

① Дано:

$$D = 600 \text{ мм} = 0,6 \text{ м}$$

$$m = 50 \text{ кг}$$

$$K = 850 \text{ кДж} = 8,5 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$t = 20 \text{ с}$$

$\epsilon = ?$

Пусть  $\epsilon$  - необходимое угловое ускорение барабана,

Тогда угловая скорость вращения через момент времени  $t$  равна:

$$\omega = \epsilon t \quad (1)$$

Кинетическая энергия вращения ~~находится~~ находится по формуле:

$$K = \frac{I\omega^2}{2} \quad (2), \text{ где } I \rightarrow \text{момент инерции барабана.}$$

Момент инерции полного цилиндра находится по формуле

$$I = mr^2 = \frac{mD^2}{4} \quad (3)$$

подставив формулы (1) и (3) в выражение (2), имеем:

$$K = \frac{1}{2} \cdot \frac{mD^2}{4} \cdot (\epsilon t)^2 = \frac{1}{8} mD^2 \epsilon^2 t^2; \text{ откуда находим } \epsilon:$$

$$\epsilon^2 = \frac{8K}{mD^2 t^2}; \Rightarrow \boxed{\epsilon = \frac{2}{Dt} \sqrt{\frac{K}{m}}} \rightarrow \text{угловое ускорение}$$

Подставив данные, получим:

$$\epsilon = \frac{2}{0,6 \text{ м} \cdot 20 \text{ с}} \cdot \sqrt{\frac{8,5 \cdot 10^5 \text{ Дж}}{50 \text{ кг}}} \approx 21,7 \text{ с}^{-2}$$

Ответ:  $21,7 \text{ с}^{-2}$ ;

② Дано:

$$\rho_1 = 1,295 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$c_1 = 331 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\rho_2 = 1060 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$c_2 = 1540 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

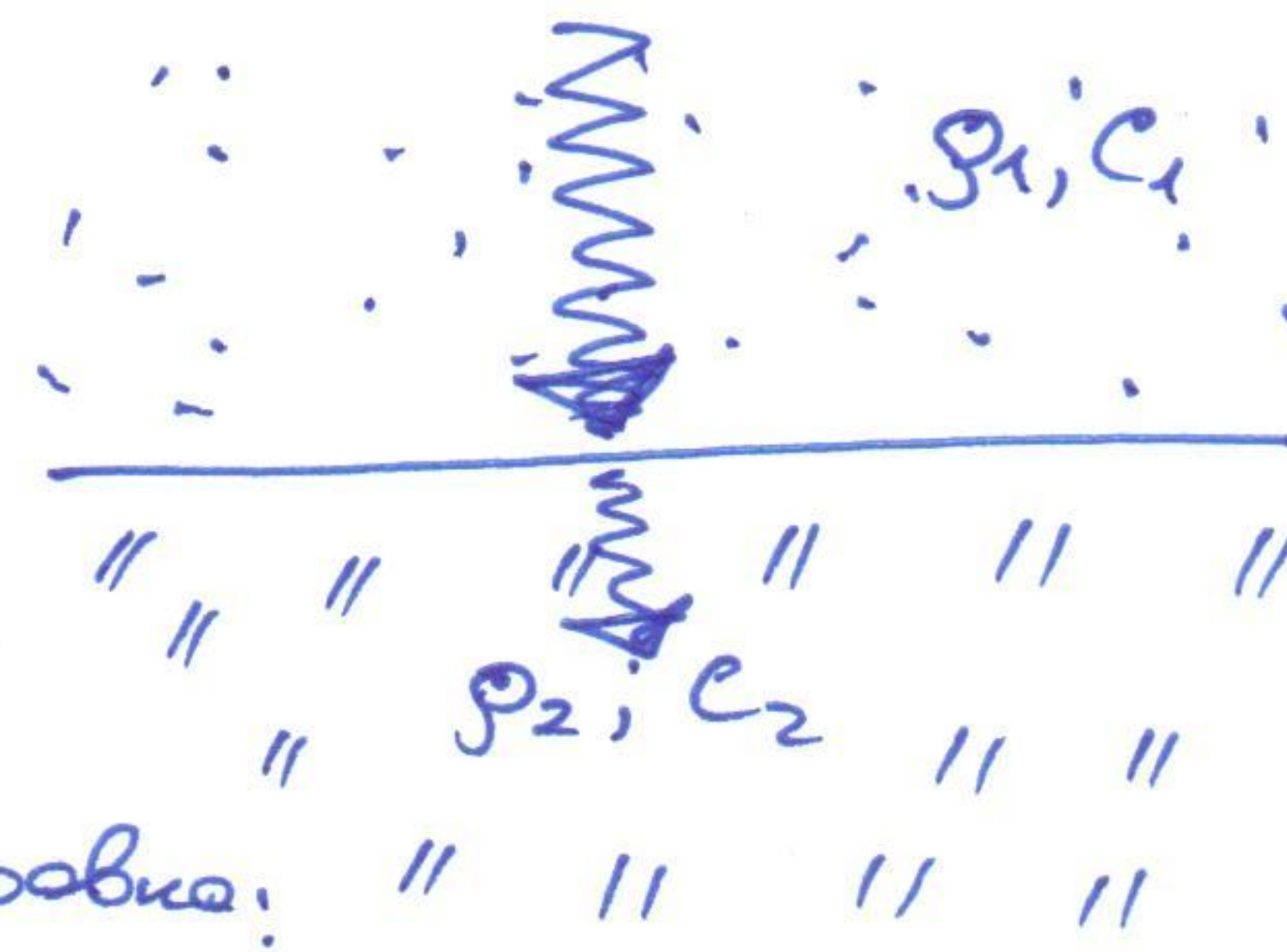
$\Gamma = ?$

Коэффициент отражения звука на границе двух сред  $\rho_1; c_1$  и  $\rho_2; c_2$  может быть найден из выражения:

$$R = \frac{\rho_2 c_2 - \rho_1 c_1}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1} \quad (1)$$

Тогда, пренебрегая поглощением звука,

доля прошедшей интенсивности равна: " " " "



$$\Gamma = 1 - R = 1 - \frac{\rho_2 c_2 - \rho_1 c_1}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1} = \frac{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1 - \rho_2 c_2 + \rho_1 c_1}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1} = \frac{2\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1}$$

подставив данные из условия, мы имеем:



$$\pi = \frac{2 \cdot 1,295 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 331 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{1060 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 1540 \frac{\text{м}}{\text{с}} + 1,295 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 331 \frac{\text{м}}{\text{с}}} \approx 5,25 \cdot 10^{-4} = 0,0525\%$$

→ доля прошедшей интенсивности звука.

Ответ:  $5,25 \cdot 10^{-4}$ .

③ Дано:

$$h_0 = 85 \text{ см} = 0,85 \text{ м}$$

$$D = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}$$

$$d = 15 \text{ мм} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

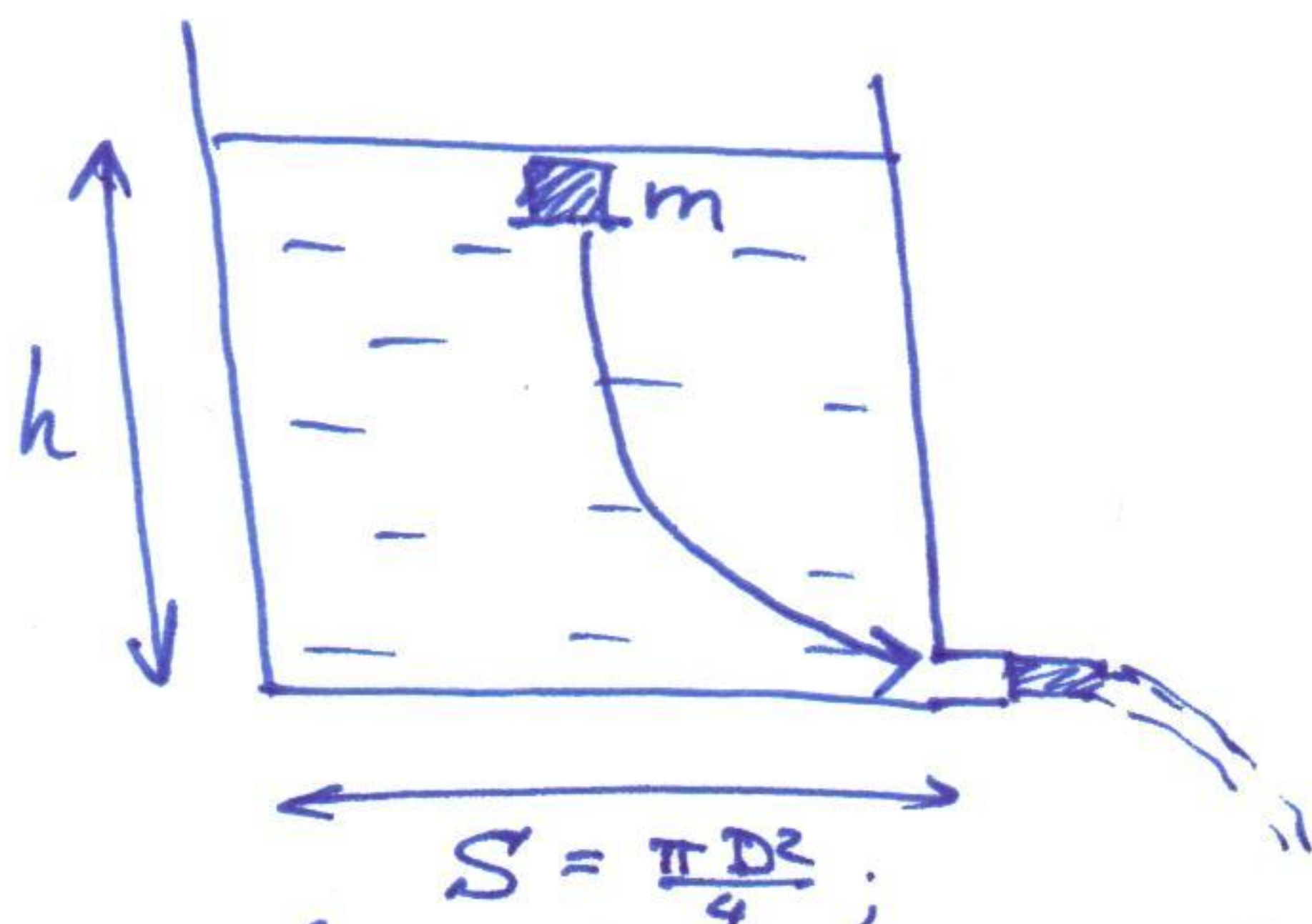
Будем считать, что уровень жидкости медленно падает, т.к.  $D \gg d$ .

Найдем начальную скорость вытекающей воды!

Воспользуемся законом сохранения энергии для выделенного объема массы  $m$ :

$$mgh_0 = \frac{1}{2} m v_0^2 \quad (1)$$

$$\Rightarrow 2gh_0 = v_0^2 \quad (2)$$



отсюда скорость выделенного объема воды при вытекании из отверстия равна:

$$v_0 = \sqrt{2gh_0}$$

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0,85 \text{ м}} \approx 4,1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Найдем теперь временную зависимость  $v(t)$ .

Составим дифференциальное уравнение, описывающее закон сохранения объема (т.е. уравнение непрерывности):

$$S \frac{dh}{dt} = -s v(t); \quad \text{где } S = \frac{\pi D^2}{4} \rightarrow \text{площадь сечения дна}$$

$$s = \frac{\pi d^2}{4} \rightarrow \text{площадь сечения выходного отверстия}$$

$$\frac{\pi D^2}{4} \frac{dh}{dt} = -\frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2gh(t)}$$

$$D^2 \frac{dh}{dt} = -d^2 \sqrt{2gh} \Rightarrow \int \frac{dh}{\sqrt{h}} = -\frac{d^2}{D^2} \sqrt{2g} \int dt$$

$$2\sqrt{h} - 2\sqrt{h_0} = -\frac{d^2}{D^2} \sqrt{2g} t, \quad \text{т.к. } h = h_0 \text{ при } t = 0;$$

$$\Rightarrow \sqrt{h} = \sqrt{h_0} - \frac{d^2 \sqrt{2g}}{2D^2} t; \quad \text{тогда зависимость скорости вытекания от времени:}$$

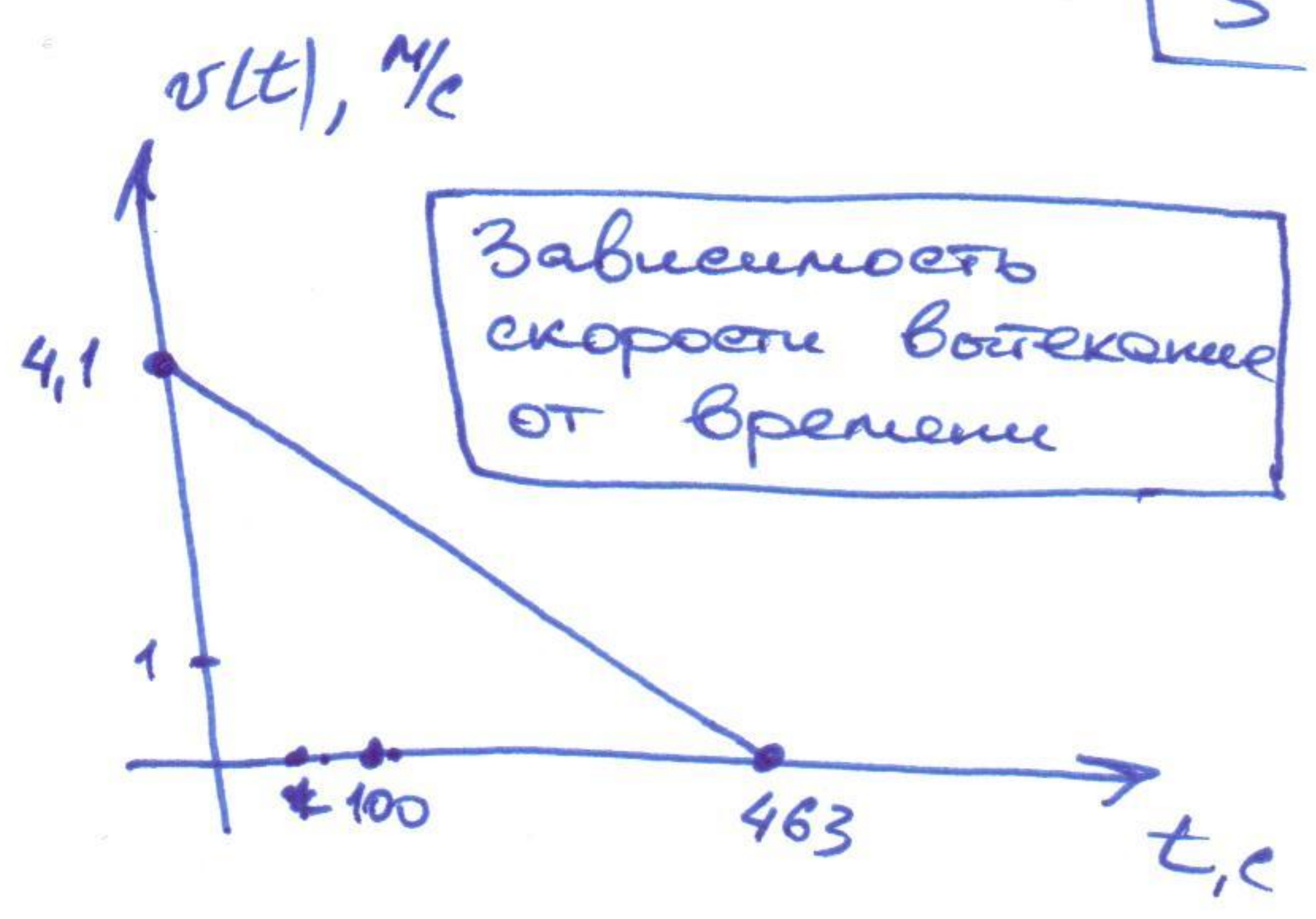
$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gh_0} - \frac{gd^2}{D^2} t = v_0 - \frac{d^2}{D^2} g t$$



$$v(t) = v_0 - \frac{d^2}{D^2} g t$$

$$v(t) = 4.1 \frac{m}{c} - \left( \frac{1.5 \cdot 10^{-2} m}{0.5 m} \right)^2 \cdot 9.8 \frac{m}{c^2} \cdot t =$$

$$= 4.1 \frac{m}{c} - 8.8 \cdot 10^{-3} t$$



Ответ: начальная скорость вытекания составляет  $4.1 \frac{m}{c}$  ;

④ Дано:  
 $d = 500 \mu m = 5 \cdot 10^{-4} m$   
 $F = 150 \mu H = 0.15 H$   
 $E = 4.35 \text{ ГПа} = 4.35 \cdot 10^9 \text{ Па}$

Объемная плотность энергии упругой деформации:

$$W = \frac{1}{2} E \epsilon^2 ; \quad (1); \quad \text{где } \epsilon \rightarrow \text{относительная деформация.}$$

Найдем  $\epsilon$  из закона Гука:

$$F = E S \epsilon, \quad \text{где } S = \frac{\pi d^2}{4} \rightarrow \text{площадь сечения;}$$

тогда:

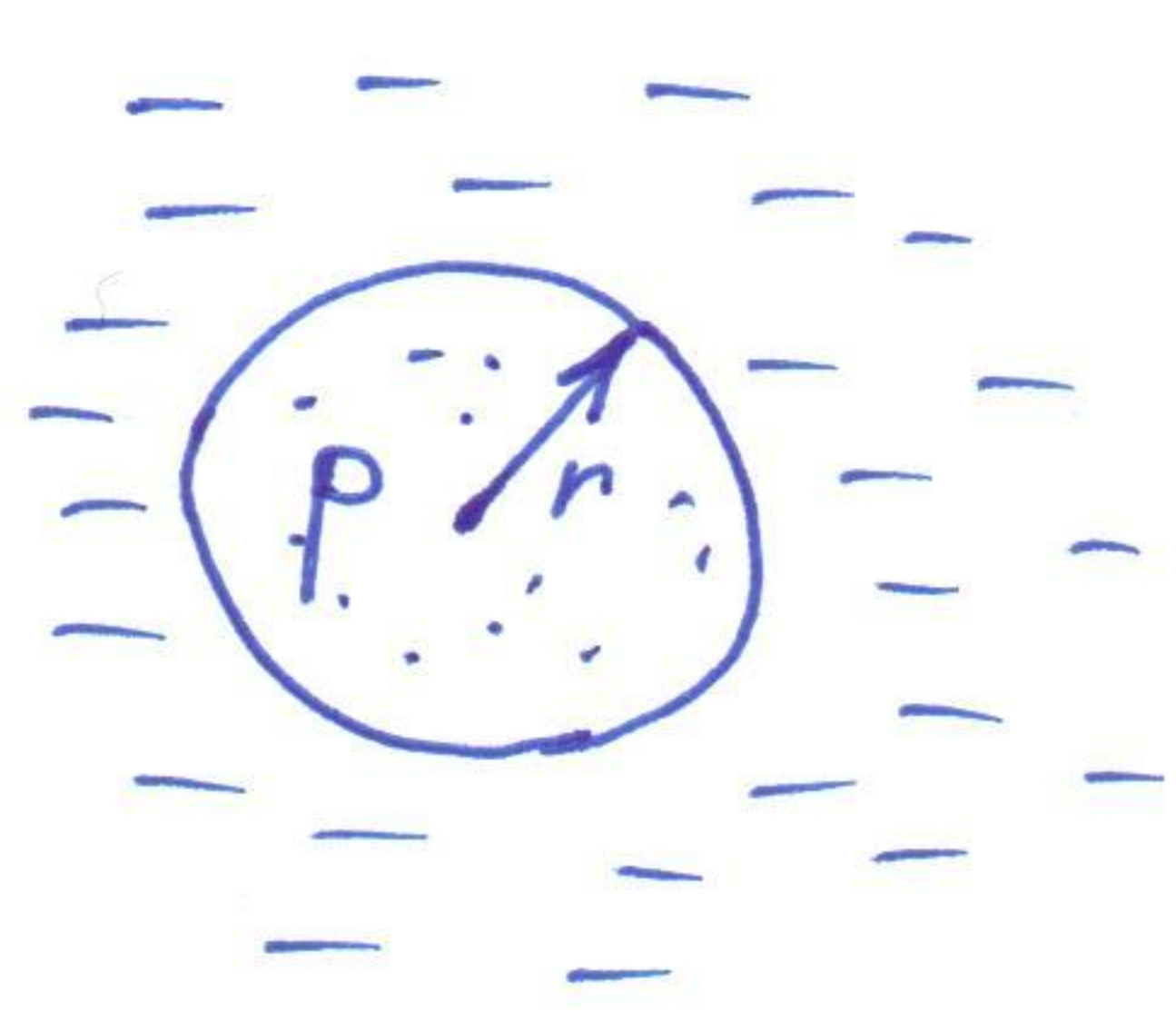
$$\epsilon = \frac{F}{E S} = \frac{4 F}{E \pi d^2}; \quad \text{подставим в (1):}$$

$$W = \frac{1}{2} E \cdot \left( \frac{4 F}{\pi d^2 E} \right)^2 = \frac{8 F^2}{\pi d^4 E}; \quad \text{подставим данные, имеем!}$$

$$W = \frac{8 \cdot 0.15^2}{3.14 \cdot (5 \cdot 10^{-4})^4 \cdot 4.35 \cdot 10^9} \approx 210 \frac{Дж}{м^3} = 210 \text{ Па}$$

Ответ:  $210 \frac{Дж}{м^3}$ .

⑤ Дано:  
 $d = 0.2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}$   
 $d = 58 \frac{мН}{м} = 5.8 \cdot 10^{-2} \frac{Н}{м}$



Давление воздуха внутри пузырька должно уравновешивать давление крови и давление Лапласа (т.е. давление стенок пузырька):

$$p = p_k + p_l ;$$

Давление Лапласа:

$$p_l = \frac{2\alpha}{r}; \quad \text{где } \alpha - \text{коэффициент поверхностного натяжения;}$$

$r \rightarrow$  радиус кривизны поверхности

(в нашем случае радиус пузырька, т.е.

$$r = \frac{d}{2}) . \quad \text{тогда имеем:}$$

$p_k = 10 \text{ мм рт. ст.} \approx 1333 \text{ Па}$

$p - ?$



$$p = p_k + \frac{2\sigma d}{r} = p_k + \frac{4d}{d}$$

$$p = 1333 \text{ Па} + \frac{4 \cdot 5,8 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Н}}{\text{м}}}{2 \cdot 10^{-4} \text{ м}} = 2493 \text{ Па} \approx 2,5 \text{ кПа}$$

Ответ: 2,5 кПа.

⑥ Дано:

$$Q = 650 \text{ кДж} = 6,5 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$T = 70^\circ \text{C}$$

$$\eta = 80\% = 0,8$$

$$c = 3,35 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} = 3,35 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

$$T_0 = 37^\circ \text{C}$$

$m = ?$

подставляем данные, имеем:

$$m = \frac{6,5 \cdot 10^5 \text{ Дж}}{3,35 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot (70^\circ - 37^\circ)} \approx 5,9 \text{ кг}$$

Ответ: 5,9 кг

Запишем уравнение теплового баланса:

$$Q = \eta Q_{\text{отданное}} = \eta c m \Delta T$$

где  $\Delta T = T - T_0 \rightarrow$  разность между температурой торора и температурой тела корова,

$\eta = 0,8 \rightarrow$  эффективность теплообмена.

Тогда масса торора:

$$m = \frac{Q}{\eta c \Delta T} = \frac{Q}{\eta c (T - T_0)}$$

⑦ Дано:

$$E = 190 \frac{\text{В}}{\text{см}} = 1,9 \cdot 10^4 \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

$$l = 20 \text{ м}$$

$$\rho = 35 \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

$U = ?$

$j = ?$

Необходимое напряжение найдем, как напряженность умножить на расстояние (т.к. считаем поле однородным):

$$U = E l = 1,9 \cdot 10^4 \frac{\text{В}}{\text{м}} \cdot 20 \text{ м} = 3,8 \cdot 10^5 \text{ В}$$

Определим плотность тока из обобщенного закона Ома:

$$j = \frac{1}{\rho} E = \frac{1,9 \cdot 10^4 \frac{\text{В}}{\text{м}}}{35 \cdot \text{Ом} \cdot \text{м}} = 543 \frac{\text{А}}{\text{м}^2}$$



8) Дано:

$$n_{in} = 12 \frac{\text{моль}}{\text{л}} = 12 \frac{\text{моль}}{\text{м}^3}$$

$$U = 75 \text{ мВ} = 7,5 \cdot 10^{-2} \text{ В}$$

$$T = 37^\circ \text{C} = 310 \text{ К}$$

Воспользуемся формулой Нернста для определения величины мембранного потенциала:

$$U = \frac{RT}{zF} \ln \frac{n_{out}}{n_{in}} ; \quad \text{где } R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

→ газовая постоянная

$$F = 9,6485 \cdot 10^4 \frac{\text{Кл}}{\text{моль}} \rightarrow \text{постоянная Фарадея};$$

$n_{out} - ?$

тогда концентрации ионов снаружи равны:  $n_{out}$ !

$$\ln \frac{n_{out}}{n_{in}} = \frac{U z F}{RT} ;$$

$$n_{out} = n_{in} \exp \left[ \frac{U z F}{RT} \right]$$

$$n_{out} = 12 \frac{\text{моль}}{\text{м}^3} \cdot \exp \left[ \frac{7,5 \cdot 10^{-2} \cdot 12 \cdot 9,6485 \cdot 10^4}{8,31 \cdot 310} \right] \approx 200 \frac{\text{моль}}{\text{м}^3} = 200 \frac{\text{мМ}}{\text{л}}$$

Ответ:  $200 \frac{\text{мМ}}{\text{л}}$  ;

9) Дано:

$$C = 20 \text{ нФ} = 2 \cdot 10^{-11} \text{ Ф}$$

$$L = 1,5 \text{ мкГн} = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ Гн}$$

$$R = 15 \text{ Ом}$$

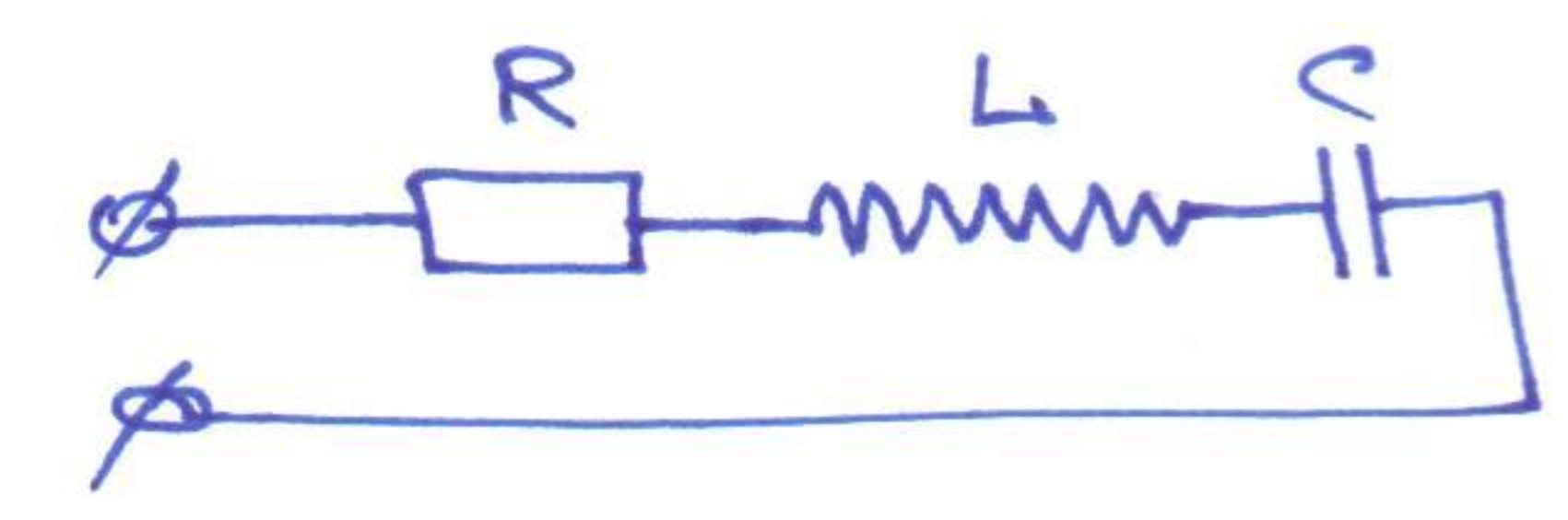
$$\nu = 30 \text{ МГц} = 3 \cdot 10^7 \text{ Гц}$$

1) Найдем реактивные сопротивления элементов:

$$X_L = \omega L = 2\pi \nu L =$$

$$= 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 10^7 \cdot 1,5 \cdot 10^{-6} \approx$$

$$\approx 283 \text{ Ом}$$



$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \nu C} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 10^7 \cdot 2 \cdot 10^{-11}} \approx 265 \text{ Ом}$$

2) Найдем полное сопротивление цепи:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} ;$$

$$Z = \sqrt{15^2 + (283 - 265)^2} \approx 23,4 \text{ Ом}$$

Ответ:  $23,4 \text{ Ом}$



10) Дано:

$D = 60 \text{ gh}$   
 $n_{\text{por}} = 1.38$   
 $n_{\text{воз}} = 1.33$

$D' - ?$

Оптическая сила обратно пропорциональна фокусному расстоянию линзы:  $(f)$ :

$D = \frac{1}{f}$

~~оптическая сила пропорциональна~~

тогда:

~~$D = \frac{n}{f}$~~

~~$D = \frac{n_{\text{por}} / n_{\text{воз}}}{f}$~~   $\Rightarrow D' = \frac{D}{n_{\text{воз}}}$

формула тонкой линзы:

$\frac{1}{f} = \frac{n - n_0}{n} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$

$n \rightarrow$  коэффициент преломл. материала линзы;

$n_0 \rightarrow$  коэффициент преломл. среды;

тогда:

$\frac{1}{f} = \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$

$\frac{1}{f'} = \frac{n_{\text{por}} - n_{\text{воз}}}{n_{\text{воз}}} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$

отсюда:

$D' = \frac{1}{f'} = \frac{n_{\text{воз}}}{n_{\text{por}} - n_{\text{воз}}} \left( \frac{n_{\text{por}}}{n_{\text{воз}}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{f} = \left( \frac{n_{\text{por}}}{n_{\text{воз}}} - 1 \right) \cdot D$

$D' = \left( \frac{n_{\text{por}}}{n_{\text{воз}}} - 1 \right) \cdot D$

подставляем значение:

$D' = \left( \frac{1.38}{1.33} - 1 \right) \cdot 60 \text{ gh} \approx 2.25 \text{ gh}$

Ответ: 2,25 gh

11) Дано:

$\theta_c = 48.2^\circ \approx 0.841 \text{ рад}$

$\theta_{\text{бр}} - ?$

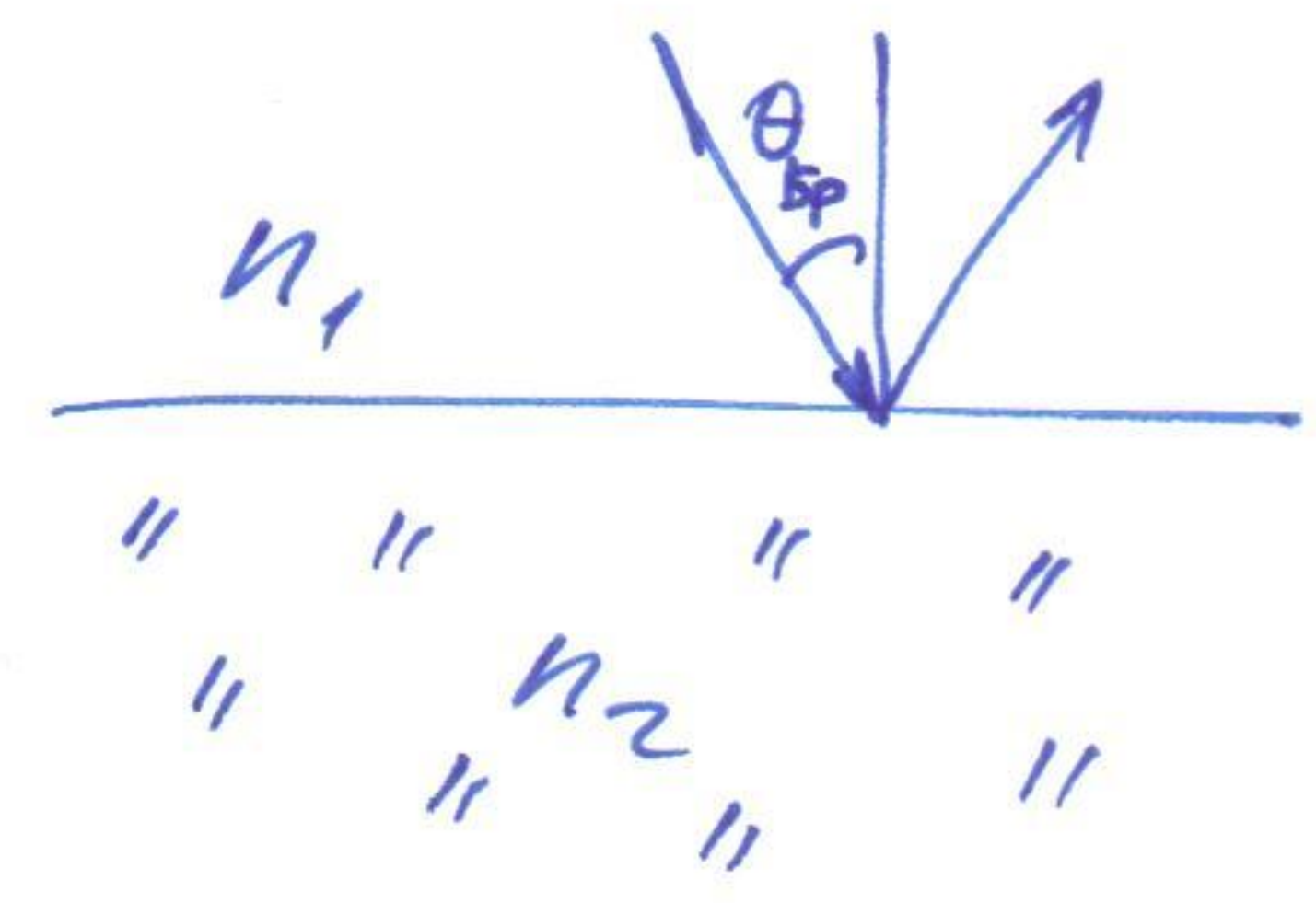
Угол полного внутреннего отражения:

$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1}$

Угол Брюстера -

(угол падения при максимальной поляризации луча):

$\text{tg } \theta_{\text{бр}} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \text{tg } \theta_{\text{бр}} = \sin \theta_c$



$\theta_{\text{бр}} = \text{arctg}(\sin \theta_c) = \text{arctg}(\sin 0.841) = \text{arctg} 0.7453 \approx 0.64 \text{ рад}$   
 $\approx 36.7^\circ$

Ответ: 36,7°



12) Дано:  
 $\lambda = 296,7 \text{ нм}$   
 $= 2,967 \cdot 10^{-7} \text{ м}$   
 $\nu - ?$   
 $E - ?$

1) Частота света связана с длиной волны соотношением:  
 $\nu = \frac{c}{\lambda}$ , где  $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$  → скорость света в вакууме  
 $\nu = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{2,967 \cdot 10^{-7} \text{ м}} \approx 1,011 \cdot 10^{15} \text{ Гц}$

2) Энергия фотона полностью определяется его частотой:  
 ~~$E = h\nu$~~   $E = h\nu$ , где  $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$   
 → постоянная Планка;

$$E = 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 1,011 \cdot 10^{15} = 6,6997 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \approx 6,7 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \approx 4,19 \text{ эВ}$$

Ответ:  $\approx 1 \cdot 10^{15} \text{ Гц}$ ;  $4,2 \text{ эВ}$ .

13) Дано:  
 $A = 7,8 \frac{\text{мКи}}{\text{г}} = 7,8 \frac{\text{Ки}}{\text{кг}}$   
 $t_1 = 5 \text{ часов}$   
 $A_1 = 5 \frac{\text{мКи}}{\text{г}}$   
 $T - ?$

Удельная активность радиоактивного элемента, согласно закону радиоактивного распада, зависит от времени следующим образом!

$$A(t) = A_0 \cdot 2^{-t/T}$$
, где  $T$  → период полураспада  
 $A_1 = A_0 \cdot 2^{-t_1/T}$ ;

$$\Rightarrow \frac{A_1}{A_0} = 2^{-t_1/T}; \Rightarrow \frac{A_0}{A_1} = 2^{t_1/T} \Rightarrow \ln \frac{A_0}{A_1} = \frac{1}{\ln 2} \frac{t_1}{T};$$

$$\Rightarrow T = t_1 \cdot \frac{\ln \frac{A_0}{A_1}}{\ln 2} \rightarrow \text{период полураспада}$$

подставив данные, имеем:

$$T = 5 \text{ часов} \cdot \frac{\ln \frac{7,8}{5}}{\ln 2} \approx 3,2 \text{ часа}$$

Ответ:  $3,2 \text{ часа}$ .