

## ЗАДАЧА № 5 «РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ»

На рисунке 1 приведена схема электрической цепи. В таблице приведены значения параметров элементов и напряжение источника питания. Необходимо определить законы изменения токов и напряжений на всех элементах цепи в переходном режиме при включении ключа **К**. Построить графики изменения напряжений и токов. Задачу решить классическим методом.

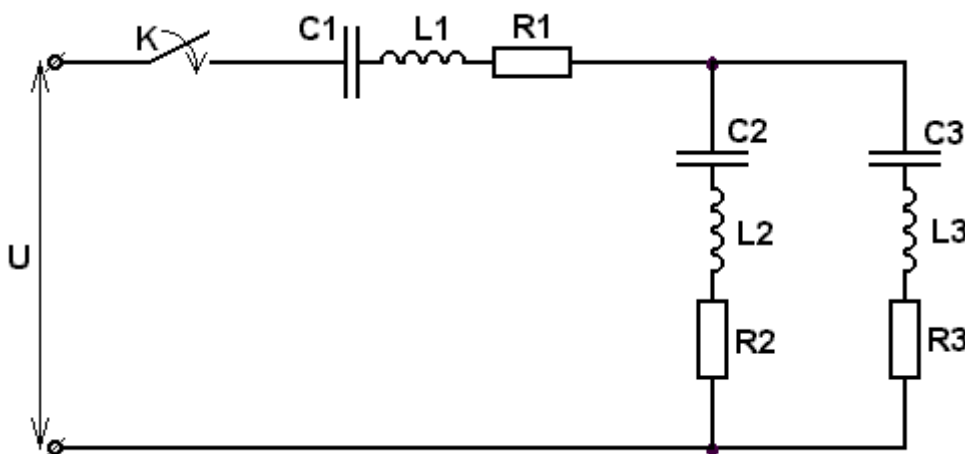


Рис.1 Обобщенная электрическая схема цепи

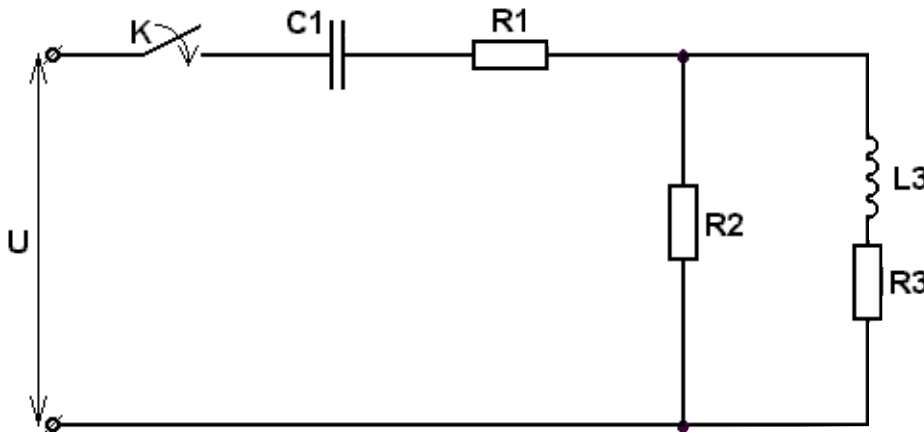
При расчете переходных процессов классическим методом можно использовать все известные способы расчета электрических цепей. Составляются дифференциальные уравнения для момента времени непосредственно после коммутации  $t(0+)$ . Совместное решение этих уравнений приводит к линейному уравнению соответствующего порядка относительно одного из неизвестных токов. Наиболее часто в задании получается линейное неоднородное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами.

Таблица

№ п/п	U, В	R <sub>1</sub> , Ом	R <sub>2</sub> , Ом	R <sub>3</sub> , Ом	L <sub>1</sub> , Гн	L <sub>2</sub> , Гн	L <sub>3</sub> , Гн	C <sub>1</sub> , Ф · 10 <sup>-6</sup>	C <sub>2</sub> , Ф · 10 <sup>-6</sup>	C <sub>3</sub> , Ф · 10 <sup>-6</sup>
7	660	4	10	8	0	0	1,5	500	∞	∞

**Решение**

Упрощенная схема цепи:



Независимые начальные условия согласно законам коммутации:

$$u_{C1}(0^-) = u_{C1}(0^+) = 0;$$

$$i_3(0^-) = i_3(0^+) = 0.$$

Зависимые начальные условия:

$$i_1(0^+) = i_2(0^+) = U / (R_1 + R_2) = 660 / (4 + 10) = 47,14 \text{ A}.$$

Система уравнений цепи для мгновенных значений:

$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ \frac{1}{C_1} \int i_1 dt + R_1 i_1 + R_2 i_2 = U \\ R_2 i_2 - L_3 \frac{d}{dt} i_3 - R_3 i_3 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Уравнение производной тока  $i_3$ :

$$\frac{d}{dt} i_3 = 1/L_3 \cdot (R_2 i_2 - R_3 i_3) \quad (2)$$

Общее решение для тока  $i_3$ :

$$i_3(t) = i_{3y} + i_{3,cb}(t).$$

Установившееся значение тока  $i_3$ :

$$i_{3y} = 0.$$

Общее выражение свободной составляющей тока  $i_3$ :

$$i_{3,cb}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}.$$

Коэффициент затухания переходного процесса  $p$  определим из характеристического уравнения цепи:

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ \frac{1}{C_1 p} + R_1 & R_2 & 0 \\ 0 & R_2 & -(R_3 + L_3 p) \end{vmatrix} = -R_2(R_3 + L_3 p) - R_2 \left( \frac{1}{C_1 p} + R_1 \right) - (R_3 + L_3 p) \cdot \left( \frac{1}{C_1 p} + R_1 \right) =$$

$$= -R_2 R_3 - R_2 L_3 p - \frac{R_2}{C_1 p} - R_1 R_2 - \frac{R_3}{C_1 p} - \frac{L_3}{C_1} - R_1 R_3 - R_1 L_3 p = 0 \rightarrow$$

$$R_2 R_3 C_1 p + (R_2 L_3 C_1 + C_1 R_1 L_3) p^2 + R_2 + R_1 R_2 C_1 p + R_3 + L_3 p + C_1 R_1 R_3 p = 0 \rightarrow$$

$$(R_2 L_3 C_1 + C_1 R_1 L_3) p^2 + (R_2 R_3 C_1 + R_1 R_2 C_1 + L_3 + C_1 R_1 R_3) p + R_2 + R_3 = 0 \rightarrow$$

$$1,05 \cdot 10^{-2} p^2 + 1,576 p + 18 = 0,$$

решение которого дает:

$$p_{1,2} = \begin{Bmatrix} -137,64 \\ -12,45 \end{Bmatrix}.$$

Коэффициенты  $A_1$  и  $A_2$  можно найти из системы уравнений:

$$\begin{cases} i_3(0) = A_1 + A_2 \\ \left. \frac{di_3}{dt} \right|_{t=0} = A_1 p_1 + A_2 p_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0 = A_1 + A_2 \\ R_2 \cdot i_2(0) / L_3 = A_1 p_1 + A_2 p_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0 = A_1 + A_2 \\ 314,286 = -137,64 A_1 - 12,45 A_2 \end{cases} \rightarrow$$

$$A_{1,2} = \begin{Bmatrix} -2,51 \\ 2,51 \end{Bmatrix}.$$

Таким образом, функция тока  $i_3$  будет иметь вид:

$$i_3(t) = -2,51 e^{-137,64t} + 2,51 e^{-12,45t} \text{ A.}$$

Функция напряжения  $u_{L3}$ :

$$u_{L3}(t) = L_3 \frac{di_3}{dt} = 1,5 \cdot (2,51 \cdot 137,64 \cdot e^{-137,64t} - 2,51 \cdot 12,45 e^{-12,45t}) =$$

$$= 518,33 e^{-137,64t} - 46,9 e^{-12,45t} \text{ B.}$$

Функция напряжения  $u_3$  согласно второму закону Кирхгофа:

$$u_3(t) = u_{L3}(t) + R_3 i_3 = 518,33 e^{-137,64t} - 46,9 e^{-12,45t} +$$

$$+ 8 \cdot (-2,51 e^{-137,64t} + 2,51 e^{-12,45t}) = 498,25 e^{-137,64t} - 26,82 e^{-12,45t} \text{ B.}$$

Функция тока  $i_2$  будет иметь вид:

$$i_2(t) = u_3(t) / R_2 = 0,1 \cdot (498,25 e^{-137,64t} - 26,82 e^{-12,45t}) = 49,82 e^{-137,64t} - 2,682 e^{-12,45t} \text{ A.}$$

Функция тока  $i_1$  согласно первому закону Кирхгофа будет иметь вид:

$$i_1(t) = i_2(t) + i_3(t) = 49,82 e^{-137,64t} - 2,682 e^{-12,45t} - 2,51 e^{-137,64t} + 2,51 e^{-12,45t} =$$

$$= 47,31 e^{-137,64t} - 0,171 e^{-12,45t} \text{ A.}$$

Функция напряжения  $u_{R1}$ :

$$u_{R1}(t) = R_1 \cdot i_1(t) = 4 \cdot (47,31 e^{-137,64t} - 0,171 e^{-12,45t}) = 189,26 e^{-137,64t} + 0,685 e^{-12,45t} \text{ B.}$$

Функция напряжения  $u_{R2}$ :

$$u_{R2}(t) = R_2 \cdot i_2(t) = 10 \cdot (49,82 e^{-137,64t} - 2,682 e^{-12,45t}) = 498,25 e^{-137,64t} + 26,82 e^{-12,45t} \text{ B.}$$

Функция напряжения  $u_{R3}$ :

$$u_{R3}(t) = R_3 \cdot i_3(t) = 8 \cdot (-2,51 e^{-137,64t} + 2,51 e^{-12,45t}) = -20,08 e^{-137,64t} + 20,08 e^{-12,45t} \text{ В.}$$

Функция напряжения  $u_{C1}$  согласно второму закону Кирхгофа:

$$u_{C1}(t) = U - u_{R1}(t) - u_3(t) = 660 - 189,26 e^{-137,64t} + 0,685 e^{-12,45t} - 498,25 e^{-137,64t} + 26,82 e^{-12,45t} = 660 - 687,5 e^{-137,64t} + 27,5 e^{-12,45t} \text{ В.}$$

Графики переходных функций токов и напряжений цепи:

