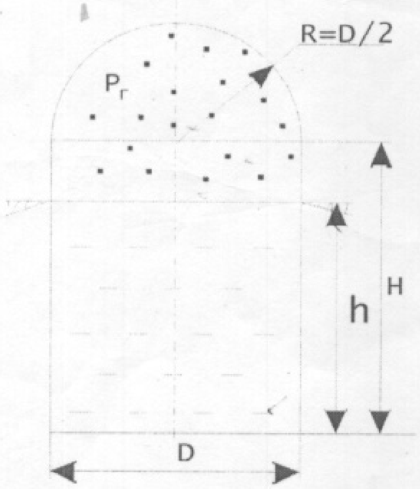
«Утверждаю»
Зав. кафедрой

Общий курс
«Прикладная механика»

РОССИЙСКИЙ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени Д.И. МЕНДЕЛЕЕВА
КАФЕДРА Механики

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 13



Цилиндрический сосуд, закрытый сверху сферической крышкой, заполнен жидкостью с плотностью ρ=1500 кг/м^3, давление газа $P_г$=0,2 МПа, R = 1 м, D = 2 м, H = 8 м, h = 6 м, $\sigma_т$ = 200 МПа. Определить толщину стенки сосуда при запасе прочности n = 2 и построить эпюры σ_m и σ_t.

Дано : $R := 1m$ $h := 6m$ $p_0 := 0.2MPa$ $\rho := 1.5\cdot 10^3 \cdot \frac{kg}{m^3}$ $n := 2$

$D := 2m$ $H := 8m$ $\sigma_t := 200MPa$

Найти : S — толщина стенки сосуда

Построить эпюры нагружения

Решение :

Для удобства обозначим новые переменные и некоторые константы :

$$g = 9.807\frac{m}{s^2}$$ — ускорение свободного падения

$$\gamma := \rho\cdot g = 1.5\cdot 10^3\cdot\frac{kg}{m^3}\cdot 9.807\cdot\frac{m}{s^2} = 14.71\cdot\frac{kN}{m^3}$$ — удельный вес жидкости

Упрощения: не учитываем собственный вес сосуда

условное напряжение - напряжение домноженное на толщину сосуда, позволяет определить самое напряженное сечение в сосуде

Сечения сосуда: $y_1 := h = 6\,m$

$y_2 := H = 8\,m$

$y_3 := H + R = 9\,m$

Определение условных окружных и меридианных напряжений сосуда :

1) $0 < y < h$

Оболочка - цилиндр

$\rho_t := \frac{D}{2}$ - Радиус кривизны окружной поверхности не зависит от высоты сосуда

$\rho_m := \infty$ - Радиус кривизны меридианной поверхности

Объем отсеченной части сосуда на уровне y

$$V(y) := \pi\left(\rho_t\right)^2\cdot(y-h)$$

Внутреннее давление в сосуде на уровне y давление воды и газа

$$p(y) := p_0 + \gamma\cdot(h-y)$$

Из уравнения Лапласа $\sigma_t = \frac{p\cdot\rho_t}{S}$

Окружные напряжения в оболочке

$$S\sigma_t(y) := p(y)\cdot\rho_t$$

Из условия равновесия нижней отсеченной части сосуда

Меридианные напряжения в оболочке

$$S\sigma_m(y) := \frac{p(y)\cdot\pi\cdot\rho_t^{\,2} + \gamma\cdot V(y)}{2\pi\cdot\rho_t}$$

Строим эпюры

$S\sigma_m(0) = 0.1\,m\cdot MPa$

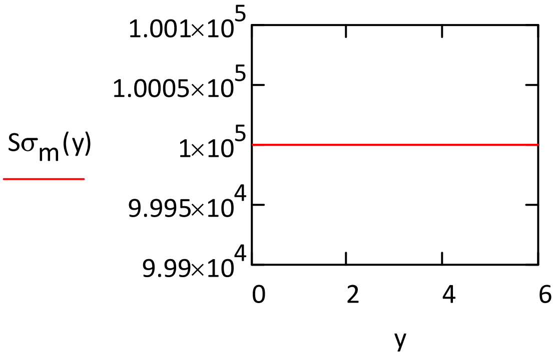
$S\sigma_m\left(\frac{h}{2}\right) = 0.1\,m\cdot MPa$

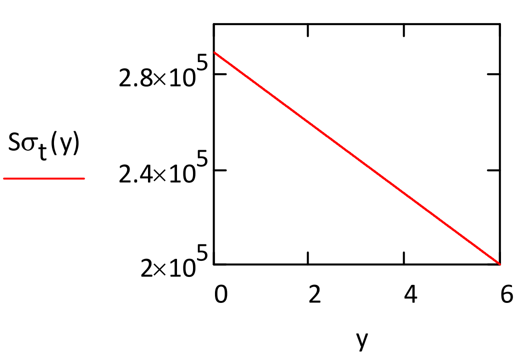
$S\sigma_m(h) = 0.1\,m\cdot MPa$

$S\sigma_t(0) = 0.288\,m\cdot MPa$

$S\sigma_t\left(\frac{h}{2}\right) = 0.244\,m\cdot MPa$

$S\sigma_t(h) = 0.2\,m\cdot MPa$





Дальше мы считать не можем т.к. не знаем силу реакций опорного кольца на уровне y1 , чтобы обойти это ограничение будем считать оставшуюся часть сосуда сверху вниз.

2) $0 < y < R$

Оболочка - полусфера

$\rho_t := R$ - Радиус кривизны окружной поверхности

$\rho_m := R$ - Радиус кривизны меридианной поверхности

Внутреннее давление в сосуде на уровне y — только давление газа

$p := p_0$ — не зависит от высоты сосуда

Из уравнения Лапласа $\sigma_t + \sigma_m = \frac{p\cdot R}{S}$

Газ создает симметричную нагрузку $\sigma_t = \sigma_m = \sigma$

Тогда преобразуем уравнение Лапласа $\sigma_t = \sigma_m = \frac{p\cdot R}{2S}$

Окружные напряжения в оболочке $S\sigma_t(y) := \frac{p\cdot R}{2}$

Меридиональные напряжения в оболочке $S\sigma_m(y) := \frac{p\cdot R}{2}$

Строим эпюры

$S\sigma_m(0) = 0.1\,m\cdot MPa$

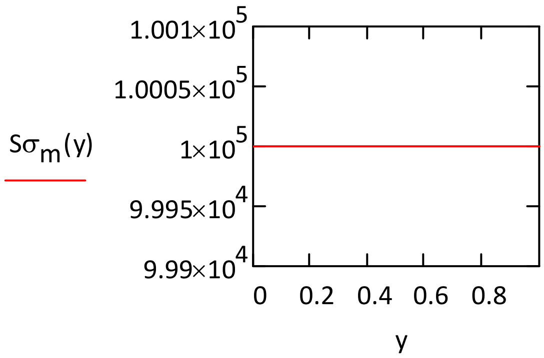
$S\sigma_m\left(\frac{R}{2}\right) = 0.1\,m\cdot MPa$

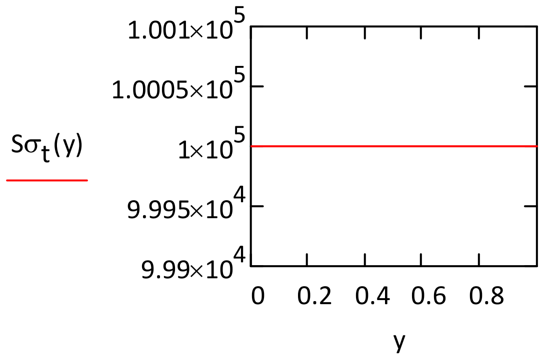
$S\sigma_m(R) = 0.1\,m\cdot MPa$

$S\sigma_t(0) = 0.1\,m\cdot MPa$

$S\sigma_t\left(\frac{R}{2}\right) = 0.1\,m\cdot MPa$

$S\sigma_t(R) = 0.1\,m\cdot MPa$





3) $R < y < R + H - h$

Оболочка - цилиндр

$\rho_t := \dfrac{D}{2}$ - Радиус кривизны окружной поверхности не зависит от высоты сосуда

$\rho_m := \infty$ - Радиус кривизны меридианной поверхности

Внутреннее давление в сосуде на уровне y давление воды и газа

$$p(y) := p_0$$

Из уравнения Лапласа $\sigma_t = \dfrac{p \cdot \rho_t}{S}$

Окружные напряжения в оболочке

$$S\sigma_t(y) := p_0 \cdot \rho_t$$

Из условия равновесия нижней отсеченной части сосуда

Меридианные напряжения в оболочке

$$S\sigma_m(y) := \frac{p(y) \cdot \pi \cdot {\rho_t}^2}{2\pi \cdot \rho_t}$$

Строим эпюры

$S\sigma_m(R) = 0.1\,m \cdot MPa$

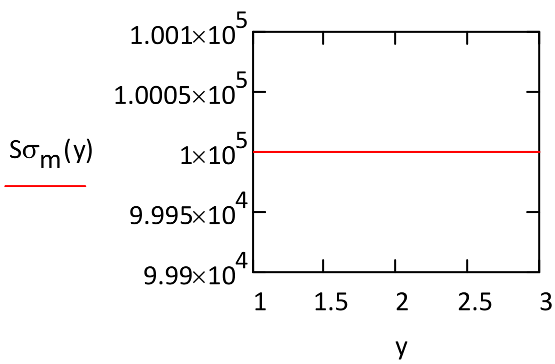
$S\sigma_m\left(R + \dfrac{H-h}{2}\right) = 0.1\,m \cdot MPa$

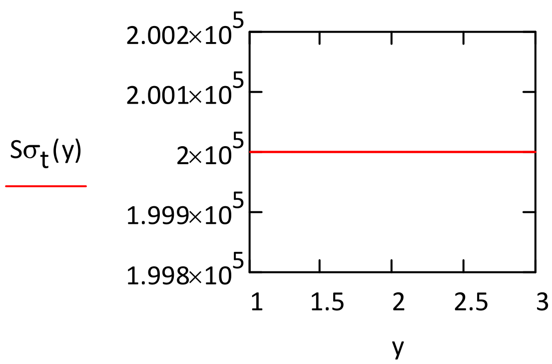
$S\sigma_m(R + H - h) = 0.1\,m \cdot MPa$

$S\sigma_t(R) = 0.2\,m \cdot MPa$

$S\sigma_t\left(R + \dfrac{H-h}{2}\right) = 0.2\,m \cdot MPa$

$S\sigma_t(R + H - h) = 0.2\,m \cdot MPa$





После построения эпюр стало ясно, что самое напряженное состояние в сечение 0 на дне сосуда

$$S\sigma_1 := 0.288 \cdot m \ \ MPa$$

$$S\sigma_2 := 0.1 \cdot m \ \ MPa$$

Мы так же можем расчитать для этой точки радиальное напряжение, оно будет равно гидростатическому давлению воды в этой точке

$$\sigma_3 := \gamma \cdot h + p_0 = 0.288 \cdot MPa$$

Найдем допустимое напряжение для нашего сосуда:

$$[\,\sigma\,] := \frac{\sigma_t}{n} = 100\,MPa$$

Найдем эквивалентное напряжение в сечении по 4-й теории прочности Мизеса

$$\sigma_э(S1) := \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{S\sigma_1}{S1} - \frac{S\sigma_2}{S1}\right)^2 + \left(\frac{S\sigma_1}{S1} - \sigma_3\right)^2 + \left(\frac{S\sigma_2}{S1} - \sigma_3\right)^2\right]}$$

Условие прочности: $\sigma_э(S1) \le [\,\sigma\,]$

Напишем функцию удовлетворяющее нашему условию только в нуле

$$H(S1) := [\,\sigma\,] - \sigma_э(S1)$$

Найдем корень этого уравнения , он и будет являться искомой толщиной сосуда

$$H(2.527090927mm) = -0.006\,Pa$$

Маткад не решает это уравнение, видимо натыкается на иррациональное число и не может его округлить.

$$S := 2.528mm$$

Из ГОСТа 6636-69 допустимо использовать толщину : $S \equiv 2.6mm$

$$\sigma_э(S) = 97.19\,MPa$$

Строим эпюры:

1) $0 < y < h$

$$\sigma_t(y) := \frac{S\sigma_t(y)}{S}$$

$$\sigma_m(y) := \frac{S\sigma_m(y)}{S}$$

$\sigma_m(0) = 38.462 \cdot MPa$

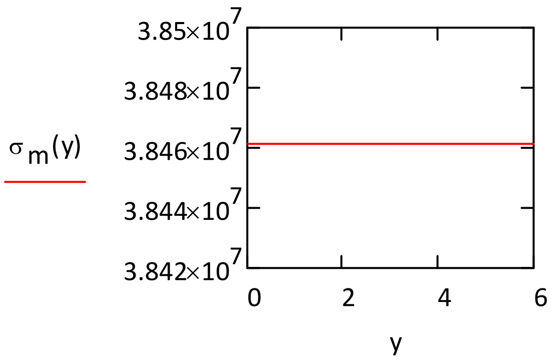
$\sigma_m\left(\frac{h}{2}\right) = 38.462 \cdot MPa$

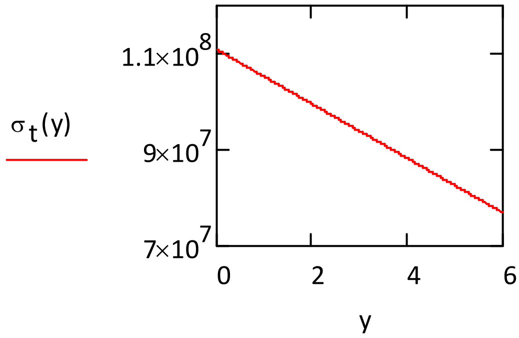
$\sigma_m(h) = 38.462 \cdot MPa$

$\sigma_t(0) = 110.87 \cdot MPa$

$\sigma_t\left(\frac{h}{2}\right) = 93.897 \cdot MPa$

$\sigma_t(h) = 76.923 \cdot MPa$





2) $0 < y < R$

$\sigma_m(0) = 38.462 \cdot MPa$

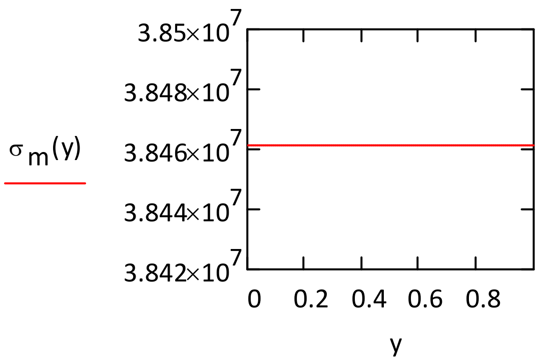
$\sigma_m\left(\frac{R}{2}\right) = 38.462 \cdot MPa$

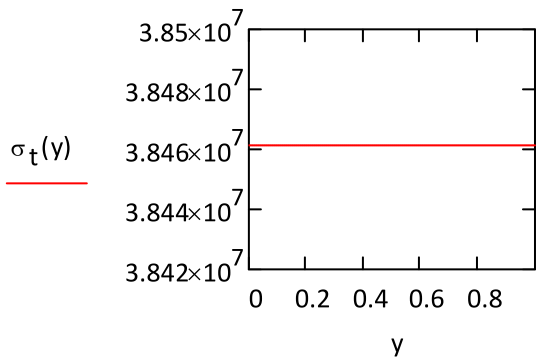
$\sigma_m(R) = 38.462 \cdot MPa$

$\sigma_t(0) = 38.462 \cdot MPa$

$\sigma_t\left(\frac{R}{2}\right) = 38.462 \cdot MPa$

$\sigma_t(R) = 38.462 \cdot MPa$





3) $R < y < R + H - h$

$\sigma_m(R) = 38.462 \cdot MPa$

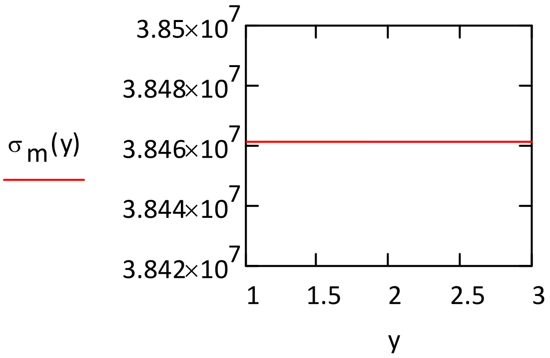
$\sigma_m\left(R + \frac{H-h}{2}\right) = 38.462 \cdot MPa$

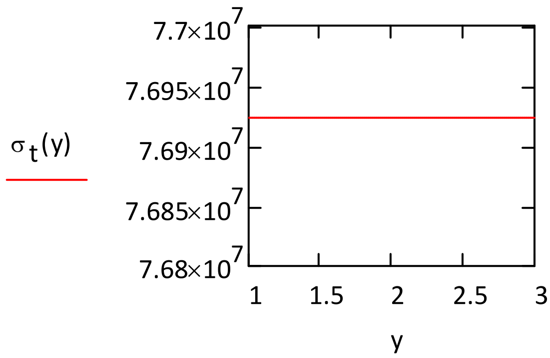
$\sigma_m(R + H - h) = 38.462 \cdot MPa$

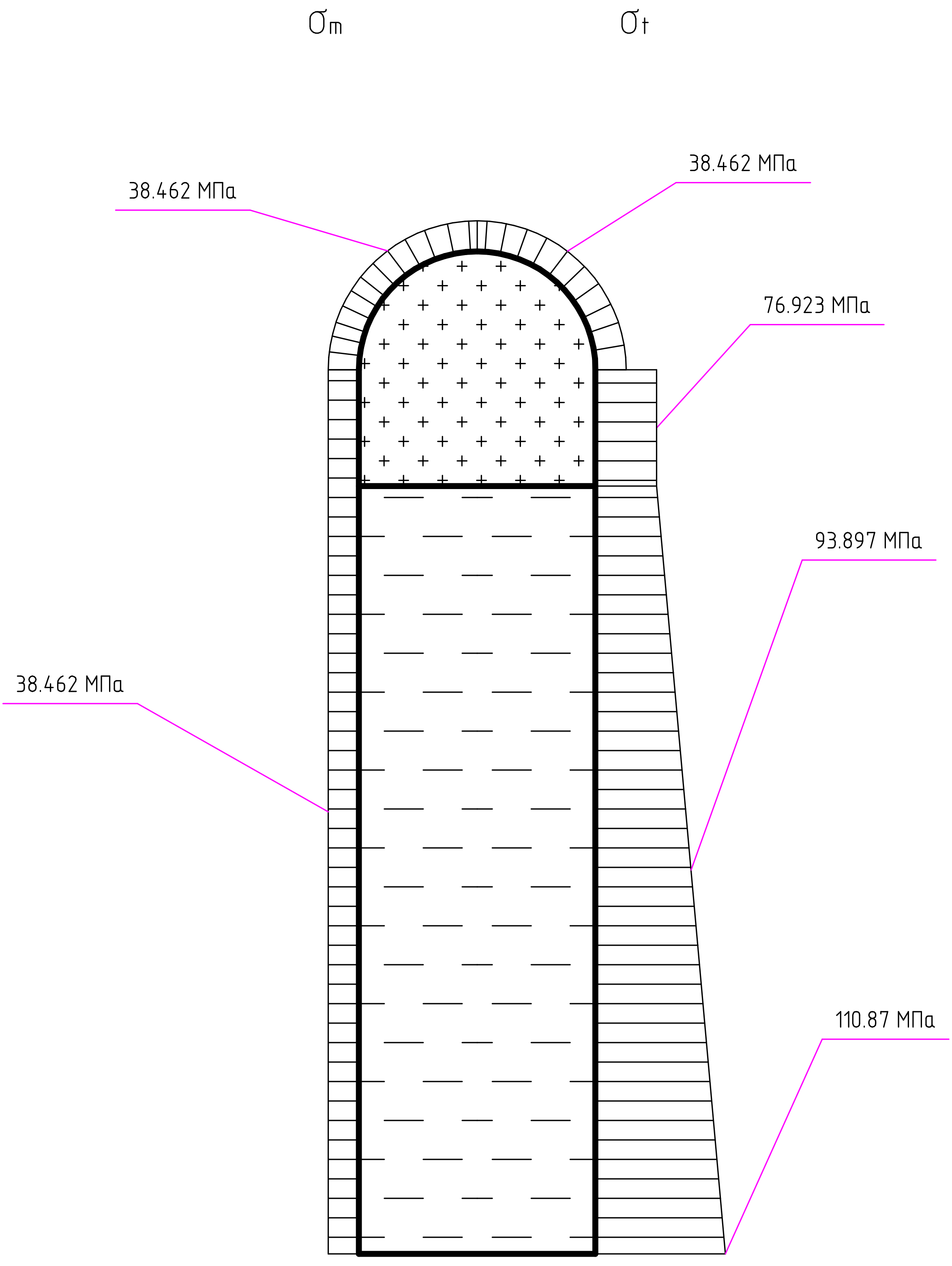
$\sigma_t(R) = 76.923 \cdot MPa$

$\sigma_t\left(R + \frac{H-h}{2}\right) = 76.923 \cdot MPa$

$\sigma_t(R + H - h) = 76.923 \cdot MPa$







σm
σt
38.462 МПа
38.462 МПа
76.923 МПа
93.897 МПа
38.462 МПа
110.87 МПа