Методические указания к лабораторным работам по дисциплине “Теория автоматического управления” предназначены для студентов, обучающихся по бакалаврской программе 445232 “Бакалавр инженерных наук в области электроники”, дневной, вечерней и заочной форм обучения. В настоящие указания входят две лабораторных работы по теории непрерывных линейных систем автоматического управления с изложением целей выполнения каждой из них, необходимого теоретического материала, порядка и особенностей выполнения работ в среде MatLab 5.2, требований к оформлению и содержанию отчета по каждой из работ и варианты индивидуальных заданий. каждый из студентов, выполнивших полностью задание, представляет преподавателю индивидуальный отчет и защищает его, что является основанием для зачтения работы.

В подготовке материалов Методических указаний в части моделирования систем автоматического управления и апробации вариантов индивидуальных заданий принимали участие студенты Роман Кивленок, Александр Шевчик и Павел Трусковский.

Содержание

Лабораторная работа N1

“ ИССЛЕДОВАНИЕ ТИПОВЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗВЕНЬЕВ САУ”

1.1. Цель работы:

- Исследование характеристик типовых динамических звеньев;
- Экспериментальное исследование влияния параметров типовых звеньев САУ на их частотные и временные характеристики.

1.2. Математическое описание типовых звеньев систем радиоавтоматики.

Замкнутые автоматические системы часто содержат в своем составе сложные динамические устройства, которые описываются дифференциальными уравнениями высокого порядка. Для облегчения математического исследования таких систем, сложные звенья представляются совокупностью более простых (элементарных) звеньев, описываемых уравнениями не выше второго порядка:

$$(a_2p^2+a_1p+a_0)y(t)=k(b_1p+b_0)x(t) \tag{1.1}$$

где $p = d/dt,$ и имеют передаточную функцию вида:

$$W(p)=\frac{y(t)}{x(t)}=k\frac{b_1p+b_0}{a_2p^2+a_1p+a_0}, \tag{1.2}$$

где $p = c + j\omega$.

Такие звенья называют типовыми. В (1.1) и (1.2) некоторые коэффициенты могут быть равны нулю. При обращении в нуль тех или иных коэффициентов изменяется вид уравнения и вид соответствующей ему передаточной функции, что отражает факт изменения динамических свойств звеньев. В соответствии с этим звенья САУ классифицируются по виду их дифференциальных уравнений или, что тоже самое, по виду их передаточных функций.

В лабораторной работе представлены для исследования следующие элементарные динамические звенья:

безынерционное звено,
апериодическое звено первого порядка,
колебательное звено,
идеальное дифференцирующее звено,
инерционное дифференцирующее звено,
идеальное интегрирующее звено,
инерционное интегрирующее звено,

1.2.1. Апериодическое звено первого порядка. Апериодическим звеном первого порядка называют звено, описываемое дифференциальным уравнением первого порядка:

$$(Tp+1)y(t)=kx(t), \tag{1.3}$$

полученное из (1.1) при $b_1 = 0,$ $b_0 = 1,$ $a_2 = 0,$ $a_1 = T,$ $a_0 = 1,$ где $a_1 = T$ - постоянная времени звена; $p = d/dt$, k - коэффициент передачи звена.

К апериодическим звеньям относятся многие элементы систем управления - исполнительные двигатели, усилители мощности, магнитные усилители и т. д. Апериодические звенья являются наиболее распространенными типовыми звеньями в составе автоматических систем управления.

Из (1.3) для рассматриваемого звена получаем

$$W(p) = \frac{y(t)}{x(t)} = \frac{k}{1+Tp}, \tag{1.4}$$

откуда подставляя $p=j\omega$ и раделяя $W(j\omega)$ на действительную $P(j\omega)$ и мнимую $Q(j\omega)$ части находим модуль и фазу передаточной функции (амплитудно - частотную и фазо - частотную характеристики) этого звена:

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = \frac{k}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}} = \frac{k}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\omega}{\omega_1}\right)^2}}, \tag{1.5}$$

$$\psi(\omega) = arctg\frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = -arctg(\omega T) = -arctg\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2 \ (\omega > 0), \tag{1.6}$$

где $\omega_1 = 1/T$ - сопряженная частота апериодического звена,

$$P(\omega) = \operatorname{Re} W(j\omega) = \frac{k}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\omega}{\omega_1}\right)^2}}, \qquad Q(\omega) = \operatorname{Im} W(j\omega) = -\frac{k\omega T}{1+\omega^2 T^2}$$

вещественная и мнимая составляющие комплексного коэффициента передачи .

На рис 1.1. изображен годограф вектора комплексного коэффициента передачи апериодического звена.

Переходную характеристику апериодического звена получаем используяз выражение (1.4) как реакцию на единичное входное воздействие:

$$g(t) = L^{-1}\left[\frac{1}{p}W(p)\right] = k(1-e^{-t/T})1(t),$$

которая имеет апериодический (непериодический) характер т.е. выходная величина апериодического звена при ступенчатом входном воздействии изменяется монотонно, асимптотически приближаясь к своему установившемуся значению. Практически длительность переходной характеристики оценивают величиной $t_n=3T$, при этом $g(t_n) = 0.95g(\infty)$.

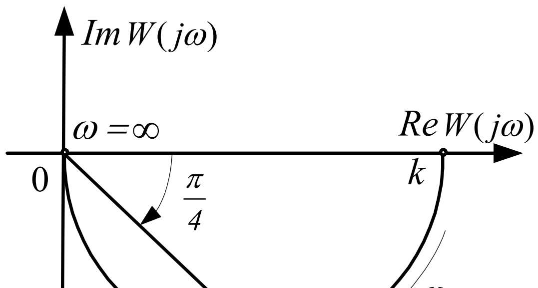


Рис.1.1.Годограф вектора $W(j\omega)$ апериодического звена

1.2.2. Безынерционное звено. По мере уменьшения постоянной времени T апериодического звена уменьшается длительность переходной характеристики ($t_n=3T$) и расширяется его полоса пропускания $\Delta\omega_{np}=\omega_1=T^{1}$. В этом случае переходная характеристика звена, являющаяся откликом на входное воздействие в виде единичной ступенчатой функции, приближается по своему характеру к этой ступенчатой функции. В пределе (при $T \to 0$) выходная функция звена $y(t)$ в точности воспроизводит (в соответствующем масштабе) входную функцию *x(t)* т.е. при $T = 0$ из (3) получаем:

$$y(t) = kx(t) \tag{1.7}$$

Звено, выходная величина которого в каждый момент времени пропорциональна входной величине, называют безынерционным. Из изложенного следует, что длительность переходных процессов в безынерционном звене равна нулю, а его полоса пропускания бесконечно велика.

Практически к числу безынерционных звеньев относят любое устройство, полоса пропускания которого значительно превышает ширину спектра входного воздействия. Свойствами безынерционного звена обычно обладают такие элементы динамических систем, как дискриминаторы, широкополосные усилители, потенциометры, механические редукторы и т.д.

Из (1.7) получаем передаточную функцию, частотные и временные характеристики безынерционного звена:

$$W(p) = k = const; \quad A(\omega) = k; \ \varphi(\omega) = 0;$$

$$h(t) = k\times 1(t); \quad g(t) = k\times\delta(t).$$

$$t < 0$$

$$t \geq 0$$

Как это следует из приведенных выражений, АФХ (годограф вектора комплексного коэффициента передачи) безынерционного звена $W(j\omega)$ вырождается в точку, лежащую на вещественной полуоси комплексной плоскости на расстоянии k от начала координат. АЧХ безынерционного звена есть бесконечная прямая, параллельная оси частот, что характеризует бесконечно широкую его полосу пропускания.

1.2.3. Колебательное звено. Колебательное звено описывается уравнением второго порядка, которое при значениях коэффициентов в выражении (1.1) $b_1 = 0$ $b_1 = 1$, $a_2 = T^2$, $a_1 = 2\zeta T$, $a_1 = 1$ принимает вид:

$$(p^2 + 2\zeta\omega_0 T + \omega^2) z_2(t) = k\omega_0 x_1(t), \tag{1.8}$$

или

$$(T^2 p^2 + 2\zeta T p + 1) z_2(t) = kx_1(t) \tag{1.9}$$

где T - постоянная времени; ζ - коэффициент затухания; $\omega_0 = 1/T$ - собственная частота незатухающих колебаний; k - коэффициент передачи звена.

Примерами колебательного звена могут служить: резонансный *RLC* - контур; акселерометр (измеритель ускорений), представляющий собой механическую колебательную систему, и т.д.

Колебательные звенья радиотехнических устройств, обладающих резко выраженными резонансными свойствами, имеют весьма малые значения коэффициента затухания ($\zeta \sim 10^{-2}$). Колебательные звенья автоматических систем имеют значения коэффициента затухания, близкие к единице ($\zeta = 0,5...0,8$).

Из (1.8) и (1.9) при $T = 1/\omega_0$ получаем:

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\zeta T p + 1} = \frac{k\omega_0^2}{p^2 + 2\zeta\omega_0 p + \omega_0^2},$$

откуда делая подстановку $p = j\omega$, разделяя действительную и мнимую части комплексного коэффициента передачи *W(jω)* находим выражения для АЧХ и ФЧХ колебательного звена:

$$A(\omega)=\sqrt{P^2(\omega)+Q^2(\omega)}=\frac{k}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2+4\zeta^2\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}}=\frac{k}{\sqrt{(1-\nu^2)^2+4\zeta^2\nu^2}}$$

$$\psi(\omega)=arctg\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}=-arctg\left(\frac{2\zeta}{1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}\right)=-arctg\left(\frac{2\zeta\nu}{1-\nu^2}\right),\ \text{при}\quad \omega>0,$$

где $\nu=\omega/\omega_0$ - относительная частота.

На рис..3. представлен годограф вектора *W(j ω)* колебательного звена, соответствующий приведенным выше выражениям.

Переходная функция:

$$g(t)=k\left[1-e^{-\zeta\omega_0 t}\left(\cos(\lambda t)+\frac{\zeta\omega_0}{\lambda}\sin(\lambda t)\right)\right]1(t)$$

здесь $\lambda=\omega_0\sqrt{1-\zeta^2}$ - частота затухающих колебаний.

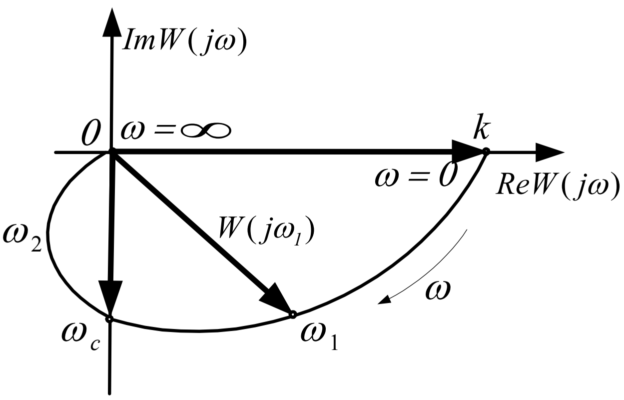


Рис.1.3. Годограф вектора $W(j\omega)$ колебательного звена

Длительность переходного процесса обычно принимают $t_n=3/(\zeta\omega_0)$.

По мере приближения коэффициента ζ к единице, колебательный характер переходной характеристики становится менее выраженным. При этом уменьшается частота затухающих колебаний и уменьшается длительность переходного процесса. При значениях $\zeta\geq 1$ корни характеристического уравнения становятся вещественными, и переходная характеристика звена вырождается в апериодическую кривую. Колебательное звено превращается в апериодическое звено второго порядка.

1.2.4. Идеальное дифференцирующее звено. Идеальным дифференцирующим звеном называется звено, выходная величина которого пропорциональна производной входной величины, т.е. $y(t)=kpx(t)$, где $p=d/dt$.

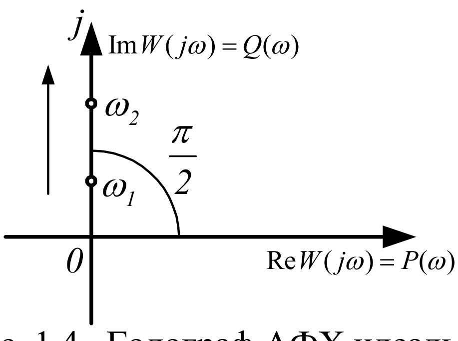


Рис. 1.4. Годограф АФХ идеального дифференцирующего звена

Из (1.2) при значениях коэффициентов $b_0=a_2=a_1=0$ и $a_1=b_1=1$ получим

выражение передаточной функцию в виде:

$$W(p)=\frac{Y(p)}{X(p)}=kp, \qquad (1.10)$$

где *k* - коэффициент передачи, имеющий раз-мерность $[k]=[y][x]^{-1}[t]$, а $p=c+j\omega$.

Из (1.10) находим частотные и времен-ные характеристики звена:

$$A(\omega) = k\omega, \quad \psi(\omega) = \pi/2 \text{ при } \omega>0,$$
$$g(t)=k\delta(t).$$

Годограф вектора $W(j\,\omega)$ рассматриваемого звена представлен на рис. 1.4.

Передаточная функция (1.10) не удовлетворяет условиям физической реализуемости, в силу чего такое звено, часто, называют **идеальным**. Единственным примером такого звена является тахогенератор, выходное напряжение которого пропорционально частоте вращения якоря $\Omega(t)$, т.е.

$$U = k_T \Omega(t),$$

откуда переходя к углу поворота якоря $\alpha(t)$ получим

$$U = k_T \frac{d\alpha(t)}{dt},$$

т.е. имеем передаточную функцию идеального дифференцирующего звена.

1.2.5. Инерционное дифференцирующее звено. Реальные дифференцирующие устройства не являются идеальными дифференцирующими звеньями, а принадлежат к числу инерционных дифференцирующих звеньев, описываемых дифференциальным уравнением вида:

$$(Tp+1)x_2(t) = kpx_1(t), \qquad (1.11)$$

где T - постоянная времени, $p = d/dt$, k – коэффициент передачи, размерности $[k]=[x_2][x_1]^{-1}[t]$.

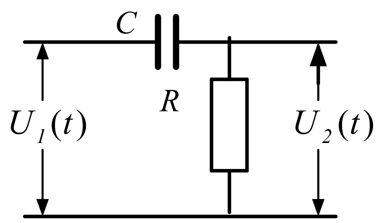


Рис. 1.5. Пример инерционного дифференцирующего звена

Передаточную функцию звена получим из (1.11):

$$W(p) = \frac{kp}{1+Tp}, \qquad (1.12)$$

откуда для составляющих вектора комплексного коэффициента передачи найдем:

$$P(\omega) = \frac{\omega^2 kT}{1+(\omega T)^2}, \qquad Q(\omega) = \frac{k\omega}{1+(\omega T)^2}.$$

Соответственно для частотных характеристик инерционного дифференцирующего звена из (1.12) получим:

$$A(\omega) = \frac{k\omega}{\sqrt{1+(\omega T)^2}}, \qquad \psi(\omega) = \frac{\pi}{2} - arctg(\omega T)$$

Примером инерционного дифференцирующего звена является дифференцирующая RC – цепочка, для которой в соответствии с рис. 1.5. при $k = T = RC$ легко можно получить: $U_2(p) = \frac{RCp}{1+RCp} U_1(p)$

1.2.6. Дифференцирующее звено первого порядка (форсирующее звено)

Дифференцирующее звено первого порядка или форсирующее звено представляет собой параллельное соединение безынерционного и идеального дифференциирующего звеньев.

Учитывая это для передаточной функции звена запишем

$$W(p) = W_1(p) + W_2(p) = k_1 + k_2 p = k(1 + pT),$$

где $W_1(p)=k_1$ передаточная функция безынерцион-ного звена, $W_2(p) = k_2 p$ идеального

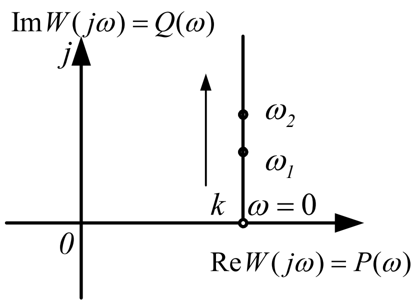


Рис. 1.6. Годограф АФХ форсирующего звена

дифференцирующего звена, а T= k_2 / k_1 его постоянная времени в составе форсирующего звена.

Как и идеальное дифференцирующее звено, форсирующее звено может быть реализовано лишь приближенно.

Из выражения передаточной функции найдем:

$$P(\omega) = k, \quad Q(\omega) = kT\omega$$

и соответственно

$$A(\omega) = k\sqrt{1 + (\omega T)^2}, \; \psi(\omega) = arctg(\omega T).$$

Годограф фазочастотной характеристики рассматриваемого звена представлен на рис 1.6.

1.2.7. Интегрирующее звено.

Идеальным интегрирующим звеном называют звено, выходная величина которого пропорциональна интегралу от входной величины:

$$x_2(t) = k\int_0^t x_1(t)dt \qquad (1.13)$$

где k - коэффициент пропорциональности размерности $[k] = [x_2][x_1]^{-1}[t]$.

Применяя к выражению (1.13) преобразование Лапласа получим

$$Y(p) = \frac{k}{p} X(p),$$

откуда для передаточной функции имеем:

$$W(p) = \frac{X_2(p)}{X_1(p)} = \frac{k}{p} \qquad \mathbf{(1.14)}$$

Примерами такого звена является электродвигатель (без учета электромеханической постоянной времени), интегрирующая RC- цепь с большой постоянной времени, операционный усилитель, с конденсатором в цепи обратной связи, полосовой усилитель при ширине спектра водного воздействия превышающей полосу пропускания и др..

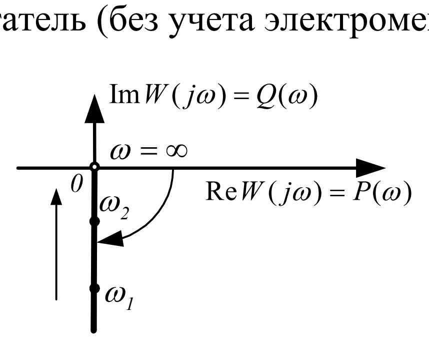


Рис. 1.7 Годограф АФХ интегрирующего звена

Вещественная и мнимая составляющие коэффициента передачи соответственно равны

$$P(\omega) = 0 \quad \text{и} \quad Q(\omega) = -k/\omega,$$

откуда получим:

$$A(\omega) = \frac{k}{\omega} \quad \text{и} \quad \psi(\omega) = -\frac{\pi}{2} \;\; \text{при} \;\; \omega > 0$$

На рис. 1.7. показан годограф комплексного коэффициента передачи интегрирующего звена.

Переходная и импульсная характеристики звена соответственно равны:

$$h(t) = kt\,1(t), \quad g(t) = k\,1(t)$$

1.2.8. Инерционное интегрирующее звено. В автоматических системах часто встречается звено, являющееся результатом последовательного соединения идеального интегрирующего звена и апериодического звена, и, называемое инерционным интегрирующим звеном. Передаточная функция такого звена имеет вид:

$$W(p) = \frac{k}{p(1+Tp)} \tag{1.15}$$

где k и T - соответственно коэффициент передачи и постоянная времени.

Из выражения (1.15) получим для амплитудно-частотной характеристики:

$$A(\omega) = \frac{k}{\omega\sqrt{1+T^2\omega^2}},$$

для фазо-частотной характеристики:

$$\psi(\omega) = -\frac{\pi}{2} - arctg(\omega T), \text{ где } \omega > 0$$

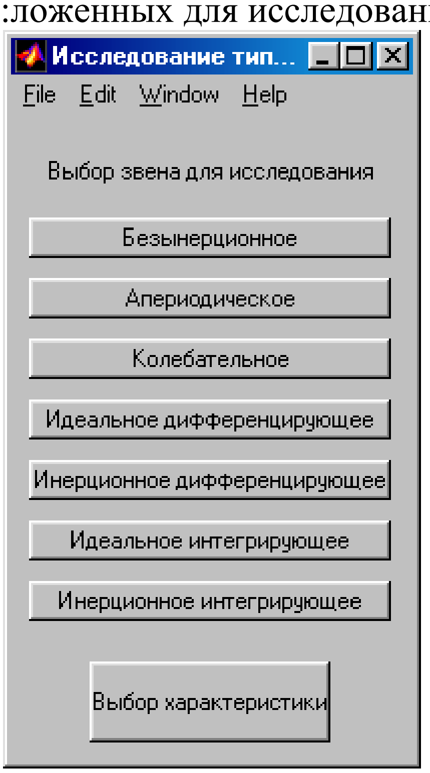
для переходной характеристики:

$$g(t) = k\left[t - T(1-e^{-t/T})\right]1(t)$$

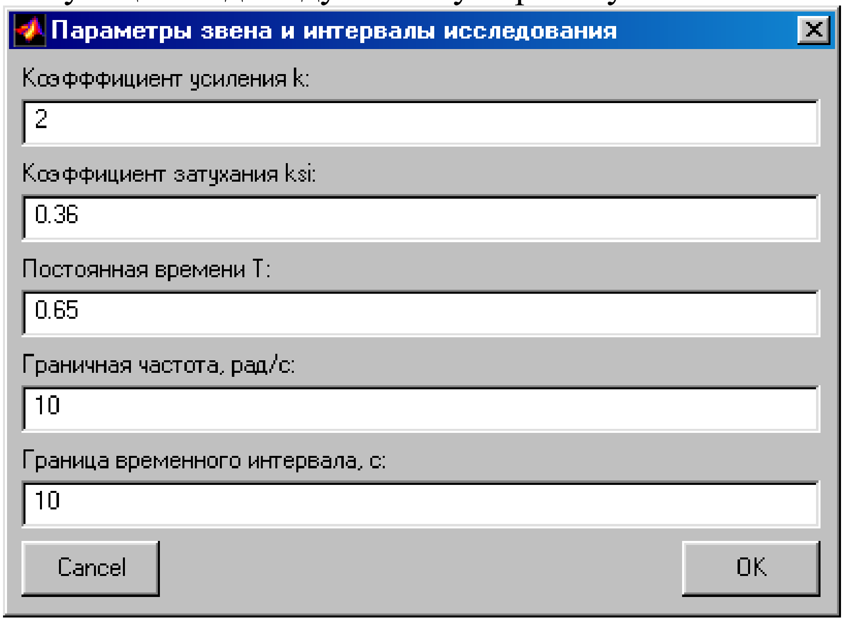
1.3. Порядок выполнения работы, описание работы с программой

Программа предусмотрена для моделирования и исследования типовых динамических звеньев радиоавтоматики. Для работы с программой необходимо:

1. Запустить программу “MatLab”.
2. В командной строке написать “lab1”.
3. Нажать клавишу “Enter”. Появиться окно, содержащее список звеньев предложенных для исследования:ложенных для исследования:

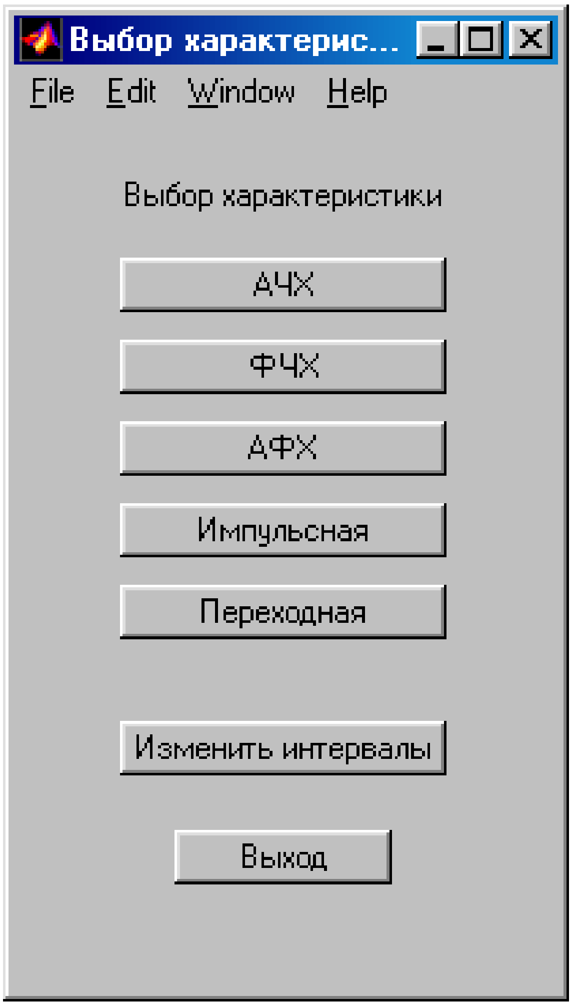


4. Нажать кнопку с названием необходимого ена. Появиться запрос о параметрах звена, границах временного и частотного интервала. В полях окна ввести данные, соответствующие индивидуальному варианту:

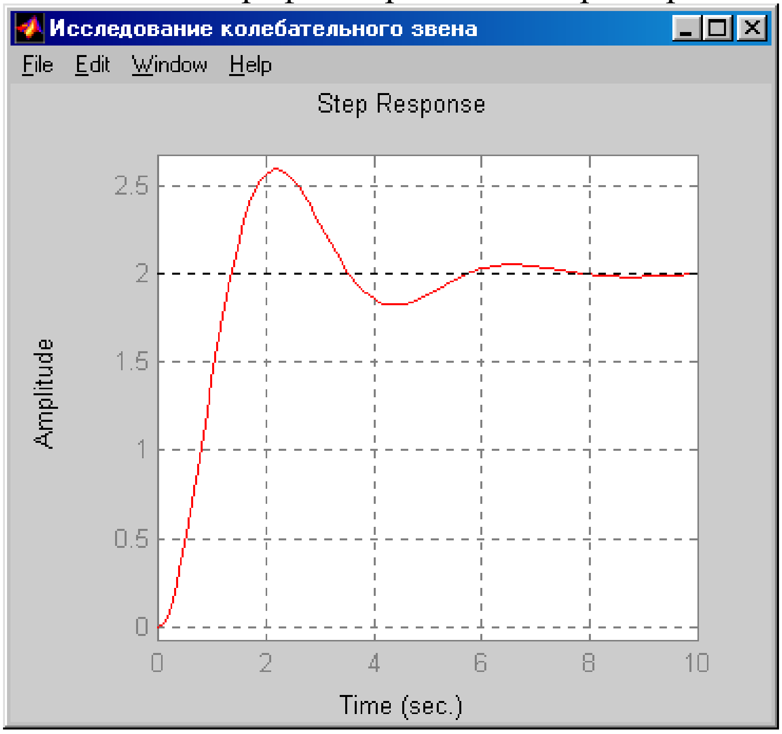


После введения всех параметров нажать кнопку “OK”. В случае, если введены не все параметры или не численные значения, в командном окне “MatLab” появиться сообщение об ошибке и дальнейшее вычисление будет не возможным.

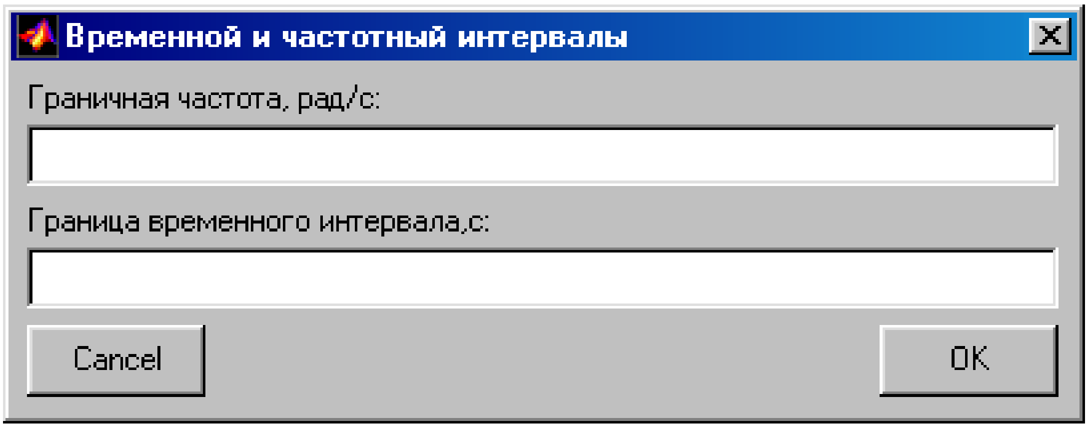
5. В окне “Исследование типовых динамических звеньев” нажать кнопку “Выбор характеристики”, которая вызовет следующее окно:



6. В окне “Выбор характеристики” нажать кнопку с названием необходимой характеристики, появиться соответствующий график. Например, при нажатии кнопки “Переходная” появиться график переходной характеристики звена:



Нажатием левой кнопки мышки на графике, можно увеличить масштаб интересующего поля. Если необходимо изменить интервал исследования, для этого надо нажать на кнопке “Изменить интервалы”, в окне “Выбор характеристики”, в результате этого появиться запрос временных и частотных интервалов:



Необходимо ввести новые значения временных и частотных интервалов, нажать кнопку “OK” и повторить заново пункт 6.

Для выхода из программы необходимо нажать кнопку “Выход”. Нажатие этой кнопки приведет к закрытию всех окон программы (в том числе графиков) и сотрет все значения переменных, которые использовались в процессе работы.

Порядок выполнения работы.

1. Запустить программы “MatLab” и “lab1”.
2. Получить и сохранить в виде отдельных файлов следующие характеристики всех исследуемых звеньев при значениях параметров, заданных конкрет- вариантом задания:

- АЧХ,

- АФХ,
- диаграмму Найквиста (годограф вектора комплексного коэффициента передачи),
- импульсную характеристику звена,
- переходную характеристику звена.

3. Исследовать зависимость характеристик апериодического и инерционного интегрирующего звеньев от их параметров, для чего:

- Измерить по импульсным переходным характеристикам длительность переходного процесса по относительному уровню 0,05 при различных значениях постоянной времени.
- Результаты измерений фиксировать в таблице.
- Построить зависимость длительности переходного процесса от величины постоянной времени.

4. Измерить по АЧХ полосу пропускания каждого из исследуемых звеньев при различных значениях постоянной времени,

- Результаты измерений фиксировать в таблице.
- Построить зависимость полосы пропускания от постоянной времени.

5. Исследовать зависимость характеристик форсирующего звена от его параметров, для чего:

- Измерить по импульсной переходной характеристике длительность пе-реходного процесса по относительному уровню 0,05 при различных значениях постоянной времени.
- Результаты измерений фиксировать в таблице.
- Построить зависимость длительности переходного процесса от вели-чины постоянной времени.

6. Измерить по АЧХ полосу режекции форсирующего звена при различ-ных значениях постоянной времени,

- Результаты измерений фиксировать в таблице.
- Построить зависимость полосы режекции от величины постоянной времени.

7. Исследовать зависимость характеристик колебательного звена от его параметров, для чего:

- Измерить по импульснй переходной характеристике длительность переходного процесса по относительному уровню 0,05 при различных значениях коэффициента затухания и постоянной времени.
- Результаты измерений фиксировать в таблице.
- Построить зависимость длительности переходного процесса от величины коэффициента затухания и постоянной времени.

8. Измерить по АЧХ полосу пропускания колебательного звена при различных значениях коэффициента затухания и постоянной времени,

- Результаты измерений фиксировать в таблице.
- Построить зависимость полосы пропускания от величины коэффициента затухания и постоянной времени.

1.4. Содержание отчета.

Отчет должен быть выполнен на компьютере и содержать данные, полученные в ходе выполнения каждого раздела задания. В частности:

1. Передаточную функцию каждого исследуемого звена в общем виде.

2. Графики характеристик всех исследованных звеньев с параметрами, определенными конкретным вариантом задания.

3. Графики зависимости длительности переходного процесса t_n от постоянной времени T и от коэффициента затухания (для колебательного звена) для исследованных звеньев, полученные на основе проведенных измерений.

3. Графики зависимости полосы пропускания всех рассмотренных в работе звеньев, (для форсирующего звена - полосы режекции) от коэффициента затухания (для колебательного звена) и постоянной времени T, полученные на основе проведенных измерений

4. Выводы по работе, содержащие:

- пояснения ко всем результатам, полученным в каждом разделе задания,
- пояснения несовпадений теоретических и экспериментальных данных.

1.5. Варианты заданий. **Таблица 1.1**

Вариант №	T (сек)	К	ζ
01	0,300	01,00	0,060
02	0,250	02,50	0,080
03	0,570	00,40	0,020
04	2,000	03,00	0,200
05	3,500	04,00	0,045
06	0,640	02,00	0,100
07	2,800	03,50	0,030
08	0,050	02,00	0,040
09	0,690	01,00	0,080
10	0,080	03,00	0,012
11	0,001	01,00	0,040
12	0,150	05,00	0,005
13	1,500	04,00	0,010
14	0,240	02,50	0,070
15	0,480	06,00	0,005
16	0,036	01,80	0,400
17	1,000	08,00	0,100
18	0,020	02,00	0,700
19	1,240	04,00	0,030
20	0,780	07,50	0,400
21	0,015	04,00	0,500
22	0,150	05,00	0,300
23	1,500	02,50	0,700
24	2,500	07,00	0,070

Варианты заданий. **Продолжение таблицы 1.1**.

Вариант №	Т (сек)	К	ζ
25	0,500	09,00	0,060
26	05,00	12,50	0,050
27	03,20	10,00	0,100
28	0,250	05,50	0,800
29	1,750	06,50	0,080
30	04,00	15,00	0,050

1.6. Контрольные вопросы

1. Принцип классификации типовых звеньев САУ.

2. Условие физической реализуемости типовых звеньев.

3. Для каких типовых звеньев не выполняется условие физической реализуемости?

4. На основе дифференциального уравнения записать операторное уравнение инерционного звена.

5. На основе дифференциального уравнения записать операторное уравнение колебательного звена.

6. Записать дифференциальное уравнение форсирующего звена.

7. Качественно пояснить зависимость АЧХ колебательного звена от величины коэффициента затухания.

8. Пояснить качественно зависимость запаздывания реакции интегрирующего звена от постоянной времени.

9. На диаграмме Найквиста полюс расположен в точке с координатами *–2, j0*. Укажите какому типовому звену соответствует эта диаграмма и опишите его свойства.

10. На диаграмме Найквиста нуль расположен в точке с координатами *–2, j0*. Укажите какому типовому звену соответствует эта диаграмма и опишите его свойства.

11. На диаграмме Найквиста полюсы расположены в точках *3, ±2j*. Укажите какому типовому звену соответствует эта диаграмма и опишите его свойства.

12. Дайте определение частоты среза для инерционного интегрирующего звена и вычилите ее для заданных параметров.

13. Какому составному звену соответствует трехкратный полюс? Изобразите для этого случая диаграмму Найквиста и опишите его свойства.

14. Какому составному звену соответствует трехкратный нуль? Изобразите для этого случая диаграмму Найквиста и опишите его свойства.

15. Передаточная функция имеет вид: $W(p) = k\ (1+pT)^{-2}$. Найти для этого случая частотные и временные характеристики составного звена и построить диаграмму Найквиста.

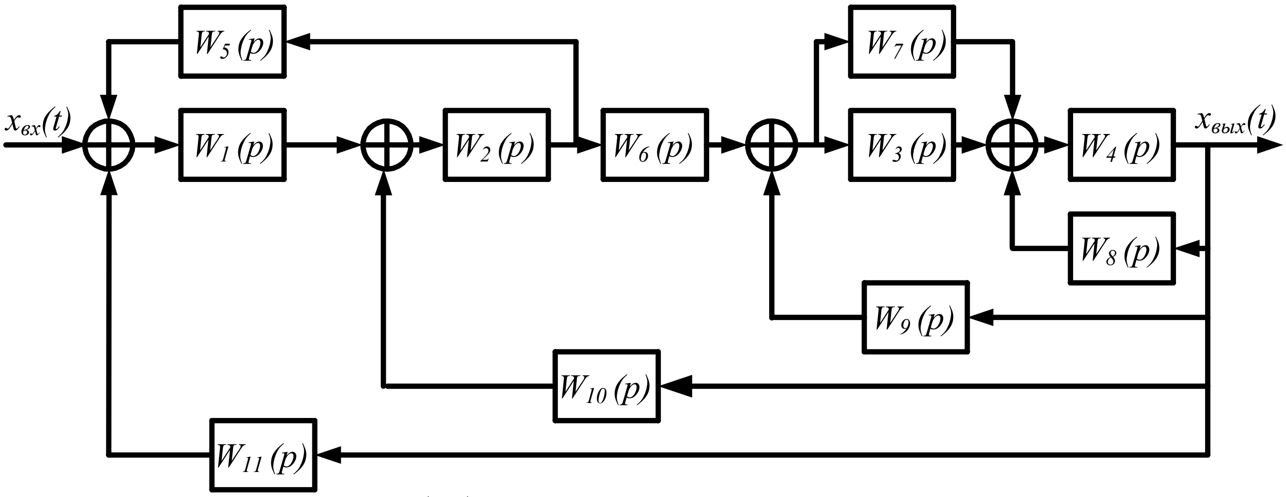
16. Передаточная функция имеет вид: $W(p) = k\ (1+pT)^{2}$. Найти для этого случая частотные и временные характеристики составного звена и построить диаграмму Найквиста.

Лабораторная работа N2
“ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ”.

2.1. Цель работы:

Экспериментально исследовать частотные и временные характеристики автоматической системы управления в соответствии с данными варианта, номер которого выдается преподавателем.

Обобщенная схема исследуемой системы автоматического управления имеет вид:



Обобщенная структурная схема САУ

Эта схема должна быть преобразована в соответствии с заданным вариантом. Исследование системы предполагает:

- получение уравнения, описывающего процессы в схеме, определенной вариантом задания;
- получение аналитического выражения для комплексного коэффициента передачи, амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристик;
- построение полученных характеристик в диапазоне частот определенном заданием;
- получение аналитического выражения переходной функции исследуемой системы;
- расчет для заданного варианта схемы САУ переходной и импульсной переходной функции;
- синтез структурной схемы САУ;
- экспериментальная проверка характеристик САУ, полученных на основе расчета.

Экспериментальная проверка результатов расчета характеристик, заданной САУ, включает в себя построение следующих характеристик:

- АЧХ и ФЧХ исследуемой системы;
- переходной характеристика и импульсной переходной характеристик САУ;
- годографа (диаграмма Найквиста) комплексного коэффициента передачи;

Для выполнения задания в части экспериментального исследования заданной системы необходимо использовать пакет прикладных программ (ППП)

System Toolbox 5 среды инженерных расчетов MatLab 5.2.

ППП предназначен для работы с LTI-моделями (Linear Time Invariant Models) систем автоматического управления.

В Control System Toolbox имеется тип данных, определяющих динамическую систему в виде комплексной передаточной функции. Синтаксис команд, создающий LTI - систему с одним входом и одним выходом, в виде передаточной функции:

$$TF([b_m, \ldots, b_1, b_0], [a_n, \ldots, a_1, a_0]),$$

где $b_m, \ldots, b_1$ – значения коэффициентов полинома B,

$a_n, \ldots, a_1$ – значения коэффициентов полинома A.

Осовные команды Control System Toolbox, необходимые для выполнения задания:

Таблица 2.1.

Команда	Выполняемые функции
step(<LTI-объект>)	построение графика переходного процесса
impulse(<LTI-объект>)	построение графика импульсной переходной функции
bode(<LTI-объект>)	построение логарифмических частотных характеристик (диаграммы Боде)
nyquist(<LTI-объект>)	построение частотного годографа Найквиста

Для выполнения экспериментальной части лабораторной работы необходимо:

- запустить систему MatLab;
- загрузить файл lab2.m.

Программа lab2.m предназначена для моделирования многоконтурных систем автоматического управления и исследования их временных и частотных характеристик (а именно АЧХ, ФЧХ, АФХ, переходной и импульсной характеристик).

2.2. Математические методы описания линейных непрерывных систем.

Всякое устройство, рассматриваемое с точки зрения математической зависимости между его выходной и входной величинами, являющимися функциями времени, называется динамической системой. Следовательно, динамической системой является и всякая автоматическая система в целом и каждое ее звено в отдельности.

Задача математического исследования САУ, как динамической системы, состоит в определении реакции этой системы $y(t)$ на заданное входное воздействие $x(t)$. Для строго определенных входных воздействий (гармонического при $t \to \infty$, в виде единичной δ-функции или единичной ступенчатой функции) реакция $y(t)$ идентифицируется как определенная характеристика (частотная, импульсная или переходная) исследуемой системы.

Основные методы математического исследования САУ можно разделить на две группы - временные методы и частотные методы. Временные методы базируются на использовании дифференциального уравнения системы, позволяющего определить передаточную функцию и такие важнейшие ее характеристики, как переходная и весовая функции. Знание последней позволяет исследовать процессы в системе посредством использования интеграла свертки. Частотные методы основаны на использовании передаточной функции сис-темы, а также ее частотных характеристик.

2.2.1. Метод дифференциальных уравнений.

Дифференциальные уравнения широко используются при исследовании процессов в САУ непрерывного действия, в особенности в нелинейных системах и в параметрических системах. Для линейных систем с постоянными коэффициентами развиты более удобные в практическом отношении частотные методы.

Общая методика составления дифференциального уравнения автоматической системы заключается в следующем. Для каждого функционального элемента САУ составляют в соответствии с принципом его работы дифференциальное уравнение, связывающее выходную величину этого элемента с входной. В результате получают систему уравнений, число которых равно числу функциональных элементов системы. В полученной системе дифференциальных уравнений величины *x(t)* и *y(t)* рассматривают как основные, а все остальные величины на входе и выходе функциональных элементов - как промежуточные. Исключая из полученной системы уравнений все промежуточные величины, получим уравнение, связывающее *y(t)* и *x(t),* т. е. дифференциальное уравнение САУ.

Процедура исключения промежуточных переменных из системы уравнений достаточно трудоемка. Упрощение этой процедуры для линейных систем достигается применением ***передаточных функций.*** Пусть дифференциальное уравнение линейной динамической системы имеет вид:

$$\sum_{k=0}^{N} a_{N-k} \frac{d^{(k)} y(t)}{dt^k} = \sum_{i=0}^{M} b_{M-i} \frac{d^{(i)} x(t)}{dt^i}, \qquad (2.1)$$

В этом выражении *y(t)* и *x(t)* представляют собой входное возбуждающее воздействие и реакцию на него системы соответственно. В соотношении (2.1) всегда справедливо неравенство $M \le N$, которое является условием физической реализуемости системы и отражает тот факт, что реакция системы *y(t)* не может возникнуть прежде чем на ее входе не появится возбуждающее воздействия *x(t)*

Вводя для оператора дифференцирования обозначение *p=d/dt* перепишем (2.1) в виде:

$$\sum_{k=0}^{N} a_{N-k} p^k y(t) = \sum_{i=0}^{M} b_{M-i} p^i x(t) \qquad (2.2)$$

Рассматривая формально *y(t)* как общий множитель в левой части уравнения, а *x(t)* - в правой, представим (2.2) в виде:

$$D_N(p) y(t) = R_M(p) x(t),$$

где $D_N(p) = \sum_{k=0}^{N} a_{N-k} p^k$ дифференциальный полином левой части уравнения

$R_M(p) = \sum_{i=0}^{N} b_{M-i} p^i$ дифференциальный полином правой части уравнения

$$y(t) = W(p)x(t), \tag{2.3}$$

где $W(p) = \dfrac{R_M(p)}{D_N(p)}$ ***передаточная функция***, соответствующая дифференциальному уравнению (2.1).

Выражение (2.3) представляет собой лишь сокращенную операторную форму записи уравнения (2.1). При этом правую часть (2.3) формально рассматривают как произведение передаточной функции и функции времени *x(t)*. Введенное понятие передаточной функции с использованием алгебраизированного оператора дифференцирования *p=d/dt* и функций времени является нестрогим.

В общем случае линейное дифференциальное уравнение замкнутой системы автоматического управления запишем в виде:

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + +a_n)\, y = (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \ldots + b_m)x, \tag{2.4}$$

где всегда $m \le n$.

Непосредственно из (2.4) следует

$$y(t) = W_з(p)\, g(t), \tag{2.5}$$

где $W_з(p)$ есть ***передаточная функция замкнутой системы управления***, определяемая соотношением:

$$W_з(p) = \frac{R_M(p)}{D_N(p)} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + b_2 p^{m-2} + \ldots + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \ldots + a_{n-1} p + a_n}, \tag{2.6}$$

и представляющая собой дробно-рациональную функцию комплексной переменной $p = c + j\omega$.

Полное описание процессов в замкнутой автоматической системе, т. е. описание изменений во времени управляемой величины *y(t)* при заданном входном воздействии *x(t),* дается общим решением уравнения (2.4). Как известно из курса обыкновенных дифференциальных уравнений, оно представляет собой сумму общего решения $y_c(t)$ однородного уравнения

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \ldots + a_{n-1} p + a_n)\, y_c(t) = 0,$$

получаемого из (2.4) приравниванием нулю его правой части, и частного решения $y_в(t)$ неоднородного уравнения (2.4), т. е.

$$y(t) = y_c(t) + y_в(t) \tag{2.7}$$

Общее решение однородного уравнения *y(t)* определяет ***свободное движение автоматической системы,*** обусловленное ее начальным рассогласованием при отсутствии внешнего воздействия. Частное решение $y_в(t)$ неоднородного уравнения определяет ***вынужденное движение*** автоматической системы, т.е. реакцию системы на внешнее воздействие в отсутствии начального рассогласования.

Общее решение однородного уравнения при некратных корнях характеристического уравнения имеет вид:

$$y(t) = \sum_{i=1}^{n} C_i e^{\lambda_i t}, \tag{2.8}$$

где λ_i $(i = 1,2,3, \ldots n)$ - корни характеристического уравнения

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \ldots + a_{n-1} p + a_n = 0 \tag{2.9}$$

соответствующего дифференциальному уравнению (2.4), а C_i - постоянные интегрирования, определяемые начальными условиями.

Начальными условиями называют значения функции $y(t)$ и n - 1 ее первых производных в момент времени $t = 0$, т. е. n чисел $y(0)$, $y^{(1)}(0)$, . . . , $y^{(n-1)}(0)$, среди которых, по крайней мере, одно должно быть отличным от нуля. В противном случае все $C_i = 0$ и свободное движение отсутствует. Это означает, что к моменту времени $t = 0$ система находилась в состоянии покоя.

Таким образом, решение $y_c(t\}$ однородного уравнения ищем при ненулевых начальных условиях. Это решение характеризует процессы в системе в отсутствие внешнего воздействия (с чем и связано его название «свободное движение») и определяется начальными условиями.

Свободное движение нормально работающей автоматической системы с течением времени затухает, т. е. $y_c(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

Частное решение неоднородного уравнения $y_в\ (t)$ в соответствии с методикой, излагаемой в руководствах по дифференциальным уравнениям ищем при нулевых начальных условиях. Оно однозначно определяется для каждого дифференциального уравнения внешним воздействием $x(t)$ (отсюда название «вынужденное движение») и характеризует реакцию САУ на это воздействие.

Вынужденное, или установившееся, движение системы с той или иной степенью точности воспроизводит задающее воздействие как функцию времени, т. е.

$$y_в.(t\} = g(t) - e(t), \tag{2.10}$$

где $e(t)$-установившаяся ошибка автоматической системы.

Системы, свободное движение которых с течением времени затухает, называют ***устойчивыми.*** Устойчивость - важнейшее свойство автоматической системы, которое должно быть обеспечено в процессе ее проектирования и наладки. Неустойчивые системы не могут принципиально выполнять своих функций.

Как следует из (2.8), система устойчива тогда и только тогда, когда все вещественные корни характеристического уравнения (2.9) этой системы отрицательны, а все комплексно-сопряженные корни имеют отрицательные вещественные части. Действительно, каждому отрицательному вещественному корню соответствует в (2.9) слагаемое вида $Ce^{-\alpha t}$, где $\alpha > 0$, а каждой паре комплексно-сопряженных корней с отрицательной вещественной частью - слагаемое вида

$$Ce^{-\beta t}\sin(\acute{\omega} t + \gamma),$$

где $\beta > 0$. Каждое из этих слагаемых стремится к нулю при $t \rightarrow \infty$ и, следовательно, $y_c(t) \rightarrow 0$, т. е. система устойчива.

Таким образом, однородное дифференциальное уравнение автоматической системы дает возможность исследовать важнейшее ее свойство – устойчивость.

2.2.2. Метод передаточных функций

Пусть дано дифференциальное уравнение линейной динамической системы:

$$\sum_{k=0}^{N} a_{N-k} y^{(k)}(t) = \sum_{i=0}^{M} b_{M-i} x^{i}(t), \qquad \text{где всегда } M \le N.$$

Прежде чем применять к этому уравнению преобразование Лапласа напомним, что если

$$L[x(t)] = \int_0^\infty x(t)e^{-pt}dt = X(p) \qquad (2.11)$$

есть изображение по Лапласу некоторой функции времени *x(t),* то изображение по Лапласу *k*-й. производной этой функции при нулевых начальных условиях $x(0), x^{(1)}(0), x^{(2)}(0), \ldots, x^{(k-1)}(0)=0$ будет:

$$L\,[\,x^{(k)}(t)] = p^k L\,[\,x\,(t)] = p^k X(p)$$

Применив преобразование (2.11) к левой и правой частям уравнения и учитывая свойство линейности этого преобразования, получим:

$$\sum_{k=0}^{N} a_{N-k} p^k Y(p) = \sum_{i=0}^{M} b_{M-i} p^i X(p),$$

или

$$Y(p)\sum_{k=0}^{N} a_{N-k} p^k = X(p)\sum_{i=0}^{M} b_{M-i} p^i,$$

откуда

$$Y(p) = \frac{R_M(p)}{D_N(p)} X(p) = W(p)X(p), \qquad (2.12)$$

где

$$W(p) = \frac{R_M(p)}{D_N(p)} \qquad (2.13)$$

W(p) называют передаточной функцией динамической системы. Она определяется отношением изображения по Лапласу отклика системы к изображению входного воздействия. Как следует из (2.13), передаточная функция линейной динамической системы является дробно-рациональной функцией комплексной переменной *p*.

Формально передаточная функция динамической системы при заданном дифференциальном уравнении определяется очень просто. Для этого достаточно записать уравнение (2.1) в операторной форме (2.2), а затем, рассматривая символ *p* как переменную преобразования Лапласа, заменить в (2.3) функции времени *x(t)*. и *y(t)* их изображениями *X(p)* и *Y(p),* т. е. имея выражение *y(t) = =W(p) x(t),* сразу пишем

$$Y(p) = W(p)X(p)$$

Подчеркнем, что в отличие от (2.3) выражение (2.12) не носит формального характера и является алгебраическим (а не символическим!) соотношением, определяющим изображение *Y(p)* выходной величины системы через изображение *X(p)* ее входной величины. Таким образом, передаточная функция динамической системы определяет в области изображений реакцию этой системы на заданное входное воздействие.

После того как в соответствии с (2.12) при заданной функции *X(p)* найдено изображение *Y(p)* отклика системы, функцию времени *y(t)* определяем путем обратного преобразования Лапласа.

2.2.3. Переходная и весовая функции.

Переходная функция служит для оценки качества работы автоматической системы в переходном режиме. ***Переходной функцией*** линейной динамической системы называют отклик этой системы на единичную ступенчатую функцию, определяемую как:

$$1(t) = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

При заданном дифференциальном уравнении линейной динамической системы ее переходную функцию наиболее просто определить следующим образом. Записав дифференциальное уравнение в символической форме и обозначив переходную функцию *g(t),* получим из (2.3)

$$q(t) = W(p)1(t) \tag{2.14}$$

Перейдя в область изображений получим:

$$Q(p) = W(p)1(p), \tag{2.15}$$

где

$$1(p) = 1/p,$$

откуда, используя таблицы преобразования Лапласа и снова переходя во временную область, найдем:

$$g(t) = L^{-1}\left[\frac{W(p)}{p}\right]\mathbf{1}(\mathrm{t}) \tag{2.16}$$

Необходимость умножения на $1(t)$ функции, полученной в результате обратного преобразования Лапласа, обусловлена тем, что переходная функция как реакция на воздействие, отлична от нуля лишь при $t \geq 0$, и равна нулю при $t < 0$, что и обеспечивается введением множителя $\mathbf{1}(t)$.

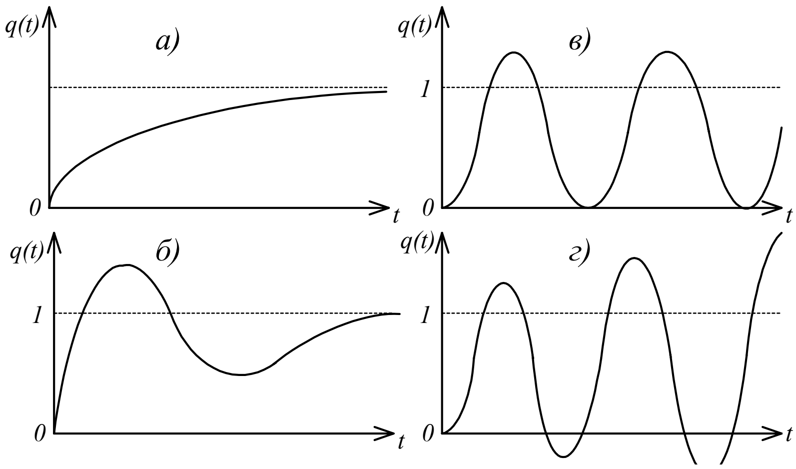


Рис. 2.1. Типовые переходные характеристики САУ

Весовая функция линейной системы есть отклик этой систе-мы на входное воздействие в виде единичной δ-функции, которая может быть определена как производная единичной ступенчатой функции

:

$$\delta(t) = \frac{d1(t)}{dt} = \begin{cases} 0 & \text{при } t \geq 0 \\ \infty & \text{при } t = 0 \end{cases} \tag{2.17}$$

Эту функцию иногда называют ***функцией веса***

Дельта-функция обладает фильтрующим свойством, предельно упрощающим вычисление определенных интегралов, в подынтегральное выражение которых эта функция входит как сомножитель,

$$\int_{t_1-a}^{t_1+b} f(t)\delta(t_1-t)dt_1 = f(t) \tag{2.18}$$

при любых $a>0$, $b \leq +\infty$ и любой ограниченной функции $f(t)$. Кроме того, для любой ограниченной функции $f(t)$ имеет место равенство $f(t)\delta(t)= f(0)\delta(t)$, если $f(0) \neq 0$, и $f(t)\delta(t)= 0$, если $f(0) =0$.

Записав дифференциальное уравнение линейной динамической системы в виде (2.3), с учетом (2.16) и (2.18) получим

$$w(t)= W(p)\,\delta(t) = W(p)\,p1(t) = pg(t) = \frac{dg(t)}{dt} \tag{2.19}$$

Таким образом, функция веса динамической системы равна производной переходной функции этой системы. Так как функция $w(t)$ есть реакция системы на воздействие, приложенное к ее входу в момент времени $t=0$ и отсутствующая при $t<0$, то никакая реальная система не может реагировать на входное воздействие до того, как оно поступило, из чего следует, что для всякой реальной динамической системы $w(t) = 0$ при $t < 0$. Требование

$$w(t) = 0 \qquad \text{при} \quad t<0 \tag{2.20}$$

называют ***условием физической реализуемости*** системы. Поэтому в каждом частном случае, если весовой функцией системы является некоторая конкретная функция времени $f(t)$, определеная для всех t в интервале $(-\infty,+\infty)$ и не равная нулю при $t < 0$, то можно записать:

$$w(t)=\begin{cases} f(t) & \text{при} \qquad t\geq 0 \\ 0 & \text{при} \qquad t<0 \end{cases} \tag{2.21}$$

или

$$w(t) = f(t)\,1(t), \tag{2.22}$$

где $1(t)$ - единичная ступенчатая функция.

2.2.4. Частотные характеристики САУ.

Наряду с передаточными функциями $W(p)$ при исследовании САУ используются комплексные передаточные функции $W(j\omega)$. Замена комплексного аргумента p на чисто мнимый $j\omega$ имеет место при переходе от преобразования Лапласа (2.11) к преобразованию Фурье:

$$x(j\omega)=\int_0^\infty x(t)e^{-j\omega t}dt, \tag{2.23}$$

которое явилось математической основой спектрального анализа - мощнейшего математического аппарата.

При спектральном анализе наряду с комплексной передаточной функцией $W(jw)$ широко используется амплитудная частотная характеристика $A(\omega)$ (амплитудный спектр системы) и фазовая частотная характеристика $\psi(\omega)$ (фазовый спектр системы). Как и любое компдексное число передаточная функция $W(j\omega)$

связана с амплитудой и фазой известным выражением

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{-j\psi(\omega)}. \tag{2.24}$$

Передаточную функцию системы можно представить в следуещем виде:

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega), \tag{2.25}$$

где *P(ω)* –вещественная частотная характеристика, *Q(ω)* – мнимая частотная характеристика системы. Годограф (кривая, описываемая концом вектора) вектора *W(jω)* на плоскости *{P,jQ}* называется амплитудной фазовой характеристикой системы (АФХ). Модуль вектора

$$\left|W(j\omega)\right| = A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}, \tag{2.26}$$

а фаза вектора *W(jω)*

$$\psi(\omega) = arctg\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}. \tag{2.27}$$

2.3. Передаточные функции систем радиоавтоматики.

2.3.1. Соединения звеньев систем радиоавтоматики.

Поскольку, всякая автоматическая система состоит из отдельных элементов, соединенных определенным образом между собой, то при их исследовании составляют схему САУ, в которой указывают все функциональные элементы системы и связи между этими элементами. Такую схему называют ***функциональной.***

Однако при математическом анализе процессов управления имеет значение не функциональное назначение элементов системы, а их динамические характеристики, заданные в виде дифференциальных уравнений, а для линейных систем - их передаточные функции. Поэтому составляют схему автоматической системы, в которой указывают динамические звенья системы и связи между ними. Такую схему называют *структурной схемой* САУ. Структурную схему получают из функциональной, замещая обозначения функциональных элементов системы обозначениями или явными выражениями передаточных функций этих элементов.

Структурная схема автоматической системы позволяет получить передаточную функцию или дифференциальное уравнение этой системы при известных динамических характеристиках ее звеньев.

При определении передаточной функции достаточно сложной автоматической системы ее структурную схему упрощают, пользуясь методами преобразования структурных схем, позволяющими перейти от сложных (перекрестных) соединений звеньев к простейшим, типовым соединениям. Существует три вида таких соединений: последовательное, параллельное и соединение с обратной связью.

Последовательное соединение звеньев. Последовательным называют такое соединение элементов системы, при котором, выходная величина одного элемента является входной величиной другого (рис. 2.2.):

$$x_{n+1}(t) = W_n(p)x_n(t) = W_n(p)W_{n-1}(p)x_{n-1}(t) = W_n(p)W_{n-1}(p)...W_2(p)W_1(p).$$

откуда

$$W(p) = W_1(p)W_2(p)...W_{n-1}(p)W_n(p) \tag{2.28}$$

Таким образом, при последовательном соединении звеньев передаточная функция такого соединения равна произведению передаточных функций отдельных звеньев (элементов). Выражение (2.28) справедливо при условии, что соединение выхода каждого *k* – го звена со входом следующего (*k+1*)- го звена не изме-

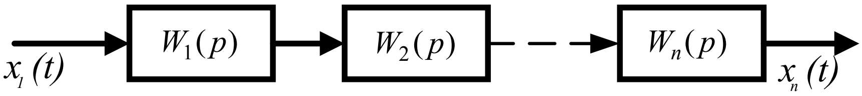


Рис.2.2. Последовательное соединение звеньев

няет передаточную функцию *k*-го звена (свойство однонаправленности). В противном случае передаточную функцию $W_k(p)$ *k*-го звена нужно составлять с учетом влияния (*k+1*)-го звена.

Параллельное соединение звеньев. При параллельном соединении звеньев

$$x_2(t) = W(p)x_1(t) = \sum_{k=1}^{n} W_k(p)x_1(t) = \left[\sum_{k=1}^{n} W_k(p)\right]x_1(t),$$

как это видно из (рис. 2.3.), входная величина $x_1(t)$ поступает на входы всех звеньев, входящих в это соединение, а выходная $x_2(t)$ равна сумме выходных величин отдельных звеньев, откуда следует:

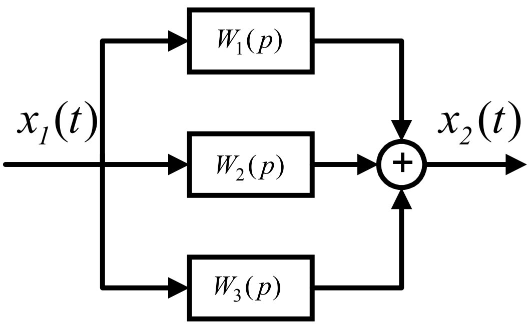


Рис.2.3. Параллельное соединение звеньев

$$W(p) = \sum_{k=1}^{n} W_k(p). \qquad (2.29)$$

Таким образом, передаточная функция сложного» звена, состоящего из *n* параллельно соединенных звеньев, равна сумме передаточных функций отдельных звеньев.

Соединение с обратной связью (встречно-параллельное соединение двух звеньев). Схема звена, охваченного обратной связью показана на рис.2.4. Как видно из схемы, на вход звена с передаточной функцией $W_1(p)$, охваченного обратной связью посредством звена с передаточной функцией $W_2(p)$, поступает сумма либо разность (в зависимости от ха-рактера обратной связи) двух величин - входной $x_1(t)$ и выходной $x_2(t)$, прошедшей через звено обратной связи. Передаточная харак-теристика такого соединения имеет следующий вид:

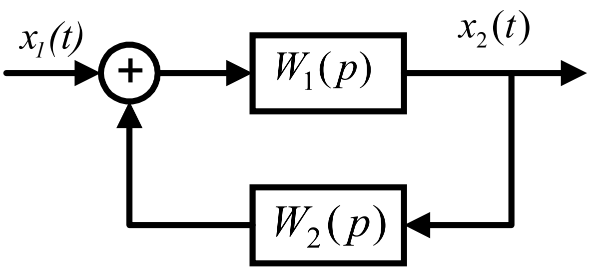


Рис.2.4. Соединение звеньев с обратной связью

$$W(p) = \frac{W_1(p)}{1 \mp W_1(p)W_2(p)}, \qquad (2.30)$$

где знак минус соответствует положительной обратной связи, а знак плюс - отрицательной.

2.3.2. Принципы преобразования структурных схем линейных систем.

Рассматривая структурные схемы линейных автоматических систем, видим, что любая структурная схема состоит из элементов трех типов: звеньев, узлов и сумматоров, соединенных между собой связями, как показано, например, на рис. 2.4. и 2.5. Часто в состав структурных входит элемент сравнения, рассматриваемый далее как частный случай сумматора, на выходе которого образуется разность двух его входных величин.

Если в структурной схеме исследуемой системы имеется участок, содержащий сложные перекрестные связи, не сводящиеся к рассмотренным простейшим соединениям звеньев, то этот участок выделяют и подвергают структурным преобразованиям с целью приведения всех его соединений к простейшим типовым. Структурные преобразования состоят в изменении взаимного расположения элементов структурной схемы (звеньев, узлов и сумматоров) таким образом, чтобы, не изменяя входных и выходных величин преобразуемой части схемы, изменить (упростить) характер соединений его звеньев.

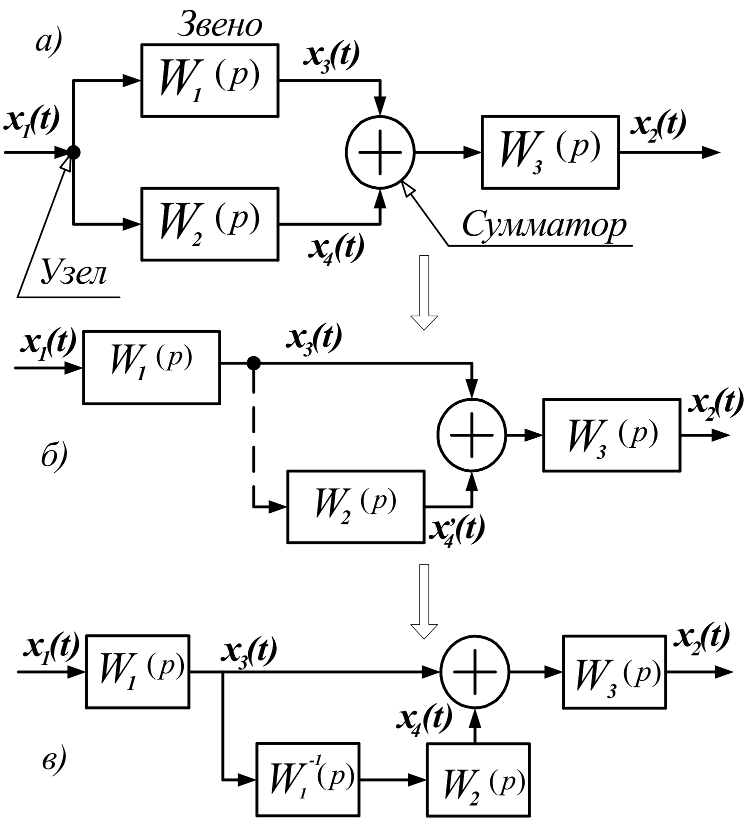


Рис. 2.5. К примеру 1 (способы преобразования структурных схем)

Правила изменений взаимного расположения элементов структурной схемы определяются из таблицы. 2.2. Поясним смысл этих правил на примерах.

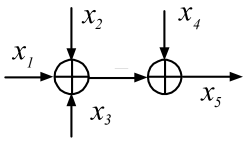
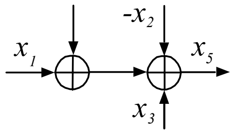
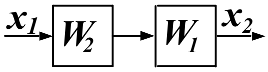
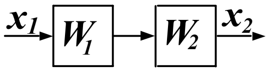
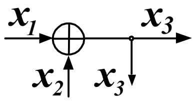
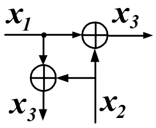
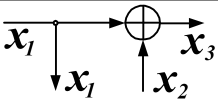
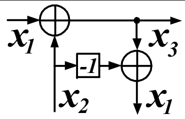
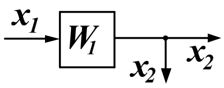
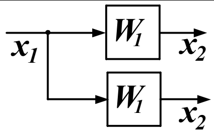
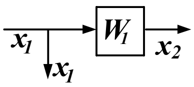
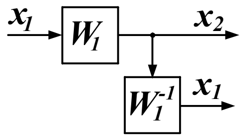
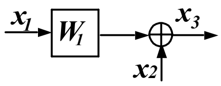
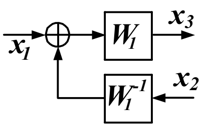
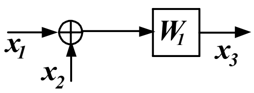
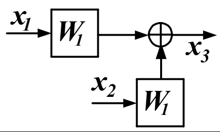
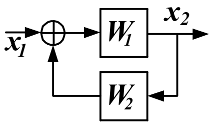
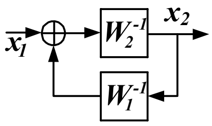
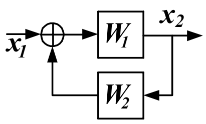
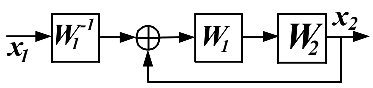
Пример 1. Имеем структурную схему САУ, представленную на рис.2.5.а. Заметим, что на этой схеме и далее в этом разделе вместо обозначения входного воздействия *x(t)* использовано обозначение $x_1(t,)$ а вместо обозначения выходной величины *y(t)* - обозначение $x_2(t)$.

Для приведенной на рис.2.5 схемы имеем:

$$x_2 = W_3(x_3 + x_4) = W_3(W_1 x_1 + W_2 x_1) = W_3(W_1 + W_2)x \quad (2.31)$$

Пусть требуется перенести узел со входа звена W_1 на его выход. После тако-го переноса (рис.2.5.*б.*) значение x_3 на входе, сумматора не изменилось, а значение x_4 стало равным $x_4 = W_2 x_1 = W_2 W_1 x_1$ вместо прежнего значения $x_4 = W_2 x_1$. Соответственно этому изменилась и выходная величина x_2. Чтобы сохранить ее неизменной, нужно x_4 умножить на передаточную функцию W_1^{-1}, обратную передаточной функции W_1, что означает необходимость включения последовательно со

Правила преобразования структурных схем САУ **Таблица 2.2.**

№	Операция	Исходная схема	Преобразованная схема
1	Перестановка сумматоров или элементов сравнения	 $x_5 = x_1 + x_4 + x_3 - x_2$	 $x_5 = x_1 + x_4 + x_3 - x_2$
2	Перестановка звеньев		
3	Перенос узла с выхода на вход сумматора		
4	Перенос узла с входа на выход сумматора		
5	Перенос узла с выхода на вход звена		
6	Перенос узла с входа на выход звена		
7	Перенос сумматора с выхода на вход звена		
8	Перенос сумматора с входа на выход звена		
9	Замена звеньев прямой и обратной связи		
10	Переход к единичной обратной связи		

звеном W_1 звена W_1^{-1}, как показано на рис. рис.2.5.*в*. Действительно, для схемы рис.2.5.*в*. имеем значение x_2, совпадающее с выражением (2.31)

$$x_2 = W_3(x_3 + x_4) = W_3\left(W_1 x_1 + W_2 W_1^{-1} x_3\right) =$$
$$= W_3\left(W_1 x_1 + W_2 W_1^{-1} W_1 x_1\right) = W_3\left(W_1 + W_2\right)x_1,$$

Пример 2. Пусть теперь в схеме рис.3.4.*а*. необходимо перенести сумматор со входа звена W_3 на его выход. Поскольку в выражении (3.4) W_3 является общим множителем для величин x_3 и x_4, являющихся выходными величинами звеньев W_1

и W_2, то для сохранения неизменным значения x_2 следует звено с передаточной функцией W_3 включить последовательно с каждым из звеньев W_1 и W_2, как показано на схеме рис. 2.6.а, для которой

$$x_2 = x_3 + x_4 = W_3 W_1 x_1 + W_3 W_2 x_1 = W_3 \left(W_1 + W_2\right) x_1,$$

что тождественно выражению (2.31).

Наконец, перенесем в схеме рис.2.5.*а* сумматор с выхода звена W_2 на его вход. Получим схему рис. 3.6.*б*, для которой

$$x_2 = W_3 W_2 \left(x_1 + x_3\right) = W_3 W_2 \left(W_1 x_1 + x_1\right) = W_3 \left(W_2 W_1 + W_2\right) x_1$$

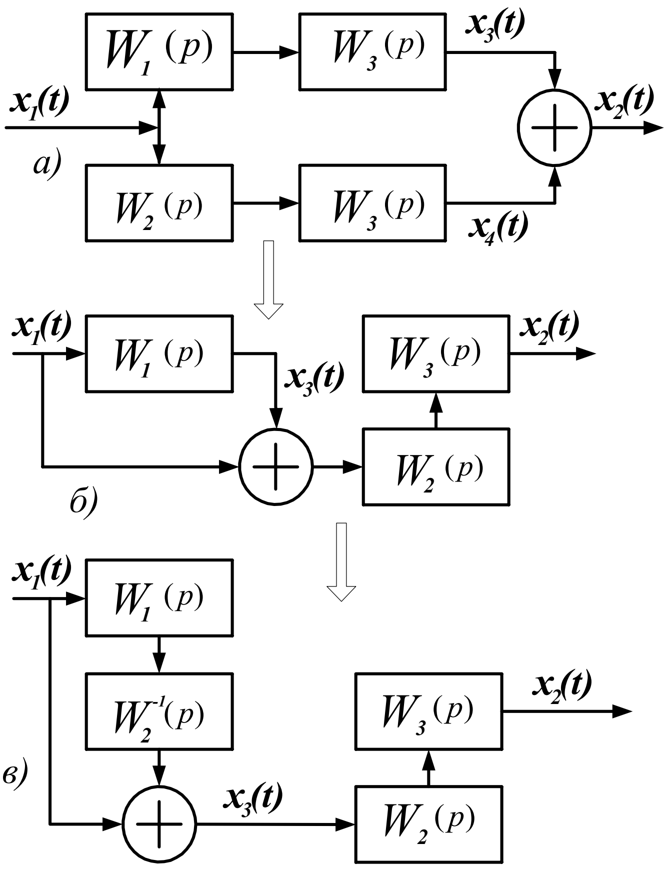


Рис. 3.5. К примеру 2 (способы преобразования структурных схем)

вместо (2.31). Ясно, что x_2 останется неизменным при данном структурном преобразовании лишь в случае, если последовательно со звеном W_1 включить звено W_2^{-1}, как показано на схеме рис. 2.6.*в*, для которой находим

$$\begin{aligned} x_2 &= W_3 W_2 \left(x_1 + x_3\right) \\ &= W_3 W_2 \left(W_2^{-1} W_1 x_1 + x_1\right) \\ &= W_3 \left(W_1 + W_2\right) x_1, \end{aligned}$$

что снова совпадает с (2.31).

При решении ряда инженерных задач, связанных со структурными преобразованиями, иногда могут встретиться схемы САУ с перекрестными связями. Для иллюстрации возможностей применения рассмотренного метода упрощения структурных схем в этих случаях проведем преобразование схемы динамической системы, представленной на рис.2.7.

В этой схеме перекрестные связи обусловлены тем, что между сумматором *(1)* и элементом сравнения *(2)* включено звено W_4. Чтобы устранить перекрестные связи достаточно, например, сумматор *(1)* перенести со входа звена W_4 на его выход, что приведет к схеме, показанной на рис. 3.6.б. Поменяв местами сумматор *(1)* и элемент сравнения *(2)* получим схему, показанную на 3.6.в., для которой в соответствии с выражениями (3.1), (3.2) и (3.3) имеем: $W_2^* = W_2 W_4 + W_3$ и W_3^* = $W_6/(1+W_4W_5W_6)$, откуда для передаточной функции рассматриваемой структурной схемы получим

$$W(p) = W_1(p)\left[W_2(p)W_4(p) + W_3(p)\right]W_6(p)W_7(p).$$

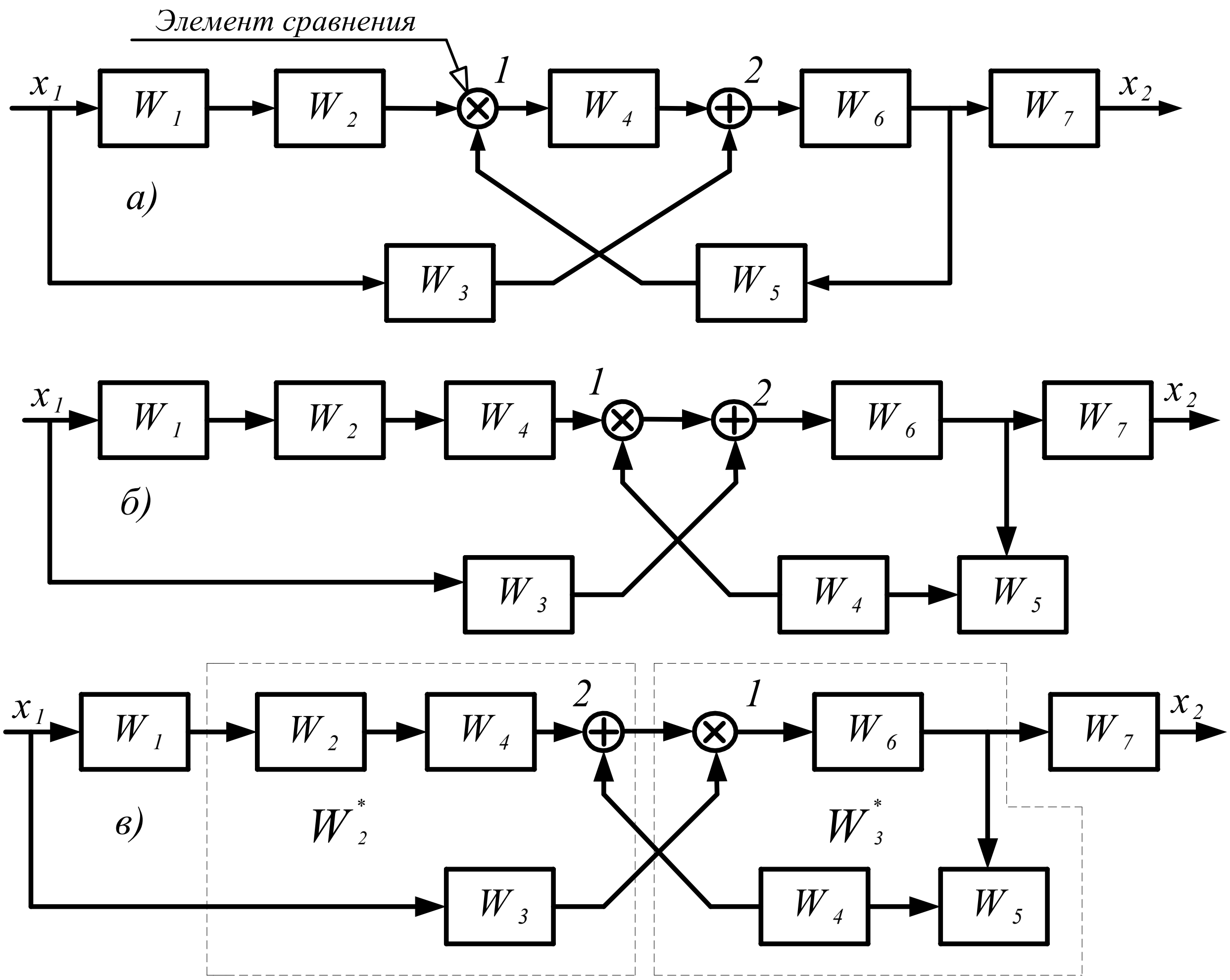


Рис.2.7. К преобразованию структурной схемы с перекрестными связями.

2.3.3. Передаточные функции САУ

Передаточная функция замкнутой системы. При исследовании автоматических систем возникают различные задачи, например определение характеристик переходного процесса в системе, определение ее точности, помехоустойчивости и т.д. Решение этих задач требует установления зависимостей между различными переменными автоматической системы, например, между выходной и входной величинами системы, между ошибкой и входной величиной и т.д. Эти зависимости устанавливаются посредством соответствующих передаточных функций автоматической системы.

Так, процесс управления характеризуется зависимостью управляемой величины $y(t)$ от задающего воздействия $x(t)$. Эта зависимость определяется ***передаточной функцией замкнутой системы***, которая может быть найдена если заданы структурная схема системы и передаточные функции ее звеньев.

Чтобы получить выражение передаточной функции замкнутой системы в общем виде, будем исходить из дифференциального уравнения этой системы.

Тогда, переходя к изображениям Лапласа, имеем

$$Y(p) = W_P(p)(p)X(p),$$

где

$$W_P(p) = Y(p) / X(p) = R(p) / D(p).$$

Здесь $R(p)$ - полином степени m; $D(p)$ - полином степени n, причем всегда $m < n$.

Передаточная функция замкнутой системы является одной из основных передаточных функций замкнутой автоматической системы.

Передаточная функция разомкнутой системы. Помимо передаточной функции замкнутой системы при анализе и синтезе замкнутых автоматических систем широко используют передаточную функцию разомкнутой системы. ***Передаточной функцией разомкнутой системы*** называют передаточную функцию, которая устанавливает зависимость между управляемой величиной *y(t)* замкнутой автоматической системы и ее ошибкой *e(t)*, т. е., по определению,

$$W_p(p) = Y(p)/E(p),$$

где

$$E(p) = L[e(t)] = L\left[x(t) - y(t)\right] = X(p) - Y(p).$$

Для передаточной функции разомкнутой системы принято обозначение $W_p(p)$, как для произвольной динамической системы, но с индексом *"р"*.

Заметим, что в процессе определения передаточной функции замкнутой автоматической системы по ее структурной схеме мы неизбежно проходим этап определения передаточной функции разомкнутой системы. Найдем, например, передаточную функцию замкнутой системы, которая представляет собой цепочку последовательно соединенных звеньев, охваченную единичной отрицательной обратной связью.

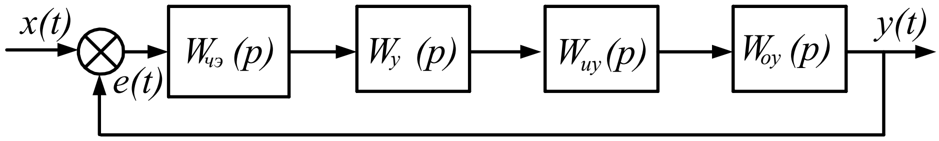


Рис.2.8. Структурная схема САУ

Участок структурной схемы замкнутой автоматической системы между точкой приложения ошибки *e(t)* и точкой фиксации выходной величины *y(t)* называют разомкнутым контуром автоматической системы:

$$y(t) = W_{чэ}(p)W_{у}(p)W_{иу}(p)W_{оу}(p)e(t) = W_p(p)e(t),$$

где

$$W_p(p) = W_{чэ}(p)W_{у}(p)W_{иу}(p)W_{оу}(p) \tag{2.32}$$

где ***передаточная функция разомкнутой системы***,

Передаточная функция замкнутой системы:

$$W_з(p) = \frac{W_p(p)}{1 + W_p(p)} \tag{2.33}$$

Выражение (3.6) устанавливает связь между передаточными функциями замкнутой и разомкнутой систем, соответствующими одной и той же замкнутой автоматической системе.

Из (3.6) получим обратную зависимость

$$W_p(p) = \frac{W_з(p)}{1 - W_з(p)} = \frac{R(p)}{D(p) - R(p)} = \frac{R(p)}{Q(p)}, \tag{2.34}$$

где $Q(p)=D(p) - R(p)$ - полином степени *n*.

Роль передаточной функции разомкнутой системы в исследовании замкнутых автоматических систем чрезвычайно велика. В частности, на использовании этой передаточной функции базируется один из основных методов анализа и синтеза замкнутых автоматических систем — метод логарифмических частотных характеристик.

Передаточная функция для ошибки по заданному водействию. При исследовании точностных характеристик замкнутых автоматических систем, обычно, представляет интерес зависимость ошибки *e(t)* от входного воздействия *x(t).* Эта зависимость определяет ***передаточную функцию для ошибки по заданному водействию*** $W_e\ (t)$. Если передаточная функция $W_e\ (t)$ известна, то согласно ее определения имеем:

$$E(p)=W_e(p)X(p)$$

Чтобы найти эту передаточную функцию по заданной структурной схеме САУ, целесообразно ее выразить через одну из функций $W_р(p)$ или $W_з(p)$.

$$W_р(p)=\frac{E(p)}{X(p)}=\frac{X(p)-Y(p)}{X(p)}=1-\frac{Y(p)}{X(p)}=1-W_з(p)$$

или учитывая соотношение (3.6)

$$W_e(p)=\frac{1}{1-W_р(p)} \tag{2.35}$$

По определенной из последнего выражения передаточной функции $W_e\ (p)$ на основе обратного преобразования Лапласа может быть найдена ошибка замкнутой автоматической системы для определенного в аналитическлм виде входного воздействия *x(t)*

$$e(t)=L^{-1}[E(p)]=L^{-1}[W_e(p)X(p)]$$

Типовые передаточные функции САУ.

Большинство функциональных элементов САУ обладают свойствами апериодических и безнерционных звеньев, которые входят в состав систем наряду с интегрирующим и форсирующими звеньями. С учетом этого передаточная функция разомкнутой системы может быть представлена в виде:

$$W_р(p)=\frac{K_r\prod\limits_{i=1}^{m}(1+T_i p)}{p^r\prod\limits_{k=1}^{n-r}(1+T_k p)} \qquad \text{при} \quad m<n,$$

где *n* - порядок дифференциального уравнения замкнутой системы, r – число интегрирующих звеньев в составе системы, *m* – количество форсирующих звеньев, K_r– коэффициент передачи системы по *r* - й производной входного воздействия. Обычно $m = 1$ и r ≤ 2.

Замкнутую автоматическую систему, не содержащую интеграторов ($r=0$), называют ***статической системой***, передаточная функция которой имеет вид:

$$W_з(p)=\frac{K_0\prod\limits_{i=1}^{m}(1+T_i p)}{\prod\limits_{k=1}^{n}(1+T_k p)}$$

Замкнутая автоматическая система, содержащая одно интегрирующее звено (*r=1*), называется ***астатической системой*** с астатизмом первого порядка и имеет передаточную функцию

$$W_{\text{з}}(p)=\frac{K_1\prod\limits_{i=1}^{m}(1+T_i p)}{p\prod\limits_{k=1}^{n-1}(1+T_k p)},$$

где K_r – коэффициент передачи системы по скорости (по *1* - й производной). Аналогично можно записать выражение для передаточной функции САУ, содержащей два интегрирующих звена

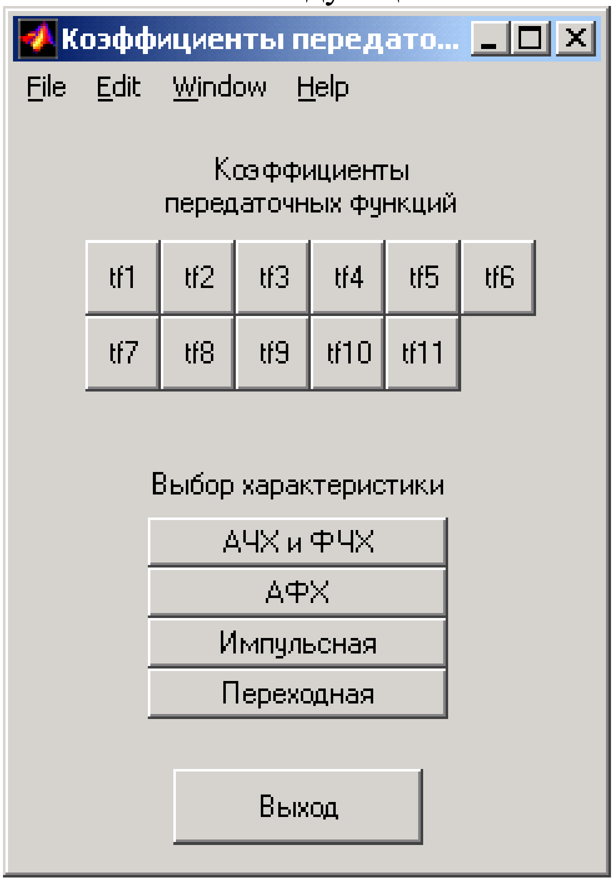
$$W_{\text{з}}(p)=\frac{K_2\prod\limits_{i=1}^{m}(1+T_i p)}{p^2\prod\limits_{k=1}^{n-2}(1+T_k p)},$$

где K_2 - коэффициент передачи системы по ускорению (по *2* - й производной). Такие системы называют астатическими системами с астатизмом второго порядка.

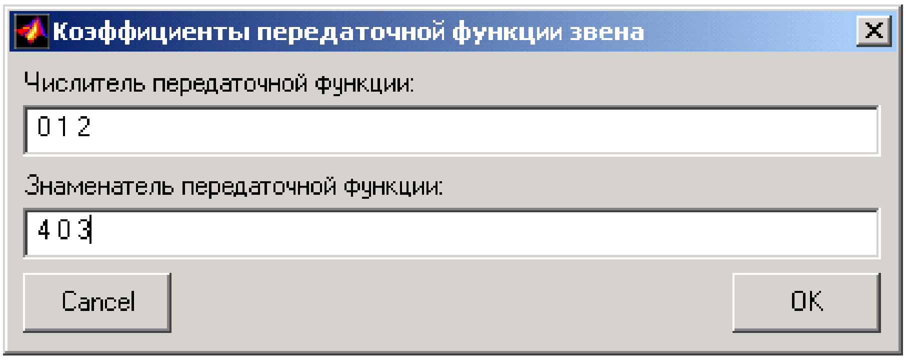
2.4. Работа с программой. Порядок выполнения работы.

Программа предусмотрена для моделирования и исследования многоконтурных автоматических систем радиоавтоматики. Для работы с программой необходимо:

1. Запустить программу “MatLab”.
2. В командной строке написать “lab2”.
3. Наать клавишу “Enter”. Появится следующее меню



4. Задайте передаточные функции звеньев в соответствии с заданным вариантом. Для этого нажмите кнопку с номером интересующего звена. В появившемся окне



введите через пробелы коэффиценты числителя и знаменателя передаточной функции (см. табл.2.3.), начиная с коэффициента стоящего при старшей степени. **Например**: для ввода передаточной функции вида (p+2)/(4p^2+3) в окне необходимо ввести: для числителя “0 1 2”, для знаменателя “4 0 3”

5.Нажмите кнопку с интересующей Вас характеристикой.

Заметим, что на всех графиках включен режим zoom.

Режим ***zoom****:*

Нажимая на левую кнопку мыши можно увеличивать интересующую область графика, а нажимая на правую – уменьшать, . Двойным нажатием на любую кнопку мыши отображается исходный график.

6. По окончании исследования заданной системы нажать на кнопку “Выход”, при этом закрываются все окна и **удаляются все переменные**.

2.5. Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать резуль таты, полученные в ходе выполнения всех пунктов задания (см. раздел 2.1.). В частности:

- Вариант индивидуального задания на лабораторную работу;
- Обобщенную схему системы управления;
- Полученную в результате учета исходных данных схему исследуемой САУ;
- Дифференциальное и операторное уравнения, описывающие процессы в схеме, определенной вариантом задания;
- Вывод аналитических выражений для передаточной функции замкнутой и разомкнутой системы и соответствующих комплексных коэффициентов передачи, амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристик;
- Расчетные частотные характеристики полученные в диапазоне частот определенном заданием;
- Вывод аналитических выражений переходной и импульсной переходной функции для заданного варианта схемы САУ;
- Расчетные временные характеристики, полученные в диапазоне интервалов времени, определенном заданием;
- Экспериментальная проверка результатов расчета характеристик, заданной САУ, включает в себя получение следующих характеристик:
    - АЧХ и ФЧХ исследуемой системы;
    - переходной и импульсной переходной характеристик САУ;

- годографа (диаграмма Найквиста) комплексного коэффициента передачи;

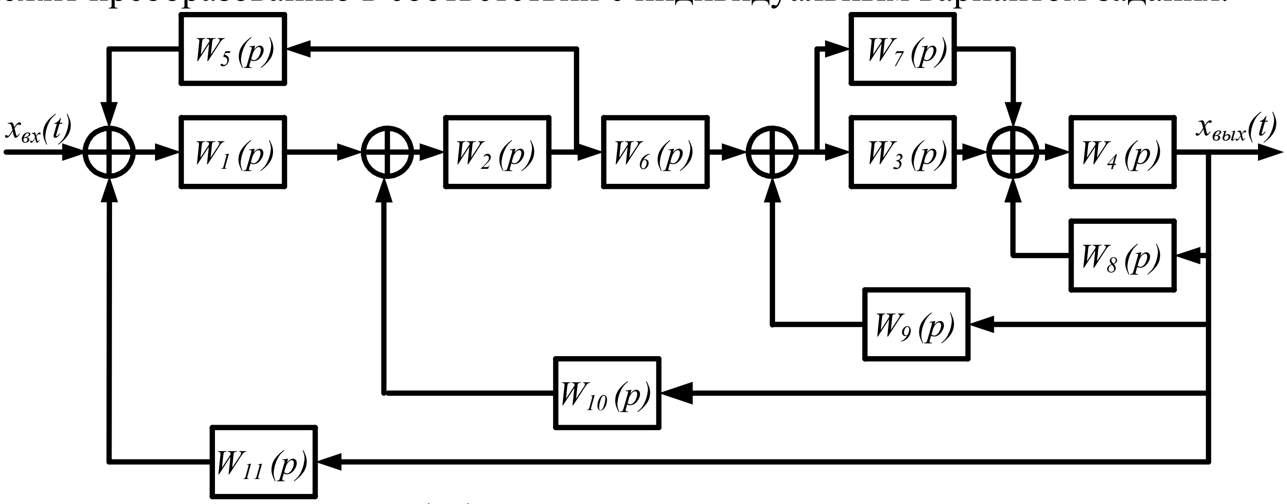
Для выполнения задания в части экспериментального исследования заданной системы необходимо использовать пакет прикладных программ (ППП) System Toolbox 5 среды инженерных расчетов MatLab 5.2.

- Выводы по работе.

Особое внимание при подготовке отчета по лабораторной работе следует обратить на изложение пунктов задания, связанных с теоретическими исследованиями, предшествующими экспериментальной проверке результатов, полученных расчетным путем (см. раздел 2.1.). Поэтому далее в качестве примера выполнения задания даны отдельные фрагменты отчета:

1. Изложение целей лабораторной работы производится ***в соответствии с разделом 2.1.***

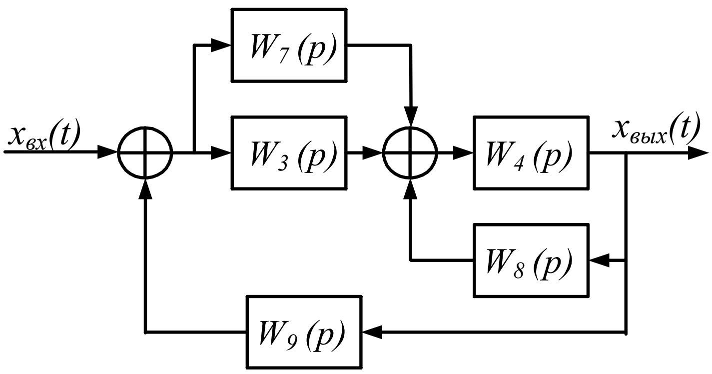
2. Обобщенная схема системы управления, представленная на рисунке, подлежит преобразованию в соответствии с индивидуальным вариантом задания.



Обобщенная структурная схема САУ

3. Для такого преобразования необходимо передаточные функции, определенные заданием, представить в виде таблицы. Затем заменяя передаточные функции элементов их значениями привести обобщенную структурную схему к виду, соответствующему варианту задания.

$W_1(p)$	$W_2(p)$	$W_3(p)$	$W_4(p)$	$W_5(p)$	$W_6(p)$	$W_7(p)$	$W_8(p)$	$W_9(p)$	$W_{10}(p)$	$W_{11}(p)$
1	*1*	$\frac{1}{p^2+p+3}$	$\frac{p}{p^2+p}$	*0*	*1*	$\frac{1}{p^2+2p}$	$\frac{2}{p^2+p}$	*2/3*	*0*	*0*



Для передаточных функций, представленных в последней таблице структурная схема заданной системы управления имеет вид, показанный на рисунке.

4. В отчете необходимо привести подробные выкладки, связанные с преобразованиями и вычислениями передаточной функции исследуемой системы, а также все использованные в ходе выполнения задания структурные преобразования.

Выражение передаточной функции исследуемой системы должно быть приведено к дробно-рациональной функции. В частности, для рассмотренной выше системы управления она имеет вид:

$$W(p)=\frac{6p^3+15p^2+18p+9}{3p^6+15p^5+36p^4+67p^3+79p^2+60p+42}.$$

5. Вычисления корней и полюсов полученной передаточной функции можно получить вручную, либо с применением любых математических пакетов (в частности, в среде MatLab необходимо для этого использовать команды *pole* и *tzero*). Вычисленные значения корней и полюсов передаточной функции заданной системы: представить в виде таблицы

Полюса			Корни		
	Re	Im		Re	Im
λ_1	-2.3985	-	β_1	-1	-
λ_2	-1.6789	-	β_2	-0.7500	0.9628
λ_3	-0.3629	1.6481	β_3	-0.7500	-0.9628
λ_4	-0.3629	-1.6481			
λ_5	-0.0984	1.1005			
λ_6	-0.0984	-1.1005			

6. Построить полюсно-нулевую диаграмму для рассматриваемой системы управления и на ее основе описать основные свойства исследуемой САУ.

7. Представить полученную передаточную функцию в виде суммы простейших дробей

$$W(p)=\frac{R_1}{p-\lambda_1}+\frac{R_2}{p-\lambda_2}+\ldots+\frac{R_n}{p-\lambda_n},$$

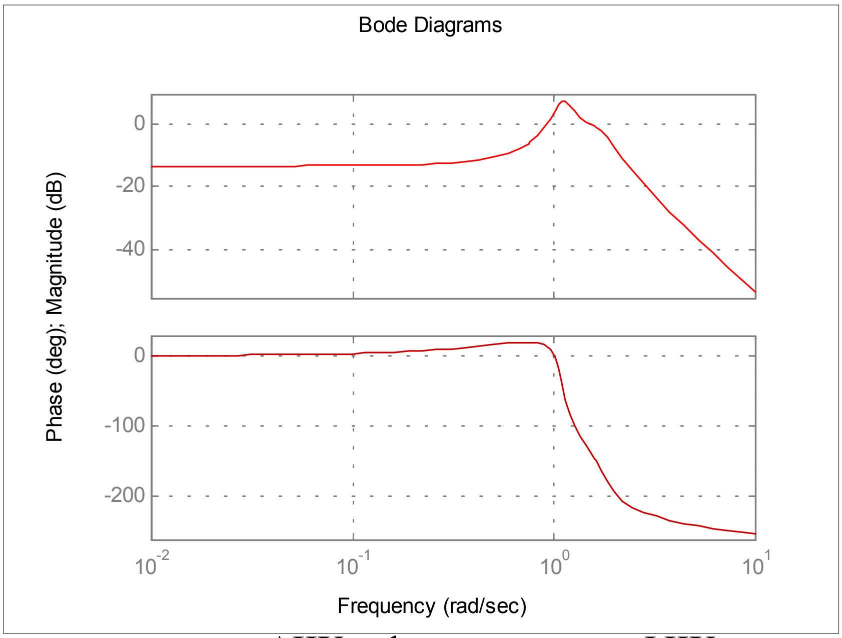
где λ_i - полюса передаточной функции, полученные ранее, а коэффициенты R_i могут быть рассчитаны как вручную, так и с применением любых математических пакетов (в среде MatLab использовать команду *residue*). В результате для приведенного примера имеем:

$$W(p)=\frac{0.3185}{p-(-2.3985)}+\frac{-0.2059}{p-(-1.6789)}+\frac{-0.2391+i0.0036}{p-(-0.3629+i1.6481)}+\frac{-0.2391-i0.0036}{p-(-0.3629-i1.6481)}+$$
$$+\frac{0.1828-i0.1330}{p-(-0.0984+i1.1005)}+\frac{0.1828+i0.1330}{p-(-0.0984-i1.1005)}.$$

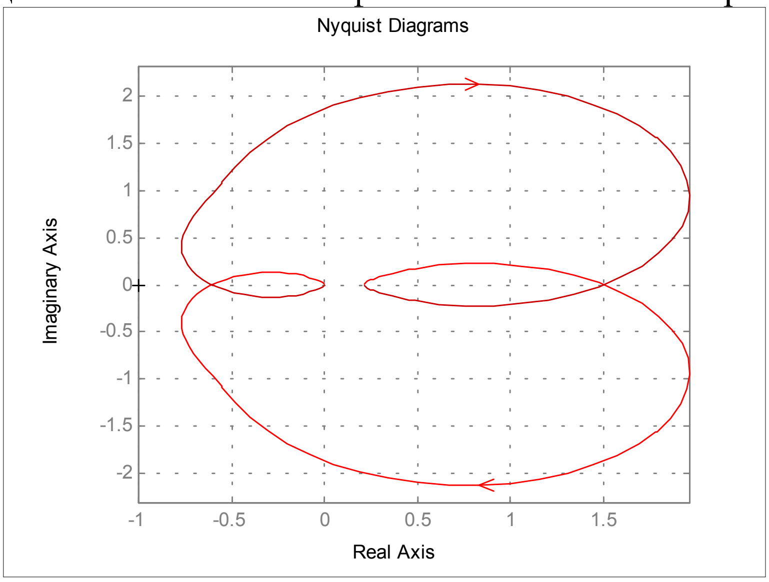
8. Используя приведенные в разделах 2.2, 2.3 и 2.4 соотношения получить аналитические выражения для характеристик исследуемой системы управления во временной и частотной областях.

9. Качественно изобразить характеристики (с использованием любого графического редактора), полученные расчетным путем. Для рассмотренного примера некоторые из этих характеристик имеют вид, показанный ниже.

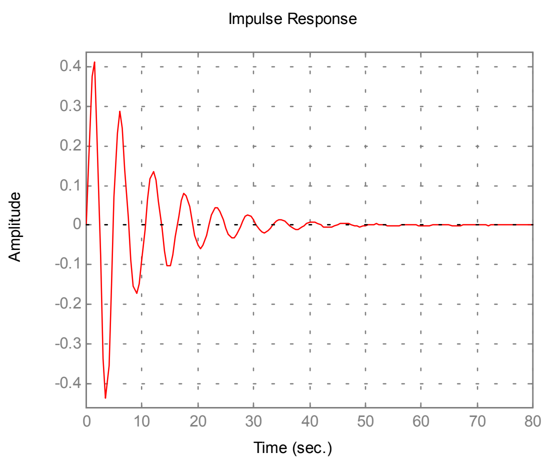
10. В выводах по работе провести сравнение характеристик исследуемой САУ, полученных расчетным путем и на основе моделирования.



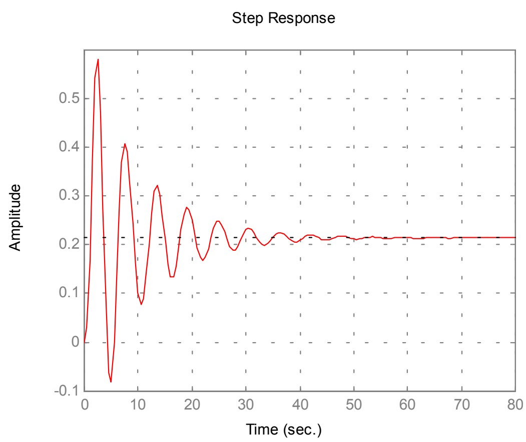
а) амплитудно-частотная АЧХ и фазо-частотная ФЧХ характеристики



б) годограф вектора комплексного коэффициента передачи замкнутой системы



в) импульсная характеристика



г) переходная характеристика

2.6. Варианты заданий для лабораторной работы №2. **Таблица 2.3**

Вариант №	Передаточные функции элементов исходной схемы					
	$W_1(p)$	$W_2(p)$	$W_3(p)$	$W_4(p)$	$W_5(p)$	$W_6(p)$
1	$2[p(p+1)]^{-1}$	1	$[p^2+2p+1]^{-1}$	1	0	1
2	$\frac{1}{p^2+3}$	$\frac{1}{p}$	$\frac{2}{7p+3}$	$\frac{3p}{5p^2+2p+12}$	0	3
3	$\frac{2}{p^2+7p+6}$	1	1	$\frac{1}{p^2+1}$	$\frac{2}{p^2+p}$	$\frac{4}{p^2+p+3}$
4	$\frac{2p}{3p^2+4p}$	$\frac{p+2}{p^2+3p+5}$	$\frac{2}{p^2+3}$	1	0	$\frac{2}{p}$
5	$\frac{1}{p}$	1	$\frac{2}{p^2+3}$	$\frac{p+2}{p^2+3p+5}$	0	1
6	1	$\frac{3}{p^2+10}$	$\frac{3p}{5p^2+p}$	1	0	$\frac{3p}{5p^2+2p+12}$
7	$\frac{2}{p^2+8p}$	1	1	$\frac{1}{p^2+3}$	$\frac{1}{p^2+2p+1}$	$\frac{2}{p^2+7p+6}$
8	$\frac{2}{p^2+3}$	$\frac{p}{p^2+1}$	$\frac{2p}{3p^2+4p}$	1	0	$\frac{2}{p^2+3}$
9	1	1	$\frac{4}{p^2+p+3}$	$\frac{2p}{3p^2+4p}$	0	1
10	$\frac{p}{p^2+1}$	1	$\frac{2}{p^2+p}$	$\frac{1}{p+3}$	0	$\frac{1}{p^2+1}$
11	1	1	1	$\frac{p}{4p^2+p}$	0	1
12	$\frac{4}{p^2+p+3}$	1	$\frac{2p}{3p^2+4p}$	$\frac{p}{p^2+1}$	$\frac{1}{2}$	1
13	$\frac{2}{p^2+3}$	$\frac{1}{p^2+2p+1}$	$\frac{3}{p^2+10}$	1	0	1
14	1	$\frac{2}{p^2+7p+6}$	$\frac{1}{p^2+1}$	$\frac{1}{6p^2}$	0	$\frac{3p}{5p^2+2p+12}$
15	$\frac{2p}{3p^2+4p}$	1	1	$\frac{3}{p^2+10}$	$\frac{p}{4p^2+p}$	$\frac{2}{p^2+p}$
16	1	1	$\frac{1}{p}$	$\frac{2}{7p+3}$	0	1
17	$\frac{3p}{5p^2+1}$	1	$\frac{p}{4p^2+p}$	1	$\frac{4}{p^2+p+3}$	1
18	1	$\frac{p+2}{p^2+3p+5}$	$\frac{1}{6p^2}$	1	0	$\frac{1}{p^2+3}$
19	$\frac{1}{p^2+1}$	1	$\frac{2}{p^2+3}$	1	0	1
20	1	$\frac{2}{p^2+7p+6}$	$\frac{2}{p^2+p}$	1	0	$\frac{1}{p}$

Варианты заданий для лабораторной работы №2. (продолжение таблицы).

Вариант №	Передаточные функции элементов исходной схемы				
	$W_7(p)$	$W_8(p)$	$W_9(p)$	$W_{10}(p)$	$W_{11}(p)$
1	0	0	$\frac{1}{6p^2}$	$\frac{p+2}{p^2+3p+5}$	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{2}{p^2+7p+6}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{p}$	0
3	0	0	$\frac{2}{p^2+3}$	2	$\frac{1}{2p}$
4	$\frac{p}{4p^2+p}$	0	0	$\frac{1}{3p}$	$\frac{3p}{5p^2+1}$
5	0	$\frac{2}{5p+3}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{p+3}$
6	$\frac{2}{7p+3}$	0	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{3p}$	0
7	0	1	$\frac{3}{p+7}$	1	
8	$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{2}{p^2+8p}$	1
9	$\frac{2}{p^2+8p}$	$\frac{2}{p^2+p}$	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{2}{(2p+1)^2}$
10	0	$\frac{p}{4p^2+p}$	$\frac{2}{3p}$	0	$\frac{3}{4}$
11	0	$\frac{2}{p^2+1}$	1	0	0
12	$\frac{1}{p^2+3}$	0	$\frac{1}{7}$	0	$\frac{1}{p+3}$
13	2	0	0	$\frac{1}{2p^2+3}$	$\frac{2}{p}$
14	0	0	$\frac{1}{p}$	1	0
15	0	$\frac{1}{2p}$	0	0	$\frac{1}{p^2+3}$
16	0	$\frac{2}{p}$	$\frac{p}{4p^2+p}$	0	1
17	$\frac{2}{p^2+p}$	1	$\frac{1}{5p}$	0	$\frac{3}{p^2+10}$
18	0	1	$\frac{1}{p^2+1}$	$\frac{1}{p^2+2p+1}$	0
19	0	0	$\frac{2p}{5p^2+2}$	1	$\frac{3}{4p}$

20	$\frac{3p}{5p^2+2p+12}$	0	1	$\frac{3p}{5p^2+1}$	$\frac{p}{3p^2+2p}$

2.7. Контрольные вопросы

1. Дайте определения основных характеристик систем автоматического управления.

2. Как по дифференциальному уравнению системы управления найти ее передаточную функцию.

3. Пояснить различия статических и астатических систем управления.

4. Способы соединений элементов в составе САУ.

5. Передаточная функция и основные характеристики последовательного соединения звеньев.

6. Передаточная функция и основные характеристики параллельного соединения звеньев.

7. Передаточная функция и основные характеристики соединения звеньев с обратной связью.

8. Пояснить как возможно перейти от последовательного соединения звеньев к эквивалентному ему параллельному соединению при сохранении неизменными входнуй и выходной величин.

10. Для заданного варианта структурного преобразования из таблицы 2.3. доказать его эквивалентность.

11.Изобразить структурную схему, соответствующую по динамике происходящих в ней процессов операторному уравнению $Y(p) = 3p^3 + 2p^2 + p^1 + 1$.

12.Изобразить структурную схему, соответствующую по динамике происходящих в ней процессов операторному уравнению $Y(p) = p^3 + 2p^2 + 3p^1 + 4$.

13.Изобразить структурную схему, соответствующую по динамике происходящих в ней процессов операторному уравнению $Y(p) = p^3 + 2p^2 + 1$.

14. К какому типу относится замкнутая система, имеющая передаточную функцию

$$W_з = \frac{1+pT_1}{p^3(1+pT_2)^2}$$

Найти операторное уравнение системы и изобразить соответствующую ему структурную схему.

15. Для условий предыдущей задачи при заданных значениях параметров T_1 и T_2 построить диаграмму Найквиста.

3. Литература

1.Анализ и статистическая динамика систем автоматического управления. Том 1, Под ред. Н.Д. Егупова. М: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000 г.

2.Теория автоматического управления, Под ред. В.Б. Яковлева. М: “Высшая школа”, 2003 г.

3. М.В.Гальперин. Автоматическое управление. М: ФОРУМ – ИНФРА, 2004.

4. А.В. Пантелеев, А.С. Бортаковский. Теория управления в примерах и задачах. М: “Высшая школа”, 2003 г.

5. Радиоавтоматика. Под ред. В.А.Бессекерского. М: “Высшая школа”, 1985 г.
6. Г.Ф. Коновалов. Радиоавтоматика. М: “Высшая школа”, 1990 г.