№23

Исходные данные:

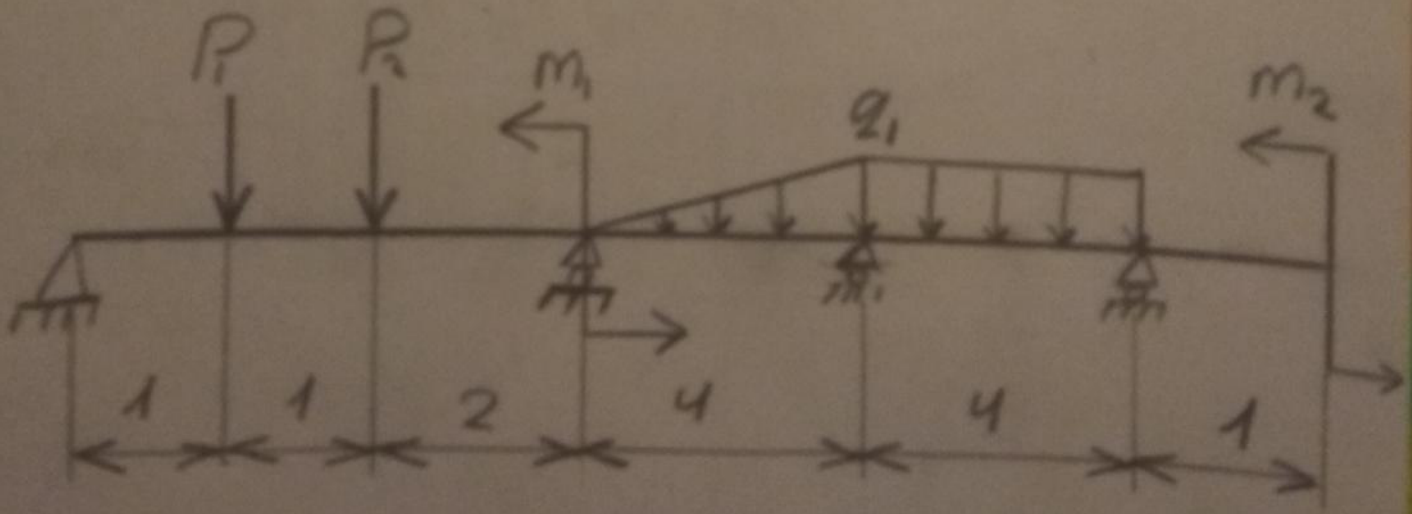
$q = 12 \frac{кН}{м}$

$P_1 = 20$ кН

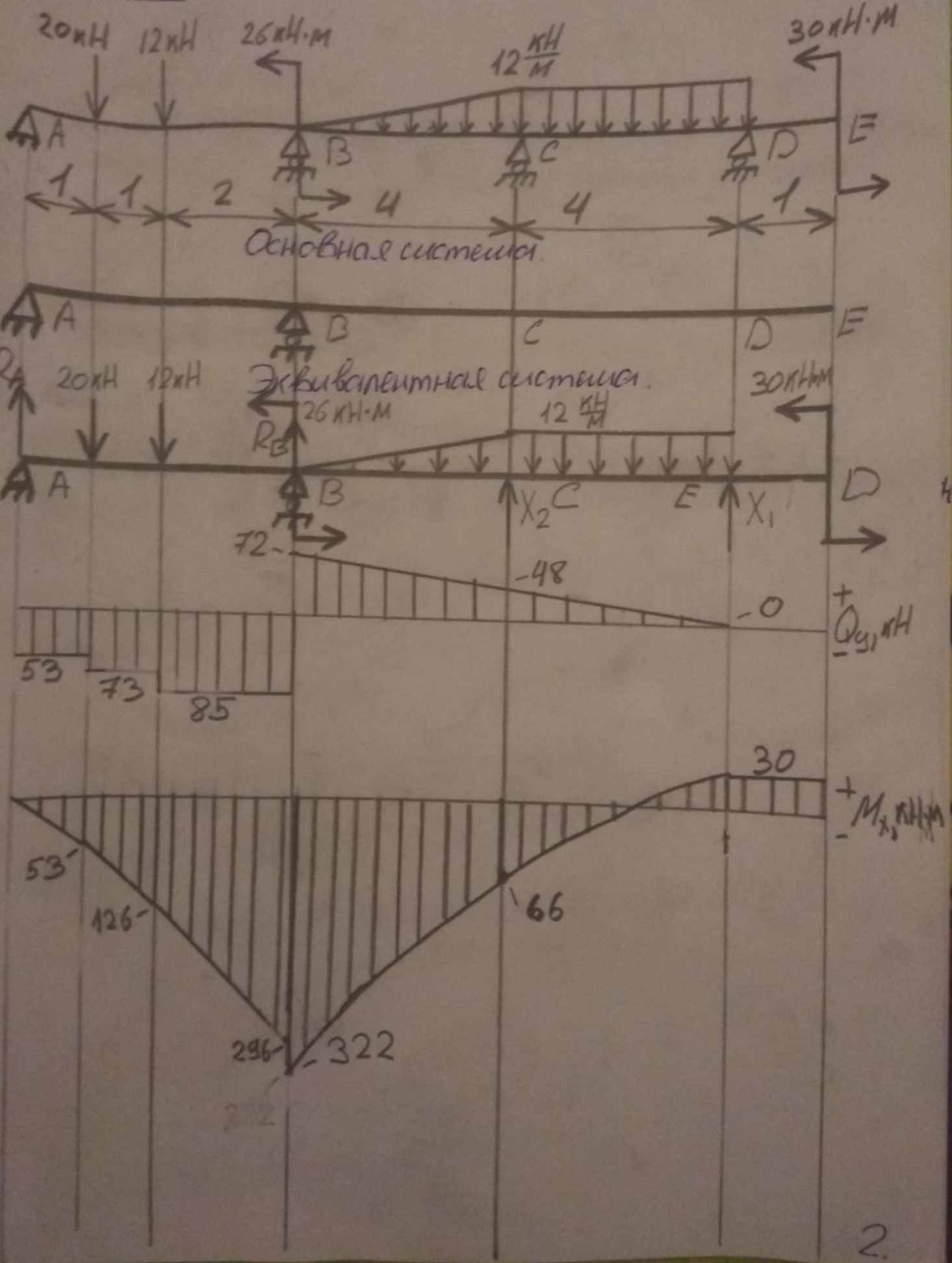
$P_2 = 12$ кН

$M_1 = 26$ кН·м

$M_2 = 30$ кН·м



Решение:


20кН
12кН
26кН·м
12 кН/м
30кН·м
A
B
C
D
E
1
1
2
4
4
1
Основная система.
A
B
C
D
E
RA
20кН
12кН
Эквивалентная система.
26кН·м
RB
12 кН/м
30кНм
A
B
X2
C
E
X1
D
72
48
0
Qy, кН
53
73
85
30
Mx, кНм
53
126
66
296
322

1). Определим степень статической неопределимости

$n = (2+1+1+1) - 3 = 2$

2.) Построим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов от заданной нагрузки в эквивалентной системе.

$\sum F_y = 0,\ R_A + R_B - 20 - 12 - \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 4 - 12 \cdot 4 = 0$

$\sum M_A = 0,\ -20 \cdot 1 - 12 \cdot 2 + 26 - 12 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(4 + \frac{2}{3} \cdot 4\right) + 12 \cdot 4 \cdot \left(8 + \frac{1}{2} \cdot 4\right) + 30 + R_B \cdot 4 = 0$

$R_B = \frac{20 \cdot 1 + 12 \cdot 2 - 26 + 12 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2}\left(4 + \frac{2}{3} \cdot 4\right) + 12 \cdot 4 \cdot \left(8 + \frac{1}{2} \cdot 4\right) - 30}{4} = 157\ кН$

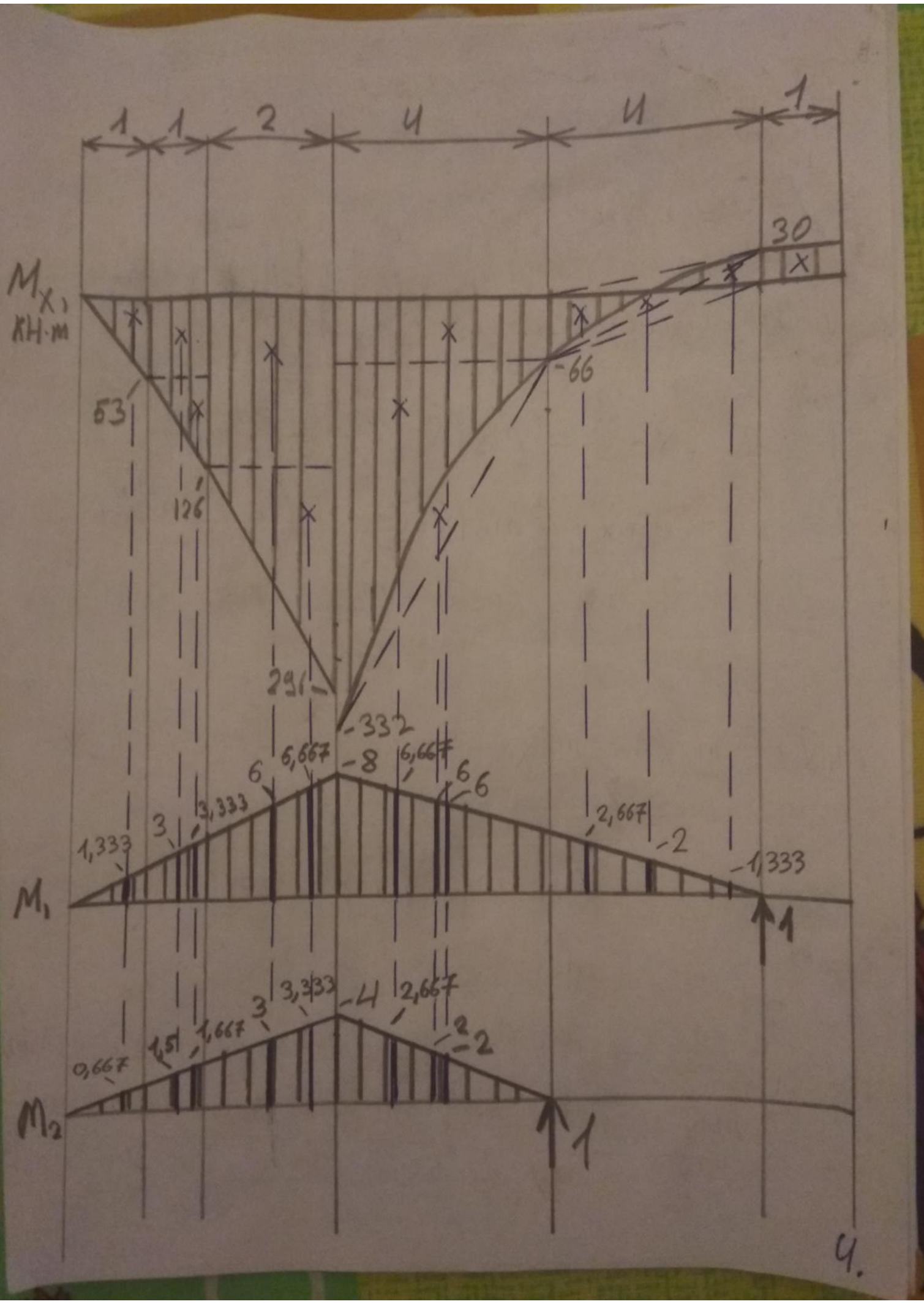
$R_A = 101 - 157 = -53\ кН$

$\boxed{R_A = -53\ кН;\ R_B = 157\ кН}$

Эпюры строим слева направо.

3.) Запишем каноническое уравнение метода сил для $n = 2$

$$\begin{cases} \delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \delta_{1P} = 0, \\ \delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \delta_{2P} = 0 \end{cases}$$


1
1
2
4
4
1
30
M_x, кН·м
53
126
291
-332
-66
6
6,667
-8
6,667
6
6
3
3,333
1,333
2,667
-2
-1,333
M_1
1
3
3,333
-4
2,667
1,5
1,667
0,667
-2
M_2
1
4.

4.) Определение коэффициентов при неизвестных в канонических уравнениях.

$$\delta_{11} = \bar{M}_1 \times \bar{M}_1 = \frac{1}{EJ_x}\cdot\left[\left(\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 4\right)\cdot\frac{2}{3}\cdot 8 + \left(\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 8\right)\cdot\frac{2}{3}\cdot 8\right] = \frac{256}{EJ_x}$$

$$\delta_{22} = \bar{M}_2 \times \bar{M}_2 = \frac{1}{EJ_x}\cdot\left[\left(\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4\right)\cdot\frac{2}{3}\cdot 4 + \left(\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4\right)\cdot\frac{2}{3}\cdot 4\right] = \frac{42,667}{EJ_x}$$

$$\delta_{12} = \bar{M}_1 \cdot \bar{M}_2 = \frac{1}{EJ_x}\cdot\left[\left(\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 4\right)\cdot\frac{2}{3}\cdot 4 + \left(\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4\right)\cdot\frac{2}{3}\cdot 4 + (4\cdot 4)\cdot\frac{1}{2}\cdot 4\right] =$$

$$= \frac{96}{EJ_x}$$

$$\delta_{21} = \delta_{12} = \frac{96}{EJ_x}$$

$$\delta_{1P} = \bar{M}_1 \times \bar{M}_P = \frac{1}{EJ_x}\cdot\Big[-\left(\frac{1}{2}\cdot 53\cdot 1\right)\cdot 1,333 - (53\cdot 1)\cdot 3 - \left(\frac{1}{2}\cdot 73\cdot 1\right)\cdot 3,333 -$$
$$- (126\cdot 2)\cdot 6 - \left(\frac{1}{2}\cdot 170\cdot 2\right)\cdot 6,667 - (66\cdot 4)\cdot 6 -$$
$$- \left(\frac{1}{2}\cdot 266\cdot 4\right)\cdot 6,667 + \left(\frac{2}{3}\cdot\frac{12\cdot 4^2}{8}\cdot 4\right)\cdot 6 -$$
$$- \left(\frac{1}{2}\cdot 66\cdot 4\right)\cdot 2,667 + \left(\frac{1}{2}\cdot 30\cdot 4\right)\cdot 1,333 +$$
$$+ \left(\frac{2}{3}\cdot\frac{12\cdot 4^2}{8}\cdot 4\right)\cdot 2\Big]$$

$$\delta_{1P} = -\frac{7852,277}{EJ_x}$$

$$\delta_{2P} = \bar{M}_2 \cdot \bar{M}_P = \frac{1}{EJ_x}\cdot\Big[-\left(\frac{1}{2}\cdot 53\cdot 1\right)\cdot 0,667 - (53\cdot 1)\cdot 1,5 - \left(\frac{1}{2}\cdot 73\cdot 1\right)\cdot 1,667 -$$
$$- (126\cdot 2)\cdot 3 - \left(\frac{1}{2}\cdot 170\cdot 2\right)\cdot 3,333 - (66\cdot 4)\cdot 2 -$$
$$- \left(\frac{1}{2}\cdot 266\cdot 4\right)\cdot 2,667 + \left(\frac{2}{3}\cdot\frac{12\cdot 4^2}{8}\cdot 4\right)\cdot 2\Big]$$

$$\delta_{2P} = -\frac{3294,475}{EJ_x}$$

$$\begin{cases} 256 \cdot X_1 + 96 \cdot X_2 - 7852{,}277 = 0, \\ 96 \cdot X_1 + 42{,}667 \cdot X_2 - 3294{,}475 = 0 \end{cases}$$

После решения системы уравнений имеем:

$X_1 = 10{,}712$ кН

$X_2 = 53{,}228$ кН

5.) Построим суммарную эпюру изгибающих моментов

$\sum F_y = 0;\ R_A + R_B - 20 - 12 + 53{,}228 + 10{,}712 - \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 4 - 12 \cdot 4 = 0$

$R_A + R_B = 40{,}06$ кН

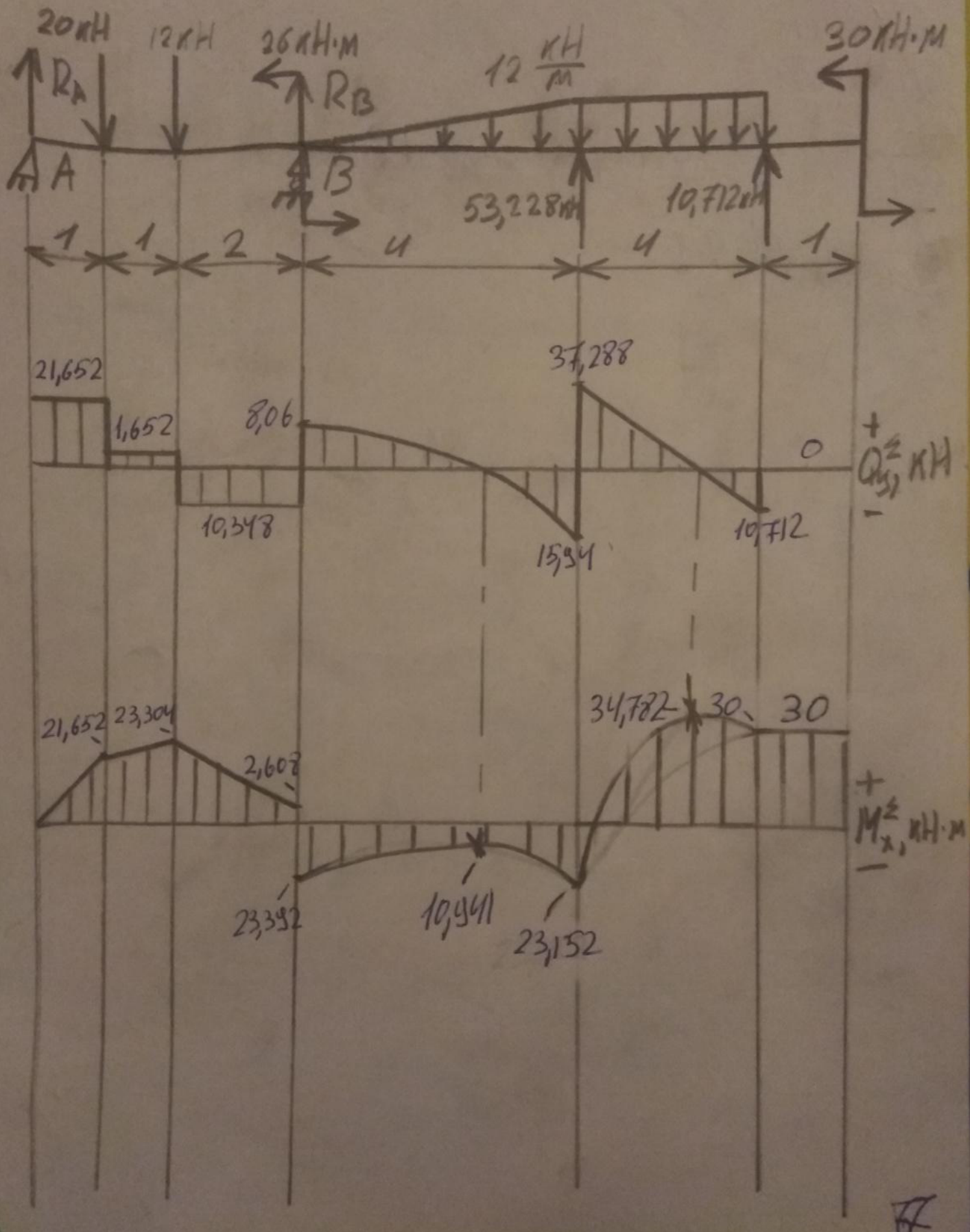
$\sum M_A = 0;\ R_B \cdot 4 - 20 \cdot 1 - 12 \cdot 2 + 26 + 53{,}228 \cdot 8 + 10{,}712 \cdot 12 -$

$- \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 4 \cdot \left(4 + \frac{2}{3} \cdot 4\right) - 12 \cdot 4 \left(8 + \frac{1}{2} \cdot 4\right) + 30 = 0$

$R_B = \frac{20 \cdot 1 + 12 \cdot 2 - 26 - 53{,}228 \cdot 8 - 10{,}712 \cdot 12 + \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 4 \cdot \left(4 + \frac{2}{3} \cdot 4\right) + 12 \cdot 4 \cdot \left(8 + \frac{1}{2} \cdot 4\right) - 30}{4} =$

$= 18{,}408$ кН

$R_A = 21{,}652$ кН; $R_B = 18{,}408$ кН


20кН
12кН
26кН·м
R_A
R_B
$12\ \frac{кН}{м}$
30кН·м
A
B
53,228кН
10,712кН
1
1
2
4
4
1
21,652
1,652
10,348
8,06
15,94
37,288
10,712
0
Q_y^z, кН
21,652
23,304
2,607
23,392
10,941
23,152
34,782
30
30
M_x^z, кН·м

№42

Исходные данные:

$m_0 = 20$ кН·м;

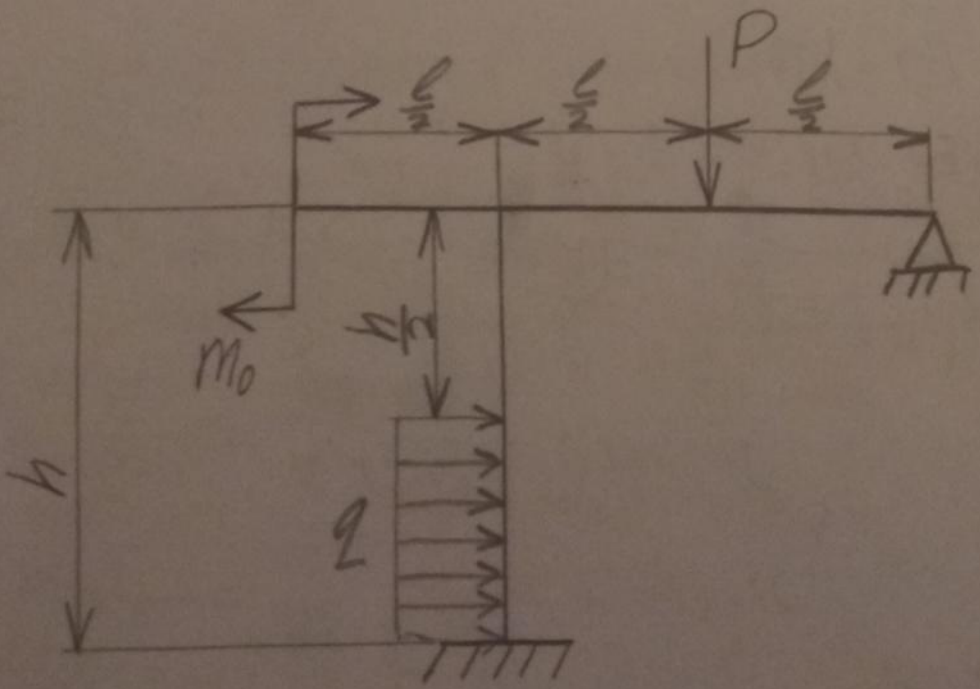
$P = 0$ кН;

$q = 8 \frac{кН}{м}$;

$\ell = 6$ м;

$h = 6$ м;

$EJ = const.$

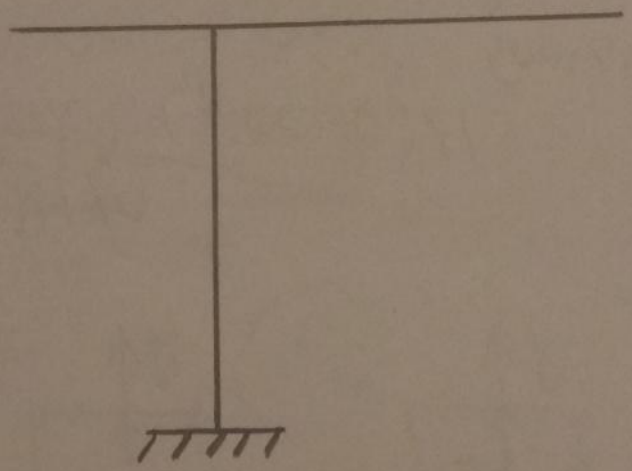


Решение:

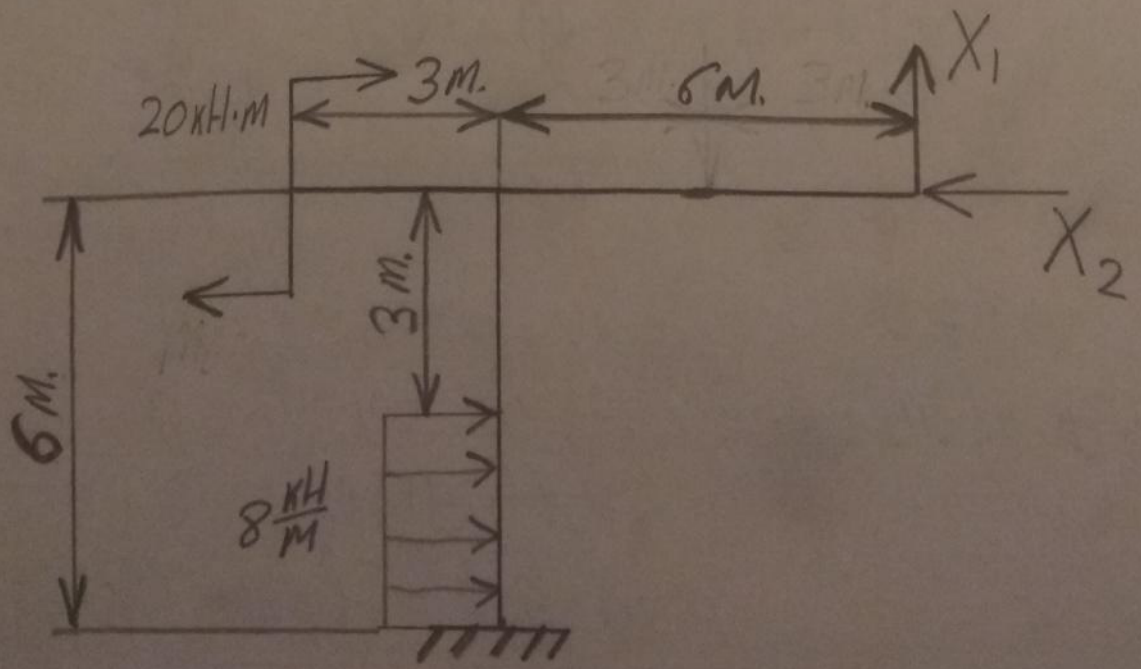
1.) Определим степень статической неопределимости.

$n = (3+2) - 3 = 2$

2) Выберем основную систему



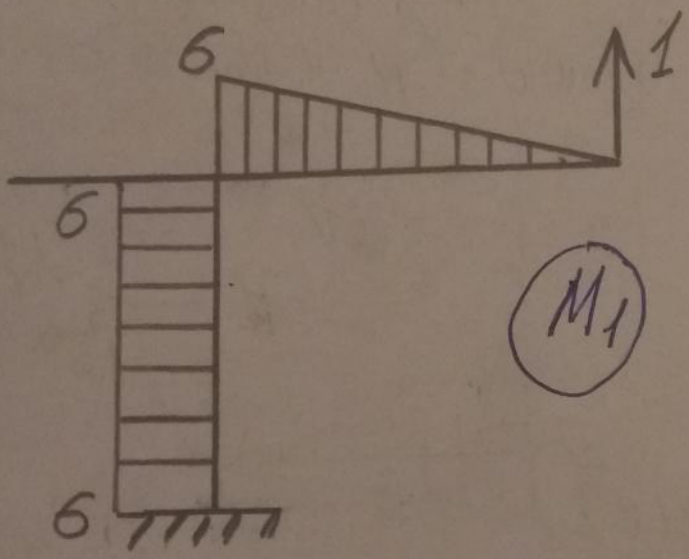
3). Эквивалентная система.

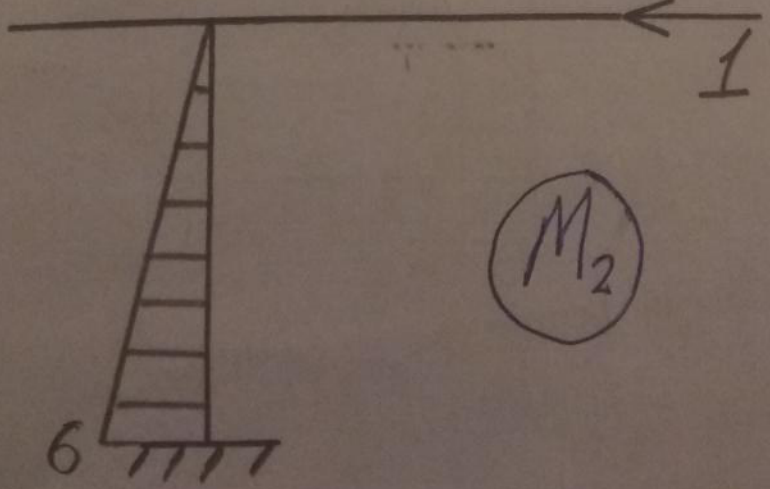


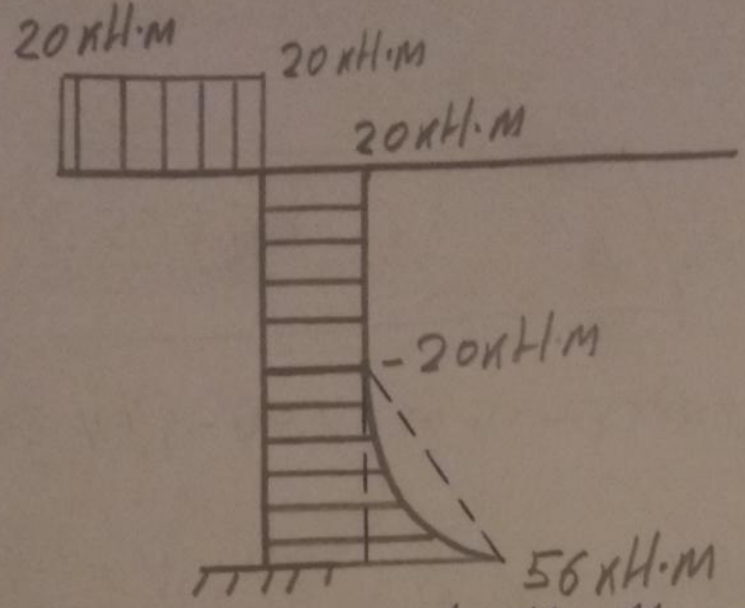
4). Запишем канонические уравнения метода сил для $n=2$.

$$\begin{cases} \delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \delta_{1P} = 0, \\ \delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \delta_{2P} = 0 \end{cases}$$

5). Определим коэффициенты при неизвестных в канонических уравнениях.







Перемножим эпюры M_1, M_2, M_3 по правилу Верещагина.

$$\delta_{11} = \bar{M}_1 \times \bar{M}_1 = \frac{1}{EJ} \cdot \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \right) \cdot \frac{2}{3} 6 + (6 \cdot 6) \cdot 6 \right] = \frac{288}{EJ}$$

$$\delta_{22} = \bar{M}_2 \times M_2 = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 6 = \frac{72}{EJ}$$

$$\delta_{12} = \bar{M}_1 \times \bar{M}_2 = \frac{1}{EJ} \cdot (6 \cdot 6) \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 = \frac{108}{EJ}$$

$$\delta_{21} = \delta_{12} = \frac{108}{EJ}$$

$$\delta_{1P} = \bar{M} \times \bar{M}_1 = \frac{1}{EJ} \cdot \left[(20 \cdot 3) \cdot 0 - (20 \cdot 6) \cdot 6 - \left(\left(\frac{1}{2} \cdot 36 \cdot 3 \right) \cdot 6 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{8 \cdot 3^2}{8} \cdot 3 \right) \cdot 6 \right] \right]$$

$$\delta_{1P} = -\frac{936}{EJ}$$

$$\delta_{2P} = \bar{M} \cdot \bar{M}_2 = \frac{1}{EJ} \cdot \left[(20 \cdot 3) \cdot 0 - (20 \cdot 3) \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 - (20 \cdot 3) \cdot \frac{9}{2} - \left(\left(\frac{1}{2} \cdot 36 \cdot 3 \right) \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 3 + 3 \right) - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{8 \cdot 3^2}{8} \cdot 3 \right) \cdot \left(\frac{3}{2} + 3 \right) \right) \right]$$

$$\delta_{2P} = -\frac{549}{EJ}$$

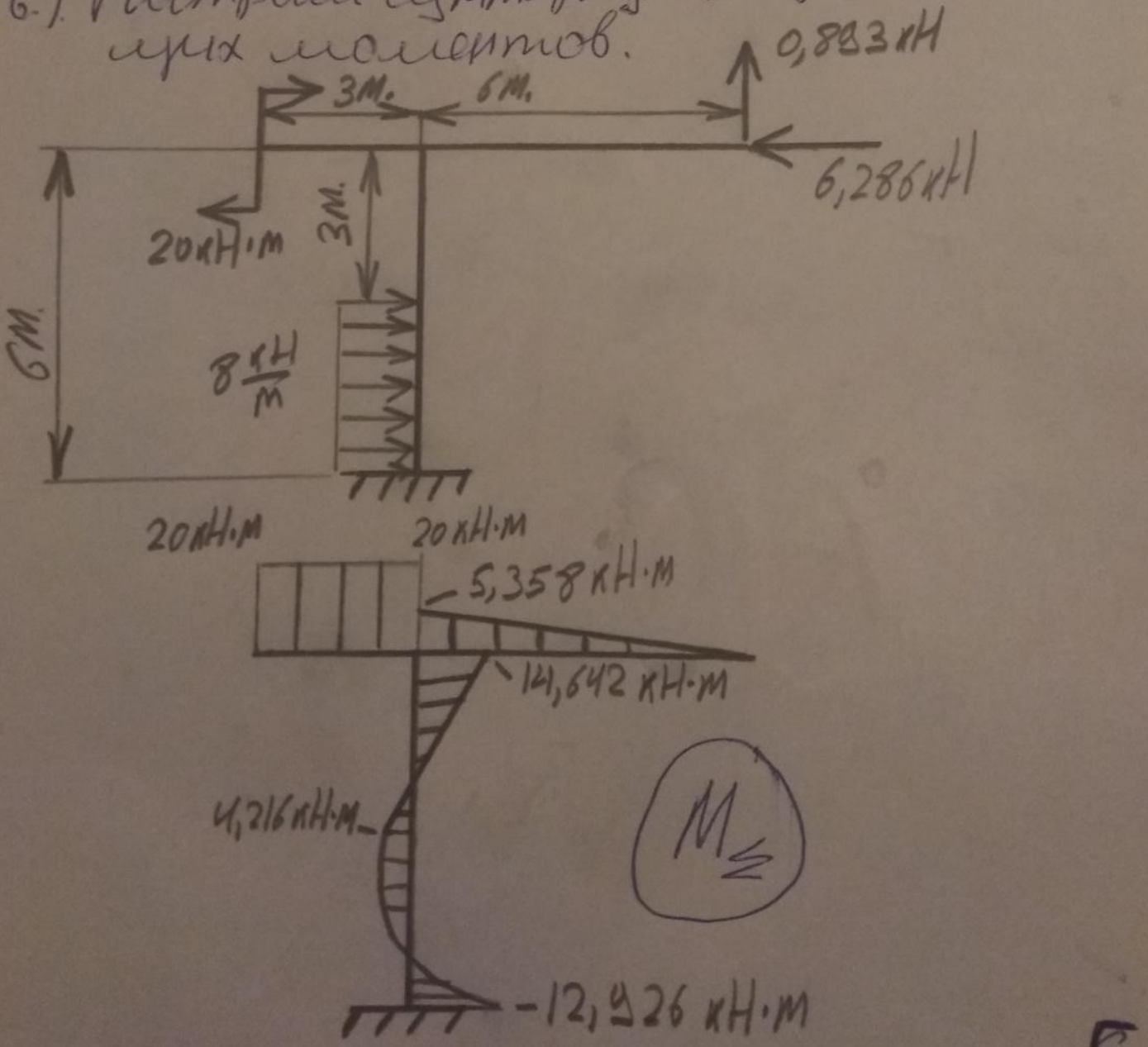
$$\begin{cases} 288 \cdot X_1 + 108 \cdot X_2 - 936 = 0, \\ 108 \cdot X_1 + 72 X_2 - 549 = 0 \end{cases}$$

После решения системы уравнений имеем:

$X_1 = 0,893$ кН

$X_2 = 6,286$ кН

6.) Построим суммарную эпюру изгибающих моментов.



Б