КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

ВАРИАНТ 19

1. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования

Решение



Рисунок 1 Схематический чертеж

Область Д определяется неравенством:

Преобразуем:

x =;

x2 =

Рассмотрим Д=Д1 Д2, где

Д1 , Д2

Тогда

Ответ:

1. Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями. Сделать схематический чертеж

 2.1 x2+y2 =1, y-2z-2 = 0, z = 0

Решение

x2+y2 =1 – прямой круговой цилиндр,

y-2z-2 = 0 или z =

Применим формулу:

где Д – область в плоскости XoY,

x2+y2 =1 – круг,

G –данное тело.



Рисунок 2 Схематический чертеж

Тогда

Перейдем к полярным координатам:

Тогда

Ответ:

2.1 Найти массу однородного тела, ограниченного поверхностями x-y+z = 0, y-4 = 0, x = 0, z = 0, сделав схематический чертеж

Решение



Рисунок 3 Схематический чертеж

Данное тело: пирамида АОВС

Примем плотность тела µ = const

Применим формулу:

Где

Получим

Ответ:

1. Требуется:
* Найти поток векторного поля через замкнутую поверхность =rot через замкнутую поверхность σ = σ1+ σ2 (выбирается внешняя нормаль к σ);
* Вычислить циркуляцию векторного поля =rot по контуру Г, образованного пересечением поверхностей σ1 и σ2. (направление обхода должно быть выбрано так, чтобы область, ограниченная контуром Г, находилась слева);
* Проверить правильность вычисленных значений потока и циркуляции с помощью формул Остроградского и Стокса;
* Дать заключение о наличии источников или стоков внутри области, ограниченной поверхностью σ;
* Сделать схематический чертеж поверхности σ

Решение



Рисунок 4 Схематический чертеж

где P= x-6, Q = -xz+y, R = 1+z2

Тогда

в точке (0;0;2,5)

z = 2 – плоскость, параллельная т. XoY

Замкнутая поверхность состоит параболоидной поверхности δ1 и круга δ2

где и - внешние нормали к δ1 и δ2.

Для z =2 , следовательно

Вычислим поток П1 через параболоидную поверхность δ1, заданную уравнением проектируется на плоскость XoY в круг x2+y2 ≤ 1.

Используем формулу:

==

Тогда

Вычислим поток по формуле Остроградского:

где V –объем, ограниченный поверхностью

у нас P = x; Q = 0; R = -z; . Тогда

Вычислим циркуляцию по формуле Стокса:

где - поверхность, ограниченная контуром Г, это круг при z = 2, для обхода Г вектор нормали согласуется с направлением обхода контура Г.

Тогда поэтому, Ц=0

Данные результаты совпадают с ранее вычисленным. Поскольку П = 0, то внутри области отсутствуют источники и истоки.