

## Домашняя работа №2

### Вариант 2

Дано:

$$R_1 = 6 \text{ Ом},$$

$$L_1 = 15.92 \text{ мГн},$$

$$C_1 = 1595 \text{ мкФ},$$

$$R_2 = 12 \text{ Ом},$$

$$L_2 = 22.29 \text{ мГн},$$

$$C_2 = 199 \text{ мкФ},$$

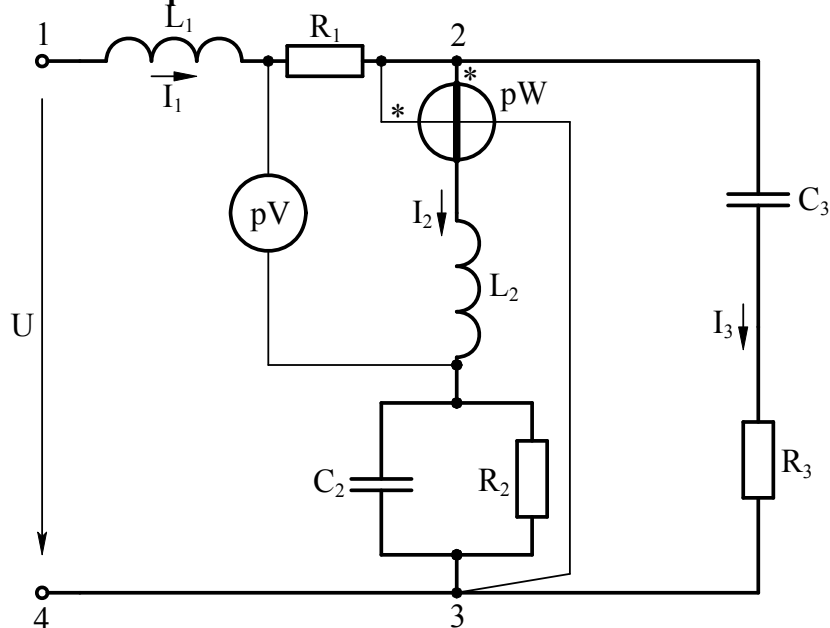
$$R_3 = 20 \text{ Ом},$$

$$L_3 = 31.85 \text{ мГн},$$

$$C_3 = 159.2 \text{ мкФ},$$

$$\underline{I}_1 = 20e^{-j90^\circ} \text{ А},$$

$$f = 50 \text{ Гц}.$$



### Решение

Сопротивления индуктивных и емкостных элементов:

$$X_{L1} = 2\pi f \cdot L_1 = 2 \cdot 3.14 \cdot 50 \cdot 15.92 = 5 \text{ Ом},$$

$$X_{L2} = 2\pi f \cdot L_2 = 2 \cdot 3.14 \cdot 50 \cdot 22.29 = 7 \text{ Ом},$$

$$X_{C2} = \frac{1}{2\pi f \cdot C_2} = \frac{1}{2 \cdot 3.14 \cdot 50 \cdot 199 \cdot 10^{-6}} = 16 \text{ Ом},$$

$$X_{C3} = \frac{1}{2\pi f \cdot C_3} = \frac{1}{2 \cdot 3.14 \cdot 50 \cdot 159.2 \cdot 10^{-6}} = 20 \text{ Ом}.$$

2.3. Полные комплексные сопротивления ветвей:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{L1} = 6 + j5 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_2 = jX_{L2} + \frac{R_2 \cdot (-jX_{C2})}{R_2 - jX_{C2}} = j7 + \frac{12 \cdot (-j16)}{12 - j16} = 7.68 + j1.24 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 - jX_{C3} = 20 - j20 \text{ Ом}.$$

2.4. Вычислим токи в ветвях и напряжения.

Напряжения на катушке  $L_1$  и сопротивлении  $R_1$ :

$$\underline{U}_{L1} = \underline{I}_1 \cdot jX_{L1} = 20e^{-j90^\circ} \cdot j5 = 100 \text{ В},$$

$$\underline{U}_{R1} = \underline{I}_1 \cdot R_1 = 20e^{-j90^\circ} \cdot 6 = 120e^{-j90^\circ} \text{ В}.$$

Определим токи во 2-й и 3-й ветвях:

$$\begin{cases} \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \underline{I}_1, \\ \underline{I}_2 \underline{Z}_2 = \underline{I}_3 \underline{Z}_3. \end{cases}$$

Откуда:

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} \underline{I}_1 = \frac{20 - j20}{7.68 + j1.24 + 20 - j20} \cdot 20e^{-j90^\circ} = 16.917e^{-j100.9^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} \underline{I}_1 = \frac{7.68 + j1.24}{7.68 + j1.24 + 20 - j20} \cdot 20e^{-j90^\circ} = 4.653e^{-j46.7^\circ} \text{ А}.$$

Напряжения на катушке  $L_2$  и параллельно соединенных сопротивлении  $R_2$  и конденсатора  $C_2$ :

$$\underline{U}_{L2} = \underline{I}_2 \cdot jX_{L2} = 16.917e^{-j100.9^\circ} \cdot j7 = 118.421e^{-j10.9^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{U}_{RC2} = \underline{I}_2 \cdot \frac{R_2 \cdot (-jX_{C2})}{R_2 - jX_{C2}} = 16.917e^{-j100.9^\circ} \cdot \frac{12 \cdot (-j16)}{12 - j16} = 162.406e^{-j137.7^\circ} \text{ В}.$$

Напряжения на сопротивлении  $R_3$  и конденсаторе  $C_3$ :

$$\underline{U}_{R3} = \underline{I}_3 \cdot R_3 = 4.653e^{-j46.7^\circ} \cdot 20 = 93.06e^{-j46.7^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{U}_{C3} = \underline{I}_3 \cdot (-jX_{C3}) = 4.653e^{-j46.7^\circ} \cdot (-j20) = 93.06e^{-j136.7^\circ} \text{ В}.$$

Входное напряжение:

$$\underline{U} = \underline{U}_{L1} + \underline{U}_{R1} + \underline{U}_{C3} + \underline{U}_{R3} = 100 + 120e^{-j90^\circ} + 93.06e^{-j136.7^\circ} + 93.06e^{-j46.7^\circ} = 269.279e^{-j69.1^\circ} \text{ В}.$$

2.5. Проведем предварительную проверку правильности расчетов.

По 1-му закону Кирхгофа:

$$\underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \underline{I}_1,$$

$$16.917e^{-j100.9^\circ} + 4.653e^{-j46.7^\circ} = 20e^{-j90^\circ},$$

$$20e^{-j90^\circ} = 20e^{-j90^\circ} - \text{1-й закон Кирхгофа выполняется.}$$

По 2-му закону Кирхгофа:

$$\underline{I}_1 \underline{Z}_1 + \underline{I}_2 \underline{Z}_2 = \underline{U},$$

$$20e^{-j90^\circ} \cdot (6 + j5) + 16.917e^{-j100.9^\circ} \cdot (7.68 + j1.24) = 269.279e^{-j69.1^\circ},$$

$$269.279e^{-j69.1^\circ} = 269.279e^{-j69.1^\circ} - \text{2-й закон Кирхгофа выполняется.}$$

2.6. Составим баланс мощностей в комплексной форме.

Полная мощность источника находится по формуле:

$$\underline{S}_H = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$$

где  $\underline{I}^*$  – комплекс, сопряженный с комплексом  $\underline{I}$ .

$$\underline{S}_H = \underline{U} \cdot \underline{I}_1^* = 269.279e^{-j69.1^\circ} \cdot 20e^{j90^\circ} = 5031.0 + j1921.9 \text{ ВА}.$$

Мощность, потребляемая в цепи:

$$\underline{S}_H = |\underline{I}_1|^2 \cdot \underline{Z}_1 + |\underline{I}_2|^2 \cdot \underline{Z}_2 + |\underline{I}_3|^2 \cdot \underline{Z}_3 =$$

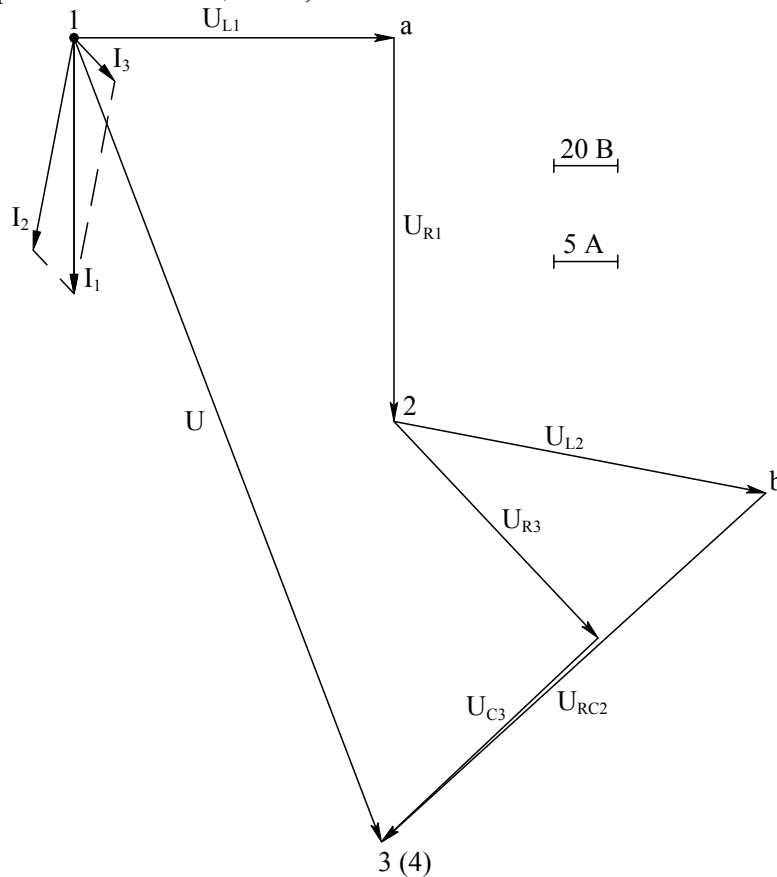
$$= 20^2 \cdot (6 + j5) + 16.917^2 \cdot (7.68 + j1.24) + 4.653^2 \cdot (20 - j20) = 5031.0 + j1921.9 \text{ ВА}.$$

Таким образом, видно, что баланс мощности в цепи соблюдается.

Коэффициент мощности:

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{5031.0}{\sqrt{5031.0^2 + 1921.9^2}} = 0.934.$$

2.8. Построим векторную диаграмму токов, совмещенную топографической диаграммой электрических потенциалов, на комплексной плоскости.



2.9. Мгновенные значения токов и напряжений:

$$i_1(t) = 20 \cdot \sqrt{2} \sin(314t - 90^\circ) A,$$

$$i_2(t) = 16.917 \cdot \sqrt{2} \sin(314t - 100.9^\circ) A,$$

$$i_3(t) = 4.653 \cdot \sqrt{2} \sin(314t - 46.7^\circ) A,$$

$$u(t) = 269.279 \cdot \sqrt{2} \sin(314t - 69.1^\circ) A,$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{U}_{C3} + \underline{U}_{R3} = 93.06e^{-j136.7^\circ} + 93.06e^{-j46.7^\circ} = 131.607e^{-j91.7^\circ} B,$$

$$u_{23}(t) = 131.607 \cdot \sqrt{2} \sin(314t - 91.7^\circ) A.$$

2.10. Определим показание вольтметра

а) расчетным путем

$$U_V = |\underline{U}_{R1} + \underline{U}_{L2}| = |120e^{-j90^\circ} + 118.421e^{-j10.9^\circ}| = 183.806 B.$$

б) по топографической диаграмме

Для этого измеряем расстояние между точками **a** и **b** на топографической диаграмме:

$$l_{ab} = 9.19 \text{ см.}$$

Тогда показание вольтметра равно:

$$U_V = l_{ab} \cdot m_V = 9.19 \cdot 20 = 183.8 B.$$

Небольшое отличие результатов обусловлено погрешностью измерения длины участка **ab**.

2.11. Определим показания ваттметра:

$$W = U_{23} \cdot I_2 \cos(\varphi_U - \varphi_{I_2}) = 131.607 \cdot 16.917 \cdot \cos(-91.7^\circ - (-100.9^\circ)) = 2198.0 \text{ Вт.}$$