**1. Минимизировать с помощью карт Карно двоичную функцию от 4-х переменных, заданную своими значениями на наборах**

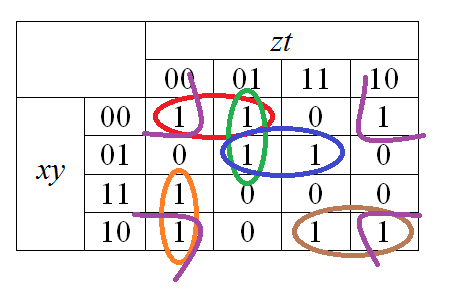
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|  | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

Решение.

Составим таблицу истинности:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

Функция принимает значение 1 при следующих наборах ****: (0,0,0,0), (0,0,0,1), (0,0,1,0), (0,1,0,1), (0,1,1,1), (1,0,0,0), (1,0,1,0), (1,0,1,1), (1,1,0,0). Карта Карно имеет вид:



Красному слиянию единиц соответствует ; зеленому – ; синему – ; фиолетовому – ; оранжевому – ; коричневому – . Следовательно, минимальная дизъюнктивная нормальная форма (МДНФ) имеем вид:

.

**2. Построить полином Жегалкина от функции .**

Решение.

Имеем таблицу истинности:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |

Функция принимает значение 1 при следующих наборах ****: (0,0,0), (0,0,1), (0,1,0), (1,0,0), (1,0,1), (1,1,0), (1,1,1). Составляем ее СДНФ: . Каждый знак дизъюнкции заменяем знаком суммы Жегалкина: . Каждое отрицание заменяем таким образом: . Будем иметь следующее выражение:  Раскрывая скобки и учитывая, что , имеем:

.

Искомый полином Жегалкина имеет вид: .

**3. Доказать равенство множеств.**



Решение.

Возьмем произвольный элемент левого множества и покажем, что он принадлежит и правому.











.

Преобразования равносильные, значит, в обратную сторону рассуждения тоже будут верны. Каждый элемент правого множества принадлежит и левому. Следовательно, данные множества равны.

**4. Упростить выражение для функции .**

Решение.

****.

**5. Найти СДНФ и СКНФ для функции с заданным номером .**

Решение.

. Имеем таблицу истинности:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

Исходя из расположения единиц в таблице истинности, имеем СДНФ:

.

Исходя из расположения нулей в таблице истинности, имеем СКНФ:

.

**6. Для булевой функции, заданной вектором значений (11010111), определить:**

**1) существенные и фиктивные переменные;**

**2) совершенную дизъюнктивную нормальную форму;**

**3) совершенную конъюнктивную нормальную форму;**

**4) полином Жегалкина двумя способами;**

**5) принадлежность классам T0,T1, S, M, L.**

Решение.

1) Составим таблицу истинности для заданной булевой функции:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

. Значит, переменная существенная.

. Значит, переменная существенная.

. Значит, переменная существенная.

Все три переменных существенные, поскольку для каждой переменной  существует набор  такой, что .

2) Совершенная дизъюнктивная нормальная форма, исходя из расположения единиц в последней колонке таблицы истинности, имеет вид: ****.

3) Совершенная конъюнктивная нормальная форма, исходя из расположения нулей в последней колонке таблицы истинности, имеет вид: ()().

4) Заменим в СДНФ каждый знак дизъюнкции знаком суммы Жегалкина: ****. Каждое отрицание заменяем следующим образом: . Раскрывая скобки, учитывая, что , имеем:

****

Искомый полином Жегалкина имеет вид: .

Найдем этот же полином методом неопределенных коэффициентов. В общем виде его можно записать следующим образом:



Тогда, исходя из таблицы истинности, имеют место следующие равенства:



Имеем систему:



Значит, .

5) Проверим принадлежность классам T0,T1, S, M, L.

. К классу T0 функция не принадлежит.

. К классу T1 функция принадлежит.

Поскольку , значит, функция не принадлежит к классу S.

Поскольку , значит, функция не принадлежит к классу M.

Поскольку полином Жегалкина данной функции не первой степени, а второй, то функция не принадлежит к классу L.