1. Запишем число $N = 44448889$ в виде
$$N = 4444 \cdot 10^4 + 8888 + 1.$$
Заметим теперь, что $1111 = \sum_{k=1}^{4} 10^{k-1}$ (т.е. $1 + 10 + 100 + 1000$), поэтому
$$N = 4 \cdot 10^4 \cdot \sum_{k=1}^{4} 10^{k-1} + 8 \sum_{k=1}^{4} 10^{k-1} + 1.$$
но мы знаем (по формуле для суммы геометрической прогрессии, которая приведена в условии задачи), что $\sum_{k=1}^{4} 10^{k-1} = \frac{10^m - 1}{10 - 1} = \frac{10^m - 1}{9}$

где мы ввели обозначение $m = 4$ (для удобства).

Теперь. $N = 4 \cdot 10^m \cdot \frac{10^m - 1}{9} + \frac{8 \cdot 10^m - 1}{9} + 1 = \frac{4 \cdot 10^{2m} + 4 \cdot 10^m + 1}{9} = \left(\frac{2 \cdot 10^m + 1}{3}\right)^2$

ответ: $\left(\frac{2 \cdot 10^4 + 1}{3}\right)^2 = (6667)^2 = 44448889$

2. проверим, что неравенство $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n}} < 2\sqrt{n}$ верно для $n = 1$:

получаем: $1 < 2\sqrt{1}$, что, очевидно, верно.

Теперь, допустив, что оно верно при некотором $n = k$, выведем отсюда, что оно верно и при $n = k+1$. Итак, мы имеем
$$1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{k}} < 2\sqrt{k} \quad \text{(при некотором } k\text{)}$$
прибавим к обеим частям $\frac{1}{\sqrt{k+1}}$, получим
$$1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{k}} + \frac{1}{\sqrt{k+1}} < 2\sqrt{k} + \frac{1}{\sqrt{k+1}},$$
но $2\sqrt{k} + \frac{1}{\sqrt{k+1}} < 2\sqrt{k+1}$, в чем можно убедиться непосредственно.

действительно: $2\sqrt{k} + \frac{1}{\sqrt{k+1}} < 2\sqrt{k+1} \Longleftrightarrow 2\sqrt{k(k+1)} + 1 < 2(k+1) \Longleftrightarrow$
$\Longleftrightarrow 2\sqrt{k(k+1)} < 2k+1 \Longleftrightarrow \sqrt{4k(k+1)} = \sqrt{4k^2 + 4k + 1 - 1} = \sqrt{(2k+1)^2 - 1} < 2k+1$

что и завершает процесс математической индукции.

3. а). $K = \mathbb{N}$, т.е. A — множество натуральных чисел. наименьшее натуральное число — 1, поэтому

ответ: есть наименьшее число, 1.

б). $K = \mathbb{Z}$. A — снова есть множество натуральных чисел. есть наименьшее число, 1.

Ответ: есть наименьшее число, 1.

в). $K = \mathbb{Q}$, A — множество рациональных чисел > 0. Не существует наименьшего рационального числа. (допустим, что такое число x_0 существует. Тогда мы можем найти такое число $N \in \mathbb{N}$, что $\frac{1}{N} < x_0$, но $\frac{1}{N} \in \mathbb{Q}$ и $\frac{1}{N} > 0 \Rightarrow$ противоречие). Ответ: не существует.

г). $K = \mathbb{C}$, тогда A — это полуинтервал $(0, \infty)$.

таблица истинности:

A	$\neg A$
0	1

3.2) $K = \mathbb{C}$ – множество комплексных чисел.

тогда $A = (x \in \mathbb{C}, x > 0)$ – это полуинтервал $(0, +\infty)$.

ответ: не существует.

4. пусть $A = [\exists x \in \mathbb{R}$ такое, что $6x^2 + 3x^? + x = 0]$

но утверждение (пропозиция) A – истинно, так как число $x = 0$ является решением уравнения и оно действительно.

таблица истинности:

A	$\neg A$
0	1
1	0

(эта таблица означает, что утверждение $\neg A$ истинно тогда и только тогда, когда A – ложно).

Из этой таблицы видим, что значению пропозиции A равно 1 соответствует значение пропозиции $\neg A$ равное 0.

Ответ: 0.