Задача 1

Заданы два комплексных числа $z_1 = \dfrac{-\sqrt{3}-i}{2}$ и $z_2 = 16 - i16\sqrt{3}$.

Вычислить $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 \cdot z_2$, z_1 / z_2.

Найти модуль и аргумент комплексного числа z_1 и изобразить его на плоскости, записать число z_1 в тригонометрической и показательной форме, вычислить $(z_1)^3$, $\sqrt{z_1}$.

Решение

По формулам суммы, разности и произведения комплексных чисел имеем

$$z_1 + z_2 = \left(\frac{-\sqrt{3}-i}{2}\right) + \left(16 - i16\sqrt{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} + 16 - i16\sqrt{3} = \left(16 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) - i(16\sqrt{3} + \frac{1}{2});$$

$$z_1 - z_2 = \left(\frac{-\sqrt{3}-i}{2}\right) - \left(16 - i16\sqrt{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} - 16 + i16\sqrt{3} = -\left(16 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + i(16\sqrt{3} - \frac{1}{2});$$

$$z_1 \cdot z_2 = \left(\frac{-\sqrt{3}-i}{2}\right) \cdot \left(16 - i16\sqrt{3}\right) = -8\sqrt{3} + i \cdot 24 - i \cdot 8 + i^2 \cdot 8\sqrt{3} = -16\sqrt{3} + i \cdot 16.$$

Для вычисления частного умножим числитель и знаменатель дроби на число сопряженное знаменателю и выполним преобразования

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\dfrac{-\sqrt{3}-i}{2}}{16 - i16\sqrt{3}} = \frac{\left(\dfrac{-\sqrt{3}-i}{2}\right) \cdot \left(16 + i16\sqrt{3}\right)}{\left(16 - i16\sqrt{3}\right) \cdot \left(16 + i16\sqrt{3}\right)} = \frac{-8\sqrt{3} - i \cdot 24 - i \cdot 8 - i^2 \cdot 8\sqrt{3}}{256 + 48} =$$

$$= \frac{-i \cdot 32}{304} = -i \cdot \frac{2}{19}.$$

По формулам для определения модуля r и аргумента φ комплексного числа находим для числа z_1,

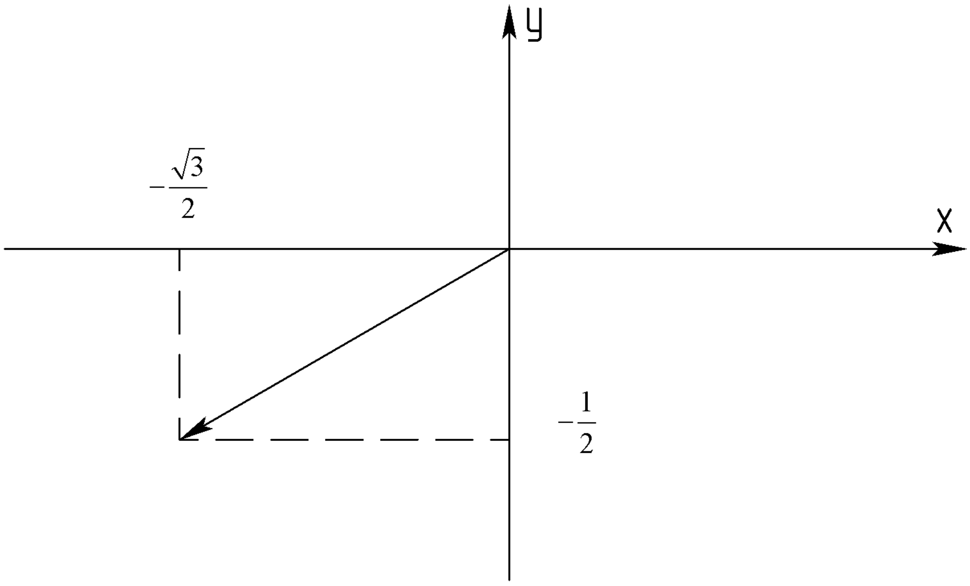
$$r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = 1,$$

$$\cos\varphi = \frac{a}{r} = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \ \sin\varphi = \frac{b}{r} = -\frac{1}{2}.$$

Тогда $r = 1$; $\varphi = \dfrac{7\pi}{6}$. Это означает, что $z_1 = \cos\dfrac{7\pi}{6} + i\sin\dfrac{7\pi}{6}$.

Показательная форма записи числа имеет вид $z_1 = r\exp(i\varphi) = \exp(i\dfrac{7\pi}{6})$.

Изобразим на плоскости R^2 комплексное число $z_1 = \dfrac{-\sqrt{3}-i}{2}$



Для возведения комплексного числа в степень удобно воспользоваться формулой Муавра в тригонометрической или показательной форме.

$(z_1)^3 = (r\cdot e^{i\varphi})^3 = (1\cdot e^{i\frac{7\pi}{6}})^3 = 1^3\cdot e^{i\frac{7\pi}{2}} = (\cos 3,5\pi + i\sin 3,5\pi) = -i.$

Корень n-ой степени из комплексного числа z имеет n значений u_k , k=0,1,…,n-1, которые находятся по формулам

$u_k = \sqrt[n]{r}_+(\cos\frac{\varphi+2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi+2\pi k}{n}),\ k = 0,1,...,n-1,$ $\sqrt[n]{r}_+$ - арифметический корень n-ой степени из r. Используя эти формулы, получаем

$u_0 = \sqrt{1}(\cos\frac{7\pi}{12} + i\sin\frac{7\pi}{12}) = -0,259 + i\cdot 0,966,$

$u_1 = \sqrt{1}(\cos\frac{7\pi+12\pi}{12} + i\sin\frac{7\pi+12\pi}{12}) = 0,259 - i\cdot 0,966.$

Задача 2

Используя ортогональное преобразование, привести к каноническому виду уравнение кривой $3x^2 + 2\sqrt{14}xy + 8y^2 = 0$ и найти формулы преобразования координат.

Решение

Обозначим $L(x,y) = 3x^2 + 2\sqrt{14}xy + 8y^2$.

Матрица этой квадратичной формы имеет вид $\begin{bmatrix} 3 & \sqrt{14} \\ \sqrt{14} & 8 \end{bmatrix}$.

Составим характеристическое уравнение матрицы

$$\left\|\begin{matrix} 3-\lambda & \sqrt{14} \\ \sqrt{14} & 8-\lambda \end{matrix}\right\| = \lambda^2 - 11\lambda + 10 = 0.$$

Откуда $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 10$.

Найдем собственные векторы. Для $\lambda = 1$ имеем систему уравнений

$$\begin{cases} 2\alpha_1 + \sqrt{14}\alpha_2 = 0 \\ \sqrt{14}\alpha_1 + 7\alpha_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \alpha_1 = -\frac{\sqrt{14}}{2}\alpha_2.$$

Тогда $x_{\alpha_1} = (\frac{\sqrt{14}}{2}t, -t), t \neq 0, t \in \Re$.

Нормируя полученные векторы, находим

$$x'_{\alpha_1} = (\frac{\sqrt{7}}{3}; -\frac{\sqrt{2}}{3}).$$

Для $\lambda_2 = 10$ получаем систему

$$\begin{cases} -7\alpha_1 + \sqrt{14}\alpha_2 = 0 \\ \sqrt{14}\alpha_1 - 2\alpha_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \alpha_1 = \frac{\sqrt{14}}{7}\alpha_2.$$

Следовательно, $x_{\alpha_2} = (\frac{\sqrt{14}}{7}t, t), t \neq 0, t \in \Re$.

Нормируя полученные векторы, имеем

$$x'_{\alpha_2} = (\frac{\sqrt{2}}{3}; \frac{\sqrt{7}}{3}).$$

Таким образом, матрица преобразования координат имеет вид

$$T = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{7}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{3} \\ -\frac{\sqrt{2}}{3} & \frac{\sqrt{7}}{3} \end{bmatrix},$$

формулы преобразования осей координат имеют вид

$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{7}}{3}x' + \frac{\sqrt{2}}{3}y' \\ y = -\frac{\sqrt{2}}{3}x' + \frac{\sqrt{7}}{3}y' \end{cases}, \qquad (1)$$

Подставив в уравнение данной кривой выражения для x и y из (1), имеем

$$3(\frac{\sqrt{7}}{3}x' + \frac{\sqrt{2}}{3}y')^2 + 2\sqrt{14}(\frac{\sqrt{7}}{3}x' + \frac{\sqrt{2}}{3}y')(-\frac{\sqrt{2}}{3}x' + \frac{\sqrt{7}}{3}y') + 8(-\frac{\sqrt{2}}{3}x' + \frac{\sqrt{7}}{3}y')^2 = 0.$$

После несложных преобразований получим

$$x'^2 + 10y'^2 = 0.$$

В данном случае имеем вырожденную центральную линию второго порядка. В данном случае это точка.

Задача 3

Найти неопределённые интегралы. В пунктах а и b результаты интегрирования проверить дифференцированием.

Решение

3.a. $\int \frac{2x-5}{\sqrt{7x^2+3}}dx$

Преобразуем подынтегральную функцию таким образом, чтобы в числителе получилась производная знаменателя:

$$\int \frac{2x-5}{\sqrt{7x^2+3}}dx = \int \frac{2x}{\sqrt{7x^2+3}}dx - 5\int \frac{dx}{\sqrt{7x^2+3}} = \frac{1}{7}\int \frac{d\left(7x^2+3\right)}{\sqrt{7x^2+3}} - \frac{5}{\sqrt{7}}\int \frac{d\left(\sqrt{7}x\right)}{\sqrt{\left(\sqrt{7}x\right)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}} =$$

$$= \frac{1}{7}\cdot\frac{\left(7x^2+3\right)^{1/2}}{1/2} - \frac{5}{\sqrt{7}}\cdot\ln\left|\sqrt{7}x+\sqrt{\left(\sqrt{7}x\right)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}\right| + C =$$

$$= \frac{2}{7}\cdot\sqrt{7x^2+3} - \frac{5}{\sqrt{7}}\cdot\ln\left|\sqrt{7}x+\sqrt{\left(\sqrt{7}x\right)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}\right| + C.$$

Проверим полученный результат:

$$\left(\frac{2}{7}\cdot\sqrt{7x^2+3} - \frac{5}{\sqrt{7}}\cdot\ln\left|\sqrt{7}x+\sqrt{\left(\sqrt{7}x\right)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}\right| + C\right)' =$$

$$= \frac{2}{7}\cdot\frac{14x}{2\sqrt{7x^2+3}} - \frac{5}{\sqrt{7}}\cdot\frac{\sqrt{7}+\frac{14x}{2\sqrt{\left(\sqrt{7}x\right)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}}}{\sqrt{7}x+\sqrt{\left(\sqrt{7}x\right)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}} = \frac{2x}{\sqrt{7x^2+3}} - \frac{5}{\sqrt{7}}\cdot\frac{\sqrt{7}+\frac{14x}{2\sqrt{7x^2+3}}}{\sqrt{7}x+\sqrt{7x^2+3}} =$$

$$= \frac{2x}{\sqrt{7x^2+3}} - 5\cdot\frac{1+\frac{\sqrt{7}x}{\sqrt{7x^2+3}}}{\sqrt{7}x+\sqrt{7x^2+3}} = \frac{2x}{\sqrt{7x^2+3}} - \frac{5}{\sqrt{7x^2+3}} = \frac{2x-5}{\sqrt{7x^2+3}}.$$

3.b. $\int x\sin^2 x dx$

Воспользуемся методом интегрирования по частям, основанном на следующей формуле: $\int u\cdot dv = u\cdot v - \int v\cdot du$.

$$\int x\sin^2 x dx = \left| \begin{matrix} u=\sin^2 x,\ du = 2\sin x\cdot\cos x dx = \sin 2x dx \\ dv = x dx,\ \ v=\frac{x^2}{2} \end{matrix} \right| =$$

$$= \frac{x^2\cdot\sin^2 x}{2} - \int\frac{x^2}{2}\sin 2x dx = \left| \begin{matrix} u=\frac{x^2}{2},\ du = x dx \\ dv = \sin 2x dx,\ \ v=\frac{\cos 2x}{2} \end{matrix} \right| =$$

$$= \frac{x^2\cdot\sin^2 x}{2} + \frac{x^2\cdot\cos 2x}{4} - \frac{1}{2}\cdot\int x\cos 2x dx = \frac{x^2}{2}\cdot\left(\sin^2 x + \frac{\cos 2x}{2}\right) - \frac{1}{2}\cdot\int x\cos 2x dx =$$

$$= \frac{x^2}{2}\cdot\left(\frac{\sin^2 x}{2}+\frac{\cos^2 x}{2}\right) - \frac{1}{2}\cdot\int x\cos 2x dx = \frac{x^2}{4} - \frac{1}{2}\cdot\int x\cos 2x dx =$$

$$=\left|\begin{matrix} u=x,\ du=dx \\ dv=\cos 2xdx,\ \ v=-\dfrac{\sin 2x}{2} \end{matrix}\right|=\frac{x^2}{4}-\frac{x\cdot\sin 2x}{4}+\frac{1}{4}\cdot\int\sin 2xdx=$$

$$=\frac{x^2}{4}-\frac{x\cdot\sin 2x}{4}-\frac{\cos 2x}{8}+C.$$

Выполним проверку результата:

$$\left(\frac{x^2}{4}-\frac{x\cdot\sin 2x}{4}-\frac{\cos 2x}{8}+C\right)'=\frac{2x}{4}-\frac{\sin 2x}{4}-\frac{x\cdot 2}{4}+\frac{\sin 2x}{4}=\frac{x}{2}\cdot(1-\cos 2x)=x\cdot\sin^2 x.$$

3.c. $\int\frac{\mathrm{x}^3-\mathrm{x}-1}{\mathrm{x}^4-\mathrm{x}^2}\mathrm{dx}$

Подынтегральная функция представляет собой рациональную дробь. Разложим её знаменатель на множители: $x^2\cdot(x-1)\cdot(x+1)$, тогда:

$$\frac{x^3-x-1}{x^4-x^2}=\frac{Ax+B}{x^2}+\frac{C}{x-1}+\frac{D}{x+1}.$$

Приведя правую часть последнего равенства к общему знаменателю, и приравняв числители дробей, получим тождество:

$$x^3-x-1=(Ax+B)\cdot\left(x^2-1\right)+Cx^2\cdot(x+1)+Dx^2\cdot(x-1);$$

$$x^3-x-1=(A+C+D)\cdot x^3+(B+C-D)\cdot x^2-Ax-B.$$

Приравнивая коэффициенты при x^3, x^2, x^1, x^0, получаем:

$A=1;$

$B=1;$

$$\left.\begin{matrix} B+C-D=0; \\ A+C+D=1; \end{matrix}\right\}\Rightarrow\left.\begin{matrix} 1+C-D=0; \\ 1+C+D=1; \end{matrix}\right\}\Rightarrow\left.\begin{matrix} C=-0,5; \\ D=0,5. \end{matrix}\right\}$$

Подставив найденные коэффициенты в разложение подынтегральной функции на простейшие дроби, получим:

$$\int\frac{x^3-x-1}{x^4-x^2}dx=\int\frac{x+1}{x^2}dx-\int\frac{0,5}{x-1}dx+\int\frac{0,5}{x+1}dx=\int\frac{dx}{x}+\int\frac{dx}{x^2}-0,5\int\frac{d(x-1)}{x-1}+0,5\int\frac{d(x+1)}{x+1}=$$

$$=\ln|x|-\frac{1}{x}-0,5\ln|x-1|+0,5\ln|x+1|+C=\ln\left|\frac{x\cdot(x+1)}{x-1}\right|-\frac{1}{x}+C.$$

3.d. $\int\frac{1+\mathrm{x}}{\mathrm{x}+\sqrt{\mathrm{x}}}\mathrm{dx}$

Преобразуем подынтегральную функцию.

$$\int\frac{1+x}{x+\sqrt{x}}dx=2\int\frac{1+\left(\sqrt{x}\right)^2}{\sqrt{x}+1}\cdot\frac{dx}{2\sqrt{x}}=2\int\frac{1+\left(\sqrt{x}\right)^2}{\sqrt{x}+1}\cdot d\sqrt{x}=\left|\sqrt{x}=t\right|=$$

$$=2\int\frac{1+t^2}{t+1}\cdot dt=2\int\frac{t^2-1+2}{t+1}\cdot dt=2\int\left(t-1+\frac{2}{t+1}\right)dt=t^2-2t+4\ln|t+1|+C.$$

Задача 4

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

$$\int_1^{\infty}\frac{dx}{(6x^2-5x+1)\ln\frac{3}{4}};$$

Решение

В соответствии определением несобственных интегралов имеем

$$\int_1^{\infty}\frac{dx}{\left(6x^2-5x+1\right)\cdot\ln\frac{3}{4}}=\int_1^{\infty}\frac{dx}{\left(6x^2-5x+1\right)\cdot\ln\frac{3}{4}}=\frac{1}{6\ln\frac{3}{4}}\cdot\int_1^{\infty}\frac{dx}{x^2-\frac{5}{6}x+\frac{1}{6}}=$$

$$=\frac{1}{6\ln\frac{3}{4}}\cdot\int_1^{\infty}\frac{dx}{x^2-2\cdot\frac{5}{12}x+\frac{25}{144}-\frac{25}{144}+\frac{1}{6}}=\frac{1}{6\ln\frac{3}{4}}\cdot\int_1^{\infty}\frac{dx}{\left(x-\frac{5}{12}\right)^2-\frac{25}{144}+\frac{24}{144}}=$$

$$=-\frac{1}{6\ln\frac{3}{4}}\cdot\int_1^{\infty}\frac{dx}{\left(\frac{1}{12}\right)^2-\left(x-\frac{5}{12}\right)^2}=-\frac{1}{6\ln\frac{3}{4}}\cdot\lim_{A\to\infty}\int_1^{A}\frac{dx}{\left(\frac{1}{12}\right)^2-\left(x-\frac{5}{12}\right)^2}=$$

$$=-\frac{1}{6\ln\frac{3}{4}}\cdot\lim_{A\to\infty}\left(\frac{1}{2\cdot\frac{1}{12}}\ln\left|\frac{\frac{1}{12}+x}{\frac{1}{12}-x}\right|\right)\Bigg|_1^A=\frac{1}{\ln\frac{3}{4}}\cdot\lim_{A\to\infty}\left(\ln\left|\frac{\frac{1}{12}+x}{\frac{1}{12}-x}\right|\right)\Bigg|_A^1=$$

$$=\frac{1}{\ln\frac{3}{4}}\cdot\left(\ln\left|\frac{\frac{1}{12}+1}{\frac{1}{12}-1}\right|-\lim_{A\to\infty}\left(\ln\left|\frac{\frac{1}{12}+A}{\frac{1}{12}-A}\right|\right)\right)=\frac{1}{\ln\frac{3}{4}}\cdot\left(\ln\frac{13}{11}-\lim_{A\to\infty}\left(\ln\left|\frac{1+12A}{1-12A}\right|\right)\right)=$$

$$=\frac{1}{\ln\frac{3}{4}}\cdot\left(\ln\frac{13}{11}-\lim_{A\to\infty}\left(\ln\left|\frac{\frac{1}{A}+12}{\frac{1}{A}-12}\right|\right)\right)=\frac{1}{\ln\frac{3}{4}}\cdot\left(\ln\frac{13}{11}-0\right)=\frac{\ln\frac{13}{11}}{\ln\frac{3}{4}}=0,053$$

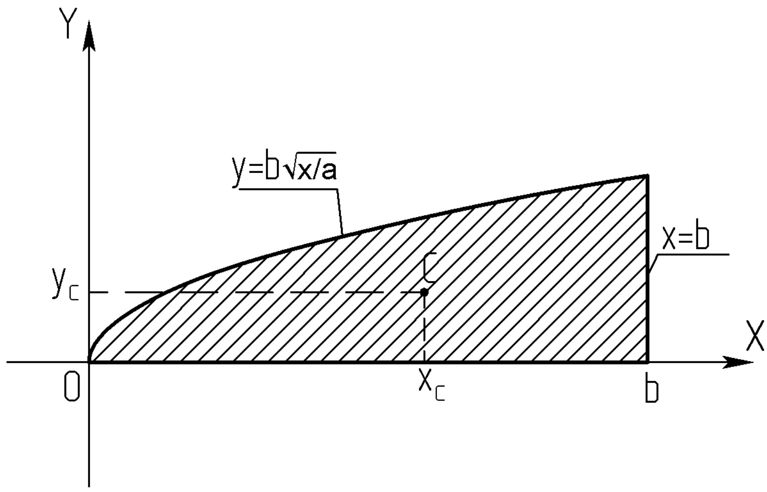
Задача 5

Найти координаты центра масс плоской однородной фигуры Ф, ограниченной данными линиями.

Ф ограничена дугой параболы $y = b\sqrt{x/a}$ ($a > 0$, $b > 0$), осью Ох и прямой $x = b$.

Решение

Построим графики данных кривых:



Для отыскания координат центра масс x_c и y_c воспользуемся формулами:

$$x_c = \frac{\int_a^b x \cdot \left(f_2(x) - f_1(x)\right)dx}{\int_a^b \left(f_2(x) - f_1(x)\right)dx}; \quad y_c = \frac{\frac{1}{2}\int_a^b \left(f_2^2(x) - f_1^2(x)\right)dx}{\int_a^b \left(f_2(x) - f_1(x)\right)dx}.$$

Имеем: $a = 0$; $b = b$; $f_1(x) = 0$; $f_2(x) = b\sqrt{x/a}$;

$$\int_a^b \left(f_2(x) - f_1(x)\right)dx = \int_0^b \left(b\sqrt{x/a} - 0\right)dx = \frac{b}{\sqrt{a}} \cdot \frac{x^{3/2}}{3/2}\bigg|_0^b = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{b^5}{a}};$$

$$\int_a^b x\left(f_2(x) - f_1(x)\right)dx = \int_0^b x\left(b\sqrt{x/a} - 0\right)dx = \frac{b}{\sqrt{a}} \cdot \frac{x^{5/2}}{5/2}\bigg|_0^b = \frac{2}{5}\sqrt{\frac{b^7}{a}};$$

$$\frac{1}{2}\int_a^b \left(f_2^2(x) - f_1^2(x)\right)dx = \frac{1}{2}\int_0^b \left(\left(b\sqrt{x/a}\right)^2 - 0\right)dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{b^2}{a} \cdot \frac{x^2}{2}\bigg|_0^b = \frac{1}{4}\frac{b^4}{a};$$

Откуда координаты центра масс:

$$x_c = \frac{\int_a^b x\left(f_2(x) - f_1(x)\right)dx}{\int_a^b \left(f_2(x) - f_1(x)\right)dx} = \frac{\frac{2}{5}\sqrt{\frac{b^7}{a}}}{\frac{2}{3}\sqrt{\frac{b^5}{a}}} = 0,6b;$$

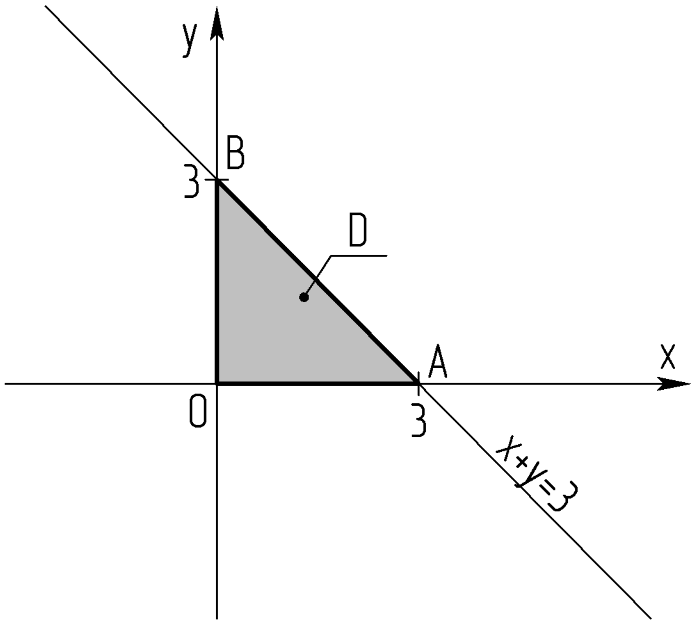
$$y_c = \frac{\frac{1}{2}\int_a^b \left(f_2^2(x) - f_1^2(x)\right)dx}{\int_a^b \left(f_2(x) - f_1(x)\right)dx} = \frac{\frac{1}{4}\frac{b^4}{a}}{\frac{2}{3}\sqrt{\frac{b^5}{a}}} = 0,375\sqrt{\frac{b^3}{a}}.$$

Задача 6

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1$ в области, ограниченной линиями: $x = 0;\ y = 0;\ x + y - 3 = 0.$

Решение

Область задания функции представляет собой треугольник, ограниченный координатными осями и прямой $x + y = 3$.



Выясним, существуют ли стационарные точки, лежащие внутри данной области $\overline{D}$, т.е. внутри треугольника OAB.

Имеем

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial x} &= 2x + 4y - 6 = 0 \\ \frac{\partial z}{\partial y} &= -4y + 4x = 0 \end{aligned}\right\} \qquad x = y = 1$$

Получили точку $M(1;\ 1)$. Она принадлежит области $\overline{D}$. Теперь воспользуемся достаточными условиями экстремума. Вычислим вторые частные производные:

$$A = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 2;\quad B = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 4;\ C = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -4.$$

$\Delta = AC - B^2 = -4 < 0,$ следовательно экстремума в точке M нет.

Исследуем значения функции на границе области $\overline{D}$. Поскольку граница состоит из трёх участков, описанных тремя разными уравнениями, то приходится исследовать функцию на каждом участке отдельно.

Исследуем функцию на участке OA, где $A(3;0)$. Уравнением связи является $y=0$. С учётом его функция представима в виде

$$z = x^2 - 6x - 1 \ .$$

Производная функции:

$$z' = 2x - 6 \ .$$

Стационарные точки на отрезке OA определим из условия:

$$z' = 2x - 6 = 0 \quad \Rightarrow x = 3.$$

Найдём значение функции $z = x^2 - 6x - 1$ в точках O и A соответственно $z_1\left(0,0\right) = -1$, $z_2\left(3,0\right) = -10$.

Исследуем функцию на участке OB, где $B(0;3)$. Уравнением связи является $x=0$. С учётом его функция представима в виде $z = -2y^2 - 1$. Тогда $z' = -4y$.

Стационарные точки на отрезке OB определим из условия:

$$z' = -4y = 0 \quad \Rightarrow y = 0.$$

Найдём значение функции $z = -2y^2 - 1$ в точке B $\quad z_3\left(0,3\right) = -19$.

Исследуем функцию вдоль участка прямой $x + y = 3$. Подставляя $y = 3 - x$ в выражение для функции, получим: $z = -5x^2 + 18x - 1$, тогда $z' = -10x + 18$, $-10x + 18 = 0$, $x = 1,8$, $y = 1,2$.

Стационарная точка M_1 принадлежит области $\overline{D}$. Значение функции в ней

$$z_4\left(1,8;1,2\right) = 1,8^2 - 2\cdot 1,2^2 + 4\cdot 1,8\cdot 1,2 - 6\cdot 1,8 - 1 = -2,8 \ .$$

Сравниваем значения $z_1 = -1;\ z_2 = -10;\ z_3 = -19;\ z_4 = -2,8$ заключаем, что $z_1 = -1$ наибольшее значение функции, достижимое в точке $O(0;0)$, а $z_3 = -19$ наименьшее значение, достигаемое в точке $B(0,3)$.

$z_{наиб} = z\left(0,0\right) = -1$, $z_{наим} = z\left(0,3\right) = -19$.