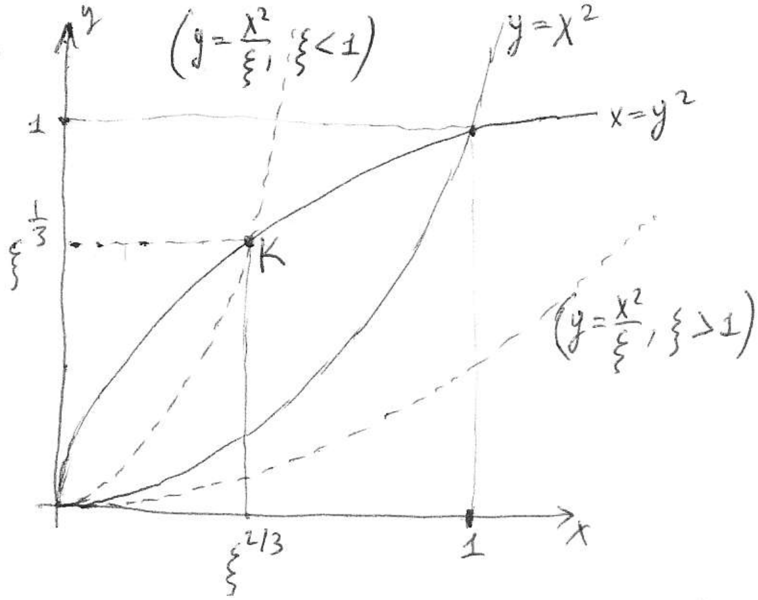
3.



область $M:\{0<x^2<y<\sqrt{x}<1\}$

найдем константу c: $I=\int\limits_M f(x,y)\,dx\,dy=1$

$$I=\int\limits_M cx\,dx\,dy=\int\limits_0^1 dy\int\limits_{y^2}^{\sqrt{y}} cx\,dx=$$

$$=\frac{c}{2}\int\limits_0^1 dy\int\limits_{y^2}^{\sqrt{y}} dx^2=\frac{c}{2}\int\limits_0^1 dy\,(y-y^4)=\frac{c}{2}\left(\frac{y^2}{2}-\frac{y^5}{5}\right)\Big|_0^1=\frac{c}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)=\frac{3c}{20}=1\Rightarrow c=\frac{20}{3}$$

вероятность того, что $z=\frac{x^2}{y}\le\xi\le 1$ (

$$P\left(\frac{x^2}{y}\le\xi\right)=\int\limits_{\left(M,\ \frac{x^2}{y}\le\xi\right)} f(x,y)\,dx\,dy$$

найдем сначала положение точки K (см. рис):

$$\begin{cases}x^2=y\xi\\ x=y^2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y^3=\xi\\ x=y^2\end{cases}\Rightarrow\ y=\xi^{1/3},\ x=\xi^{2/3},\ \xi\le 1.$$

тогда $P\left(\frac{x^2}{y}\le\xi\right)=\int\limits_L f(x,y)\,dx\,dy$, где $L=M\cap\left(\frac{x^2}{y}\le\xi\right)=$

$$=\left\{0<\frac{x^2}{\xi}<y<\sqrt{x}<\xi^{\frac{1}{3}}\right\}$$

$$\int\limits_L f(x,y)\,dx\,dy=\int\limits_0^{\xi^{2/3}} cx\,dx\int\limits_{\frac{x^2}{\xi}}^{\sqrt{x}} dy=\int\limits_0^{\xi^{\frac{2}{3}}}\frac{20}{3}x\,dx\left(\sqrt{x}-\frac{x^2}{\xi}\right)=\frac{20}{3}\int\limits_0^{\xi^{2/3}} dx\left(x^{\frac{3}{2}}-\frac{1}{\xi}x^3\right)=$$

$$=\frac{20}{3}\left(\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}}-\frac{1}{\xi}\frac{x^4}{4}\right)\Big|_0^{\xi^{\frac{2}{3}}}=\frac{20}{3}\left(\frac{2}{5}\xi^{\frac{5}{3}}-\frac{1}{\xi}\frac{\xi^{8/3}}{4}\right)=\xi^{5/3}$$

дифференцируя по ξ находим плотность вероятности:

$$P(\xi)=\frac{d}{d\xi}\xi^{5/3}=\frac{5}{3}\xi^{2/3}.$$ Ответ: $\frac{5}{3}\xi^{2/3},\ 0\le\xi\le 1.$