Задача 14.15

В упругой среде имеющей плотность 7900 кг/м^3 распространяются продольные волны с частотой колебаний 5000 Гц. Определить разность фаз для точек, находящихся на расстоянии 12 см друг от друга на прямой, вдоль которой распространяются волны. Модуль Юнга, характеризующий упругие свойства среды, равен, $E = 2,0 \cdot 10^{11}\ Н/м^2$.

Дано: $\rho = 7900\ кг/м^3$;

$\nu = 5000\ Гц$;

$l = 12\ см = 0,12\ м$;

$E = 2,0 \cdot 10^{11}\ Н/м^2$.

Найти: $\Delta\varphi$.

Решение

Скорость распространения продольных волн определяется по формуле:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (1)$$

где E – модуль Юнга,

ρ – плотность упругой среды.

Фазы колебания точек, расстояние между которыми соответствует длине волны, отличаются на $\Delta\varphi_0 = 2\pi$. Тогда длину волны определим из следующего выражения:

$$\lambda = \frac{\Delta\varphi_0}{\Delta\varphi} l \quad (2)$$

где $\Delta\varphi$ – разность фаз точек, находящихся на расстоянии l друг от друга.

С другой стороны длину волны можем определить:

$$\lambda = \frac{\upsilon}{\nu} \quad (3)$$

где υ – скорость распространения волны,

ν – частота звуковой волны, $\nu = 5000\ Гц$.

Из (2) и (3) получаем:

$$\frac{\Delta\varphi_0}{\Delta\varphi} l = \frac{\upsilon}{\nu} \quad (4)$$

Откуда

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta\varphi_0 \cdot l \cdot \nu}{\upsilon} \quad (5)$$

с учетом (1) имеем:

$$\Delta\varphi = \varphi_0 \cdot l \cdot \nu \sqrt{\frac{\rho}{E}} \quad (6)$$

Проверка размерности:

$$[\Delta\varphi] = [\Delta\varphi_0] \cdot [l] \cdot [\nu] \cdot \sqrt{\frac{[\rho]}{[E]}} = рад \cdot м \cdot с^{-1} \sqrt{\frac{кг/м^3}{Н/м^2}} = рад \cdot м \cdot с^{-1} \sqrt{\frac{кг/м}{кг \cdot м/с^2}} = рад.$$

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot 0,12 \cdot 5000 \cdot \sqrt{\frac{7900}{2 \cdot 10^{11}}} = 0,24\pi.$$

Ответ: $\Delta\varphi = 0,24\pi$.

Задача 15.12

Какую долю от средней скорости молекул воздуха составляет их максимальная акустическая скорость при плоских волнах если: а) амплитуда давления 900 Па (сильный звук, вызывающий боль в ушах); б) $9,0\cdot10^{-4}$ Па (еле слышный звук)? Давление воздуха нормальное.

Дано: $\Delta p_1 = 900\ Па$;

$\Delta p_2 = 9,0\cdot10^{-4}\ Па$;

$p = 1,01\cdot10^5\ Па$.

Найти: $\xi_m / \langle \upsilon_{мол} \rangle$.

Решение

Максимальная акустическая скорость молекул воздуха и скорость звука в воздухе связаны соотношением:

$$\frac{\xi_m}{\upsilon_з} = \frac{1}{\gamma}\cdot\frac{\Delta p}{p} \tag{1}$$

где ξ_m – максимальная акустическая скорость молекул воздуха;

$\upsilon_з$ – скорость звука в воздухе, $\upsilon_з = \langle \upsilon_{мол} \rangle \sqrt{\frac{\gamma\pi}{8}}$ ($\langle \upsilon_{мол} \rangle$ – средняя скорость молекул);

Δp – амплитуда колебаний давления воздуха;

p – давление воздуха, $p = 1,01\cdot10^5\ Па$.

Подставляя выражение для скорости звука в (1) получаем:

$$\frac{\xi_m}{\langle \upsilon_{мол} \rangle \sqrt{\frac{\gamma\pi}{8}}} = \frac{1}{\gamma}\cdot\frac{\Delta p}{p} \tag{2}$$

Откуда

$$\frac{\xi_m}{\langle \upsilon_{мол} \rangle} = \frac{\Delta p}{p}\sqrt{\frac{\pi}{8\gamma}} \tag{3}$$

где γ – отношение теплоемкости газа при постоянном давлении к теплоемкости при постоянном объеме, для воздуха (двухатомный газ) $\gamma = 1,40$.

Для сильного звука:

$$\frac{\xi_{1m}}{\langle \upsilon_{мол} \rangle} = \frac{900}{1,01\cdot10^5}\sqrt{\frac{3,14}{8\cdot1,4}} = 0,047 \tag{4}$$

Для еле слышного звука:

$$\frac{\xi_{2m}}{\langle \upsilon_{мол} \rangle} = \frac{9,0\cdot10^{-4}}{1,01\cdot10^5}\sqrt{\frac{3,14}{8\cdot1,4}} = 4,7\cdot10^{-8} \tag{5}$$

Ответ: для сильного звука $\frac{\xi_{1m}}{\langle \upsilon_{мол} \rangle} = 0,047$,

для еле слышного звука $\frac{\xi_{2m}}{\langle \upsilon_{мол} \rangle} = 4,7\cdot10^{-8}$.

Задача 17.14

Точечный источник света находится над полусферой на высоте, равной ее диаметру. Определите освещенность в той точке поверхности полусферы, в которой лучи падают под углом 30°. Сила света источника 40 кд, радиус полусферы – 0,80 м.

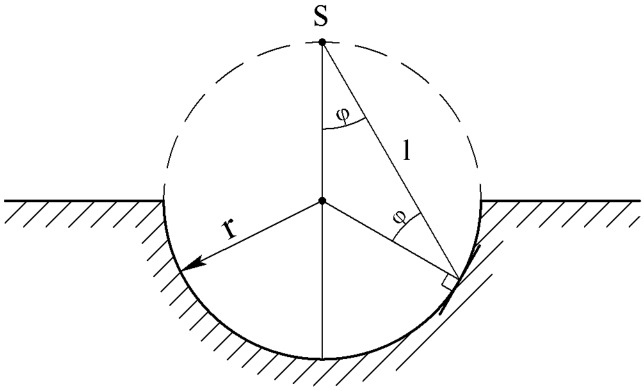
Дано: $I = 40\ кд$;

$\varphi = 30°$;

$r = 0,8\ м$.

Найти: E.

Решение



Освещенность определяется по выражению:

$$E = \frac{d\Phi}{dS} \tag{1}$$

где $d\Phi$ – световой поток, падающий на элемент поверхности dS.

По определению светового потока:

$$d\Phi = I \cdot d\Omega \tag{2}$$

где I – сила света, $I = 40\ кд$;

$d\Omega$ – телесный угол, опирающийся на участок dS и определяется:

$$d\Omega = \frac{dS \cdot \cos\varphi}{l^2} \tag{3}$$

где l – расстояние от источника до точки падения лучей.

Из (1) – (3) имеем:

$$E = \frac{I \cdot d\Omega}{dS} = \frac{I \cdot dS \cdot \cos\varphi / l^2}{dS} = \frac{I \cdot \cos\varphi}{l^2} \tag{4}$$

Как видно из рисунка:

$$l = 2r \cdot \cos\varphi \tag{5}$$

где r – радиус полусферы;

φ – угол падения лучей на поверхность полусферы.

Подставляя значение l в (4), получим:

$$E = \frac{I \cdot \cos\varphi}{4r^2 \cdot \cos^2\varphi} = \frac{I}{4r^2 \cdot \cos\varphi} \tag{6}$$

Проверка размерности:

$$[E] = \frac{[I]}{[r]^2} = \frac{кд}{м^2} = лк$$

$$E = \frac{120}{4 \cdot 0,8^2 \cdot \cos 30°} = 54,1\ лк.$$

Ответ: $E = 54,1\ лк$.