, тогда. Вычислим геометрические характеристики поперечного сечения:

$$A = \frac{\pi d^2}{4}; W_{y_1} = W_{z_1} = \frac{\pi d^3}{32}; W_\rho = \frac{\pi d^3}{16}; J_{z_1} = J_{y_1} = \frac{\pi d^4}{64}.$$

Так как материал на растяжение – сжатие работает одинаково ($\sigma_{сж} = \sigma_p$), тогда опасная точка – является точка 2.

$$M_{изг.} = \sqrt{M_{z_1}^2 + M_{y_1}^2} = F \cdot \sqrt{1,2^2 + 2,4^2} = 2,68F$$

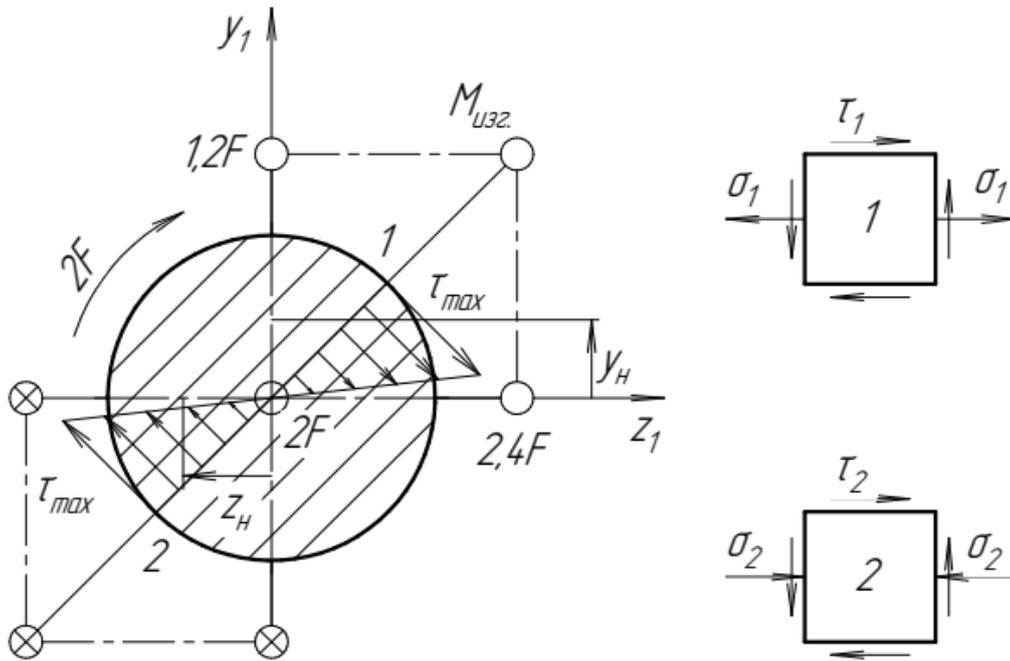


Рисунок 5.

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \left| \frac{M_{y1}}{M_{z1}} \right| = \left| \frac{2,4F}{1,2F} \right| = 2$$

$$\varphi_1 = \operatorname{arctg} 2 \approx 63^\circ$$

$$y_n = -\frac{N_1 \cdot J_{z1}}{A_1 \cdot M_{z1}} = -\frac{2F \cdot \pi d^4 \cdot 4}{\pi d^2 \cdot 1,2F \cdot 64} = -1,04 \text{ см}$$

$$z_n = -\frac{N_1 \cdot J_{y1}}{A_1 \cdot M_{y1}} = -\frac{2F \cdot \pi d^4 \cdot 4}{\pi d^2 \cdot 2,4F \cdot 64} = -0,52 \text{ см}$$

$$\sigma_1 = \sigma_N + \sigma_{изз.}$$

σ_{N_1} – не учитываем.

$$\sigma_1 = \frac{|N_1|}{A_1} + \frac{M_{изз.}}{W} = \frac{2F \cdot 4}{\pi d^2} + \frac{2,68F \cdot 32}{\pi d^3} = F \cdot \frac{85,8 \cdot 10^6}{\pi}$$

$$\tau_1 = \frac{M_{x1}}{W_\rho} = \frac{2F \cdot 16}{\pi d^3} = F \cdot \frac{32 \cdot 10^6}{\pi}$$

Эквивалентное напряжение вычислим, используя гипотезу наибольших касательных напряжений:

$$\sigma_1^{экв} = \sqrt{\sigma_1^2 + 4 \cdot \tau_1^2} = F \cdot \frac{10^6}{\pi} \cdot \sqrt{85,8^2 + 4 \cdot 32^2} = F \cdot \frac{107 \cdot 10^6}{\pi}$$

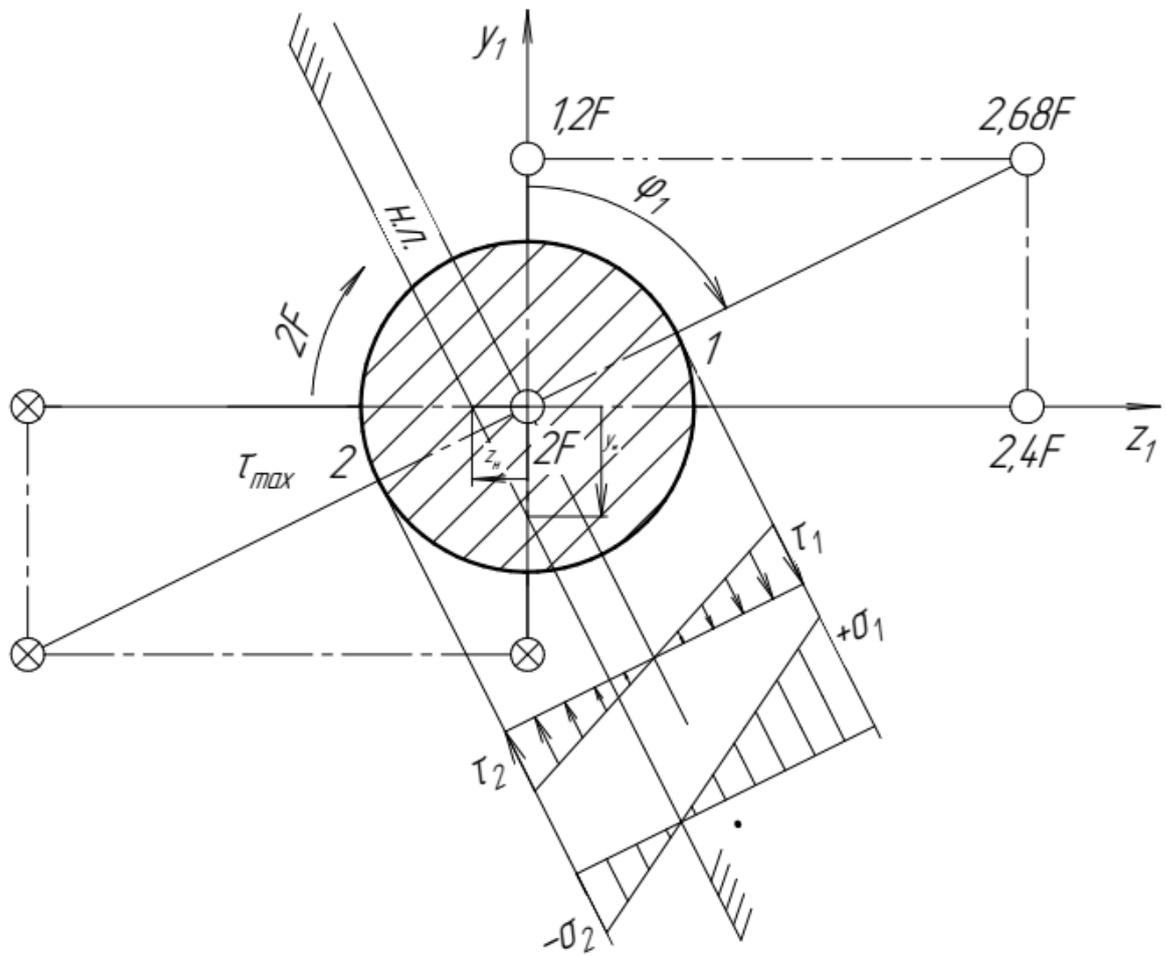


Рисунок 6.

2. Расчет участка с прямоугольным поперечным сечением.

Опасное сечение при $x_2 = 0\text{ м}$, тогда. Вычислим геометрические характеристики поперечного сечения:

$$A = bh; J_{y_2} = \frac{hb^3}{12} = \frac{8h^4}{12} = \frac{2h^4}{3}; J_{z_2} = \frac{bh^3}{12} = \frac{2h^4}{12} = \frac{h^4}{6};$$

$$W_{y_2} = \frac{hb^2}{6} = \frac{4h^3}{6} = \frac{2h^3}{3}; W_{z_2} = \frac{bh^2}{6} = \frac{2h^3}{6} = \frac{h^3}{3};$$

$$W_{кр.} = \beta \cdot b^3$$

Определим положение нейтральной линии:

$$y_n = -\frac{N_2 \cdot J_{z_2}}{A_2 \cdot M_{z_2}} = -\frac{8F \cdot h^4}{2h^2 \cdot 2,4F \cdot 6} = -0,278 \cdot h^2$$

$$z_n = -\frac{N_2 \cdot J_{y_2}}{A_2 \cdot M_{y_2}} = -\frac{8F \cdot 2h^4}{2h^2 \cdot 2F \cdot 3} = -1,333h^2$$

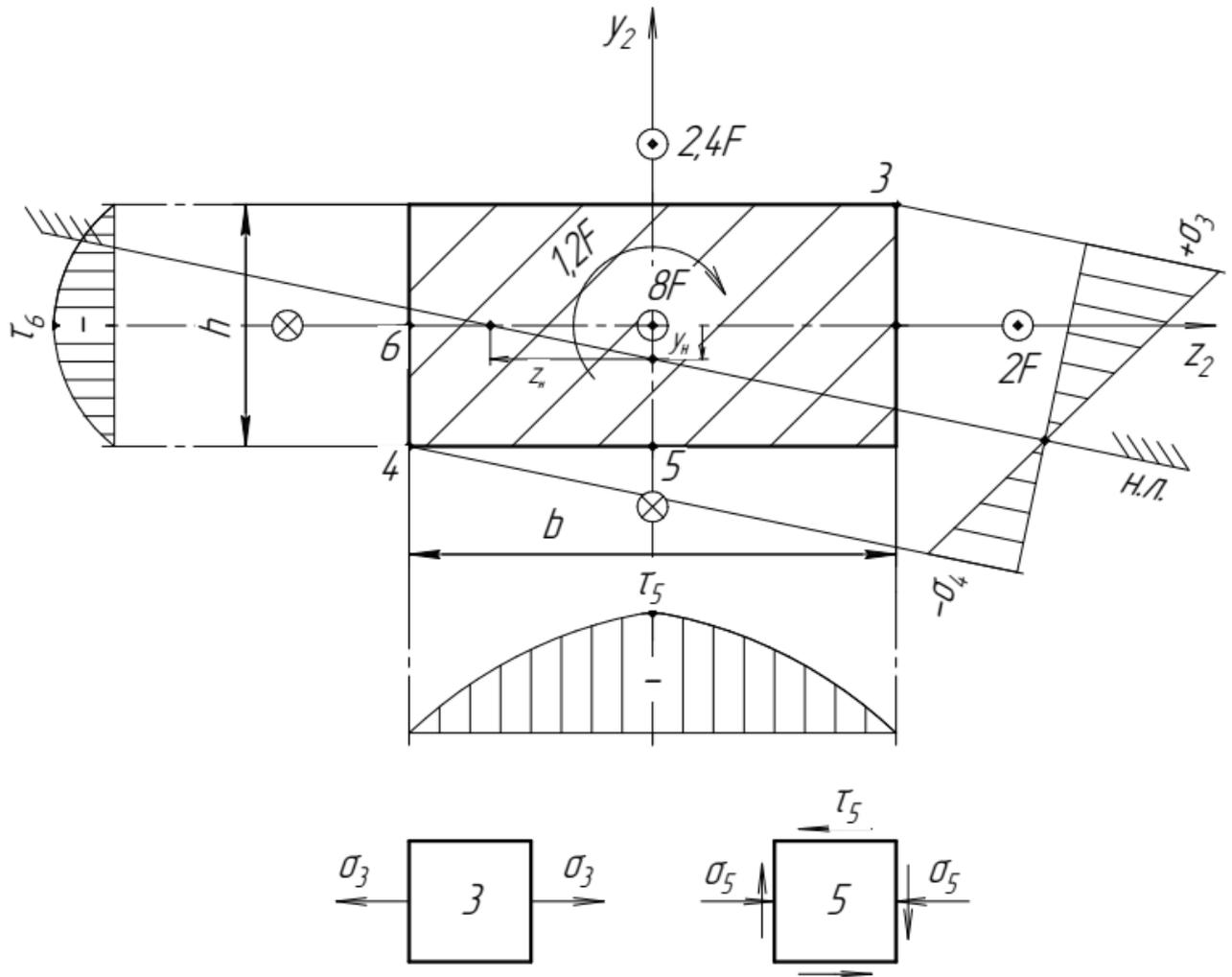


Рисунок 7.

Так как материал на растяжение – сжатие работает одинаково ($\sigma_{сж} = \sigma_p$), тогда наиболее опасные точки – являются точки 3, 5. Остальные точки можно не рассматривать.*

$$\sigma_3 = \sigma_{M_{z_2}} + \sigma_{M_{y_2}} + \sigma_N$$

$$\sigma_3 = \frac{M_{z_2}}{W_{z_2}} + \frac{M_{y_2}}{W_{y_2}} + \frac{N_2}{A_2} = \frac{2,4F \cdot 3}{h^3} + \frac{2F \cdot 3}{2h^3} + \frac{8F}{2h^2} = 10,2 \frac{F}{h^3}$$

$$\sigma_{N_2} = \frac{N_2}{A_2} = \frac{8F}{2h^2} - \text{не учитываем.}$$

$$\tau_5 = \frac{M_{x_2}}{W_{kp}} = \frac{1,2F}{0,141 \cdot bh^2} = \frac{1,2F}{0,282 \cdot h^3} = 4,26 \cdot \frac{F}{h^3}$$

$$\tau_6 = \frac{M_{x_2}}{W_{kp}} = \frac{1,2 \cdot F}{0,141 \cdot hb^2} = \frac{1,2F}{0,564 \cdot h^3} = 2,13 \cdot \frac{F}{h^3}$$

$$\sigma_5^{экв} = \sqrt{\sigma_{M_{z_2}}^2 + 4\tau_5^2} = \frac{F}{h^3} \sqrt{(2,4 \cdot 3)^2 + 4 \cdot 4,26^2} = 11,2 \frac{F}{h^3}$$

Тогда найдем допускаемую силу \underline{F} для всей конструкции:

$$\sigma^{\max} \leq [\sigma]$$

$$\sigma_1^{\text{экг}} = 34,1F \text{ МПа}$$

$$\sigma_5^{\text{экг}} = 11,2 \frac{F}{h^3} \text{ МПа}$$

Вычислим « h » из условия равнопрочности:

$$\sigma_1^{\text{экг}} = \sigma_5^{\text{экг}}$$

$$34,1 \cdot F = 11,2 \cdot \frac{F}{h^3}$$

$$h \geq \sqrt[3]{\frac{11,2}{34,1}} = 0,689955 \text{ м}$$

Примем $h = 0,7 \text{ м}$.

Тогда,

$$\sigma^{\max} = \sigma_1^{\text{экг}} = 34,1F$$

$$34,1 \cdot [F] \cdot 10^6 \leq 160 \cdot 10^6$$

$$[F] \leq \frac{160}{34,1} = 4,69 \text{ кН}$$

Принимаем: $[F] = 4,69 \text{ кН}$

Проведем проверочный расчет нормальных напряжений от растягивающей и сжимающей сил:

$$\sigma_{N_1} = \frac{N_1}{A_1} = \frac{2F \cdot 4}{\pi d^2} = \frac{2 \cdot 4,69 \cdot 1000 \cdot 4}{3,14 \cdot 0,01^2} \approx 119,4 \text{ МПа} < [\sigma]$$

$$\sigma_{N_2} = \frac{N_2}{A_2} = \frac{8F}{2h^2} = \frac{8 \cdot 4,69 \cdot 1000}{2 \cdot 0,7^2} = 0,0383 \text{ МПа} < [\sigma]$$

