**Автоматизированные информационные системы**.

1. Записать модель, двойственную к следующей задаче линейного программирования

$$2X\_{1}+ 5X\_{2}+7X\_{3} \rightarrow max, $$

$$2X\_{1}+ 3X\_{2}+3X\_{3} \leq 15, $$

$$3X\_{1}+6X\_{2}+5X\_{3} \leq 12,$$

$$4X\_{1}+ 6X\_{2}+11X\_{3} \leq 10,$$

$$X\_{j}\geq 0 \left(j=1,2,3\right)$$

**Решение:**

$$15Y\_{1}+ 12Y\_{2}+10Y\_{3}\rightarrow min$$

$$2Y\_{1}+3Y\_{2}+4Y\_{3} \geq 2$$

$$3Y\_{1}+6Y\_{2}+6Y\_{3} \geq 5$$

$$3Y\_{1}+5Y\_{2}+11Y\_{3} \geq 7$$

$$Y\_{i}\geq 0 \left(i=1,2,3\right)$$

2. Построить графически линии равного уровня целевой функции для следующей модели линейного программирования

$$2X\_{1}+ 5X\_{2} \rightarrow max, $$

$$2X\_{1}+ 3X\_{2} \leq 15,$$

$$3X\_{1}+ 6X\_{2} \leq 12,$$

$$4X\_{1}+ 6X\_{2} \leq 10,$$

$$X\_{j}\geq 0 \left(j=1,2,3\right)$$

Решение



Жирной линией обведён треугольник области допустимых значений.

Штриховой линией показана линия равного уровня, её уравнение:

2 X1 + 5 X2 = 1

Потенциальным решением оптимизационной задачи будут точки

X1= 2,5 X2 = 0

И

X1 = 0 X2 = 1,67

3. Записать математическую модель и матрицу для следующей сети задачи о назначениях:



**Решение**

Матрица для задачи о назначениях

|  |
| --- |
|  → исполнители |
| ↓работы | 2 | 8 | 9 |
| 4 | 7 | 2 |
| 1 | 6 | 3 |

Математическая модель задачи о назначениях

ЦФ:

 $2 x\_{11}+ 8 x\_{12}+9 x\_{13}+4 x\_{21}+7 x\_{22}+2 x\_{23}+1x\_{31}+6 x\_{32}+3 x\_{33 }\rightarrow min$

Ограничения:

$$ x\_{11}+ x\_{12}+ x\_{13}=1$$

$$x\_{21}+ x\_{22}+ x\_{23}=1$$

$$x\_{31}+ x\_{32}+ x\_{33}=1$$

2-е ограничение:

$$x\_{11}+ x\_{21}+ x\_{31}=1$$

$$x\_{12}+ x\_{22}+ x\_{32}=1$$

$$x\_{13}+ x\_{23}+ x\_{33}=1$$

3-е ограничение:

$$x\_{ij}=\left\{\begin{array}{c}1, если i работа выполняется j работнком\\0, в других случаях\end{array}\right\}$$

$i=\overbar{1, n } $*и* $j=\overbar{1, n }$

4. Задача о назначениях задана следующей матрицей:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 2 | 5 | 8 | 3 |
| 4 | 7 | 2 | 7 |
| 1 | 6 | 3 | 2 |
| 4 | 3 | 5 | 7 |

Требуется записать математическую модель и построить соответствующую сеть.

**Решение:**

ЦФ:

 $2 x\_{11}+ 5 x\_{12}+8 x\_{13}+3 x\_{14}+4 x\_{21}+7 x\_{22}+2 x\_{23}+7 x\_{24}+1x\_{31}+6 x\_{32}+3 x\_{33 }+2 x\_{34}+4 x\_{41 }+3 x\_{42}+5 x\_{43}+7 x\_{44}\rightarrow min$

Ограничения:

$$x\_{11}+ x\_{12}+ x\_{13}+ x\_{14}=1$$

$$x\_{21}+ x\_{22}+ x\_{23}+ x\_{24}=1$$

$$x\_{31}+ x\_{32}+ x\_{33}+ x\_{34}=1$$

$$x\_{41}+ x\_{42}+ x\_{43}+ x\_{44}=1$$

2-е ограничение:

$$x\_{11}+ x\_{21}+ x\_{31}+ x\_{41}=1$$

$$x\_{12}+ x\_{22}+ x\_{32}+ x\_{42}=1$$

$$x\_{13}+ x\_{23}+ x\_{33}+ x\_{43}=1$$

$$x\_{14}+ x\_{24}+ x\_{34}+ x\_{44}=1$$

3-е ограничение:

$$x\_{ij}=\left\{\begin{array}{c}1, если i работа выполняется j работнком\\0, в других случаях\end{array}\right\}$$

$i=\overbar{1, n } $*и* $j=\overbar{1, n }$

Соответствующая модель:



5. Записать математическую модель для следующей сети:



Привести пример содержательной формулировки задачи, которой соответствует данная математическая модель.

**Решение:**

ЦФ:
$$3 x\_{12}+ 4 x\_{24}+6 x\_{14.}+2 x\_{13}+2 x\_{34}\rightarrow min$$

Ограничения:

1. $3 x\_{12}+2 x\_{13}+6 x\_{14}=1$
2. $-3 x\_{12}+4 x\_{24}=0$
3. $-2 x\_{13}+2 x\_{34}=0$
4. $-4 x\_{24}-6 x\_{14}-2 x\_{34}=-1$

$$x\_{ij}\geq 0 (i=1,2,3 j=2,3,4)$$

Пример содержательной формулировки. Пусть узел 1 является месторождением, где добывают медную руду. Необходимо доставить руду на обогатительный завод. Доставка возможна как на прямую, либо через промежуточные узлы.

6. Дана матрица условий классической задачи:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **ПН****ПО**  | **3** | **4** | **5** | **Поставки** |
| **1** |  2 |  | 4  |  | 5  |  |   |
|  |  |  | **7** |
| **2** | 3  |  | 1  |  |  3 |  | **8** |
|  |  |  |
| **Спрос** | **4** | **5** | **6** | **15** |

Требуется записать соответствующую математическую модель и построить сеть.

**Решение:**

Целевая функция

$$2 x\_{13}+ 4 x\_{14}+5 x\_{15}+3 x\_{23}+1 x\_{24}+3 x\_{25}\rightarrow min$$

Ограничение по предложению:

$$x\_{13}+ x\_{14}+ x\_{15}=7$$

$$x\_{23}+ x\_{24}+ x\_{25}=8$$

Ограничение по спросу:

$$x\_{13}+ x\_{23}=4$$

$$x\_{14}+ x\_{24}=5$$

$$x\_{15}+ x\_{25}=6$$

$x\_{ij}\geq 0, i=\overbar{1,2} , j=\overbar{\overbar{3,4,5}}$Сеть:

