

Решение

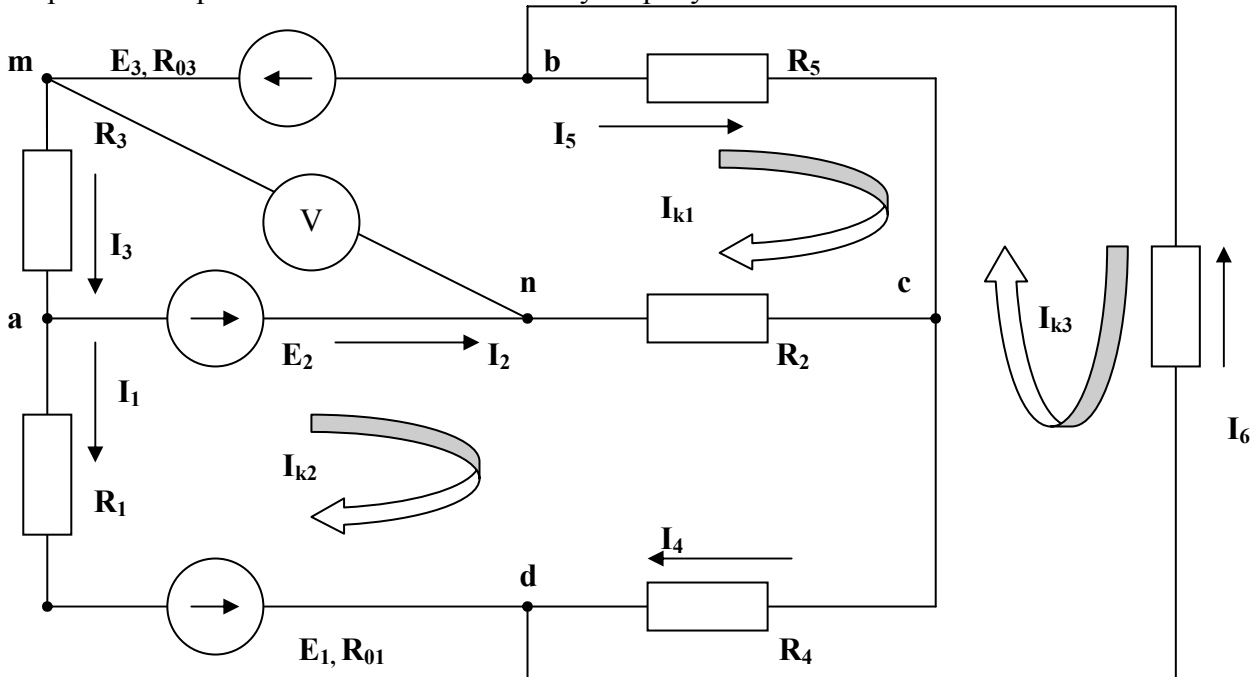
Задача 1

Вариант 1

Рисунок 1.2

$E_1, В$	$E_2, В$	$E_3, В$	$R_{01}, Ом$	$R_{03}, Ом$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$R_3, Ом$	$R_4, Ом$	$R_5, Ом$	$R_6, Ом$
55	18	4	0.8	0.8	8	4	3	2	4	4

Чертим схему, соответствующую варианту. Покажем произвольно направление токов в ветвях схемы. Если при решении значение тока получится отрицательным, то его реальное направление противоположно показанному на рисунке.



1. Составляем на основании законов Кирхгофа систему уравнений для расчета токов во всех ветвях схемы. В схеме 6 неизвестных токов. Составим 3 уравнения по первому закону Кирхгофа и 3 уравнения на основании второго закона Кирхгофа.

$$\begin{cases}
 -I_1 - I_2 + I_3 = 0 & \text{- узел а} \\
 I_6 - I_3 - I_5 = 0 & \text{- узел б} \\
 I_5 + I_2 - I_4 = 0 & \text{- узел с}
 \end{cases}
 \left. \begin{array}{l}
 I_3 \cdot (R_3 + R_{03}) + I_2 \cdot R_2 - I_5 \cdot R_5 = E_2 + E_3 - \text{контур асба} \\
 I_2 \cdot R_2 + I_4 \cdot R_4 - I_1 \cdot (R_1 + R_{01}) = E_2 - E_1 - \text{контур асда} \\
 I_4 \cdot R_4 + I_5 \cdot R_5 + I_6 \cdot R_6 = 0 - \text{контур бсdb}
 \end{array} \right\}$$

2. Найдем токи в цепи методом контурных токов. Принимаем за положительное направление контурного тока движение по часовой стрелке. Составляем систему уравнений:

$$\begin{aligned}
 I_{k1} \cdot (R_2 + R_3 + R_{03} + R_5) - I_{k2} \cdot R_2 - I_{k3} \cdot R_5 &= -E_2 - E_3 \\
 -I_{k1} \cdot R_2 + I_{k2} \cdot (R_1 + R_{01} + R_2 + R_4) - I_{k3} \cdot R_4 &= E_2 - E_1 \\
 -I_{k1} \cdot R_5 - I_{k2} \cdot R_4 + I_{k3} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) &= 0
 \end{aligned}$$

Подставляем числовые значения.

$$\begin{aligned}
 11,8 \cdot I_{k1} - 4,0 \cdot I_{k3} - 4,0 \cdot I_{k3} &= -22,0 \\
 -4,0 \cdot I_{k1} + 16,8 \cdot I_{k3} - 4,0 \cdot I_{k3} &= -37,0 \\
 -4,0 \cdot I_{k1} - 4,0 \cdot I_{k3} + 10,0 \cdot I_{k3} &= 0,0
 \end{aligned}$$

Решаем полученную систему методом Крамера. Вычисляем определитель системы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 11,8 & -4 & -4 \\ -4 & 16,8 & -4 \\ -4 & -4 & 10 \end{vmatrix} = 1236,8$$

Вычисляем частичные определители и значения величин:

$$\Delta I_{k1} = \begin{vmatrix} -22 & -4 & -4 \\ -37 & 16,8 & -4 \\ 0 & -4 & 10 \end{vmatrix} = -5416,0$$

$$I_{k1} = \frac{\Delta I_{k1}}{\Delta} = \frac{-5416,0}{1236,8} = -4,379 \text{ A}$$

$$\Delta I_{k2} = \begin{vmatrix} 11,8 & -22 & -4 \\ -4 & -37 & -4 \\ -4 & 0 & 10 \end{vmatrix} = -5006,0$$

$$I_{k2} = \frac{\Delta I_{k2}}{\Delta} = \frac{-5006,0}{1236,8} = -4,048 \text{ A}$$

$$\Delta I_{k3} = \begin{vmatrix} 11,8 & -4 & -22 \\ -4 & 16,8 & -37 \\ -4 & -4 & 0 \end{vmatrix} = -4168,8$$

$$I_{k3} = \frac{\Delta I_{k3}}{\Delta} = \frac{-4168,8}{1236,8} = -3,371 \text{ A}$$

Находим токи в ветвях:

$$I_1 = -I_{k2} = 4,048 \text{ A};$$

$$I_4 = I_{k2} - I_{k3} = -0,677 \text{ A}$$

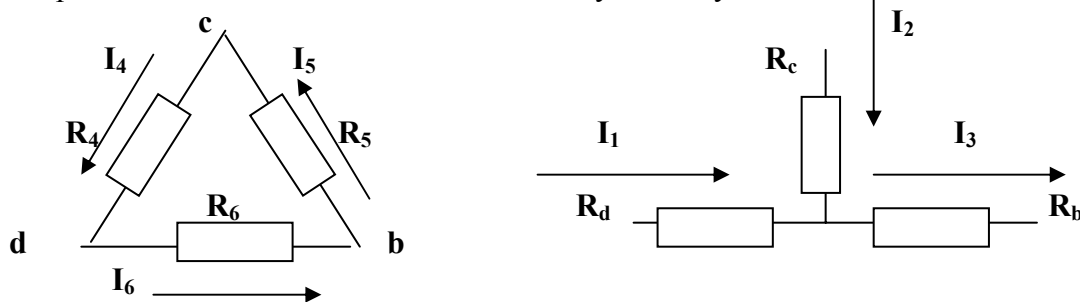
$$I_2 = I_{k2} - I_{k1} = 0,332 \text{ A};$$

$$I_5 = I_{k1} - I_{k3} = -1,008 \text{ A}$$

$$I_3 = -I_{k1} = 4,379 \text{ A};$$

$$I_6 = -I_{k3} = 3,371 \text{ A}$$

3. Находим токи в ветвях схемы по методу узловых потенциалов. Преобразуем треугольник сопротивлений $R_4 - R_5 - R_6$ в эквивалентную звезду.



Сопротивления эквивалентной звезды:

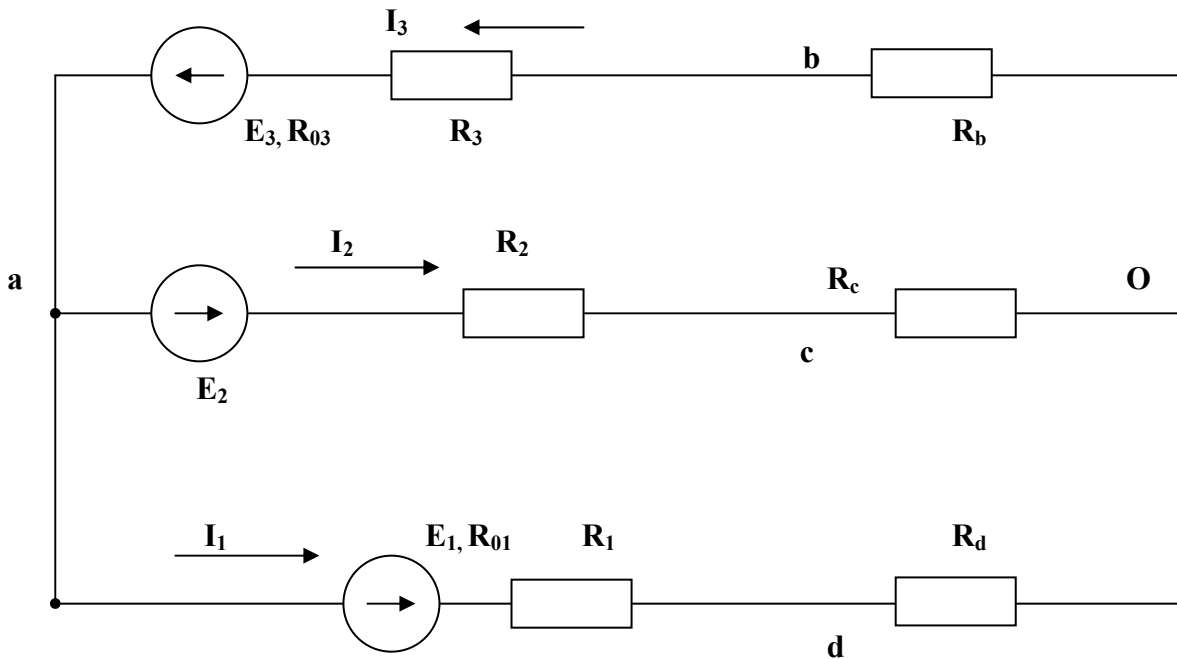
$$R = R_4 + R_5 + R_6 = 10,0 \text{ Ом}$$

$$R_b = \frac{R_5 \cdot R_6}{R} = 0,8 \text{ Ом}$$

$$R_c = \frac{R_4 \cdot R_5}{R} = 1,6 \text{ Ом}$$

$$R_d = \frac{R_4 \cdot R_6}{R} = 0,8 \text{ Ом}$$

Чертим эквивалентную схему:



Находим напряжение между точками **O** и **a**.

$$U_{ao} = \frac{-E_1}{R_d + R_1 + R_{01}} - \frac{E_2}{R_c + R_2} + \frac{E_3}{R_b + R_3 + R_{03}} =$$

$$= \frac{-55,0}{9,6} - \frac{18,0}{5,6} + \frac{4,0}{4,6} = -16,14 \text{ В}$$

Определяем токи в ветвях схемы.

$$I_1 = \frac{E_1 + U_{ao}}{R_d + R_1 + R_{01}} = 4,048 \text{ А}; \quad I_2 = \frac{E_2 + U_{ao}}{R_c + R_2} = 0,332 \text{ А}; \quad I_3 = \frac{E_3 - U_{ao}}{R_b + R_3 + R_{03}} = 4,379 \text{ А};$$

Находим напряжения на резисторах R_4 , R_5 , R_6 и соответствующие токи.

$$U_d = I_1 R_d = 3,238 \text{ В}; \quad U_c = I_2 R_c = 0,53 \text{ В}; \quad U_b = -I_3 R_b = -3,503 \text{ В};$$

$$I_4 = \frac{U_c - U_d}{R_4} = -0,677 \text{ А}; \quad I_5 = \frac{U_d - U_c}{R_5} = -1,008 \text{ А}; \quad I_6 = \frac{U_b - U_d}{R_6} = 3,371 \text{ А};$$

5. Составляем баланс мощностей. Мощность, отдаваемая источниками тока и ЭДС:

$$P_{отд} = E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 + E_3 \cdot I_3 = -55 \cdot (4,048) + 18 \cdot (0,332) + 4 \cdot (4,379) = 246,1 \text{ Вт}$$

Мощность, рассеиваемая на сопротивлениях:

$$P_{расс} = I_1^2 \cdot (R_1 + R_{01}) + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot (R_3 + R_{03}) + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 =$$

$$= 4,048^2 \cdot 9 + 0,332^2 \cdot 4 + (4,379)^2 \cdot 4 + (-0,677)^2 \cdot 4 + (-1,008)^2 \cdot 4 + 3,371^2 \cdot 2 = 246,1 \text{ Вт}$$

$$\text{Показание вольтметра: } V = U_{mn} = E_2 - I_3 \cdot R_3 = 1,36 \text{ В}$$