

## **ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ**

В настоящее время в связи с необходимостью получения достоверных результатов анализа реальных ситуаций и последующего их точного и надежного прогноза особую актуальность на предприятиях и организациях приобретает применение статистических методов прогнозирования, в том числе, методов эконометрики, которая исследует зависимости между различными экономическими показателями. Особенно важны такие методы в финансовых подразделениях предприятий и организаций, а также в подразделениях продаж, маркетинга, рекламы и др.

Написание контрольной работы представляет собой форму самостоятельной работы в свободное от занятий время.

При рассмотрении задач регрессионного анализа с помощью вычислительной техники ставятся следующие цели:

- научить студентов формализации постановки практических задач и содержательной интерпретации формальных результатов;
- привить студентам устойчивые навыки использования вычислительной техники и современных пакетов прикладных программ статистического анализа (на примере табличного процессора Microsoft Excel);
- дать студентам практический опыт применения изучаемых методов для решения конкретных практических задач;
- привить студентам умение самостоятельно изучать учебную и научную литературу по эконометрическим методам и научить студентов использовать новые пакеты прикладных программ для решения задач прикладного эконометрического анализа.

Выполнение такой работы способствует формированию у студентов навыков самостоятельного творчества, повышения профессиональной подготовки, лучшему усвоению теоретического и практического материала.

Цель методических указаний — научить студентов методам и моделям прикладного эконометрического анализа как инструмента выявления количественных зависимостей в реальных задачах, возникающих в повседневной деятельности (финансовых, маркетинга, продаж, рекламы и др.).

# **ПОДГОТОВКА И ОФОРМЛЕНИЕ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ**

Некоторые величины в экономике можно контролировать в любой момент времени путем их измерения. Также эти величины можно изменять. К таким показателям относятся, например, численность сотрудников предприятия, стоимость основных производственных фондов, объем расходов на рекламу и т. п. Например, чтобы уменьшить численность сотрудников на 20 чел., директору предприятия достаточно издать соответствующий приказ о сокращении штатов. Чтобы увеличить в следующем месяце расходы на рекламу, нужно предусмотреть определенное увеличение в месячном бюджете расходов и т. д.

Другие величины непосредственно изменить не получается: если руководитель предприятия издаст приказ об увеличении месячной прибыли (или объема продаж) на 50%, то даже если сотрудники будут стараться, вовсе не обязательно, что эта самая прибыль (объем продаж) увеличится.

Такими показателями, нужно управлять, но опосредованно, т.е. управлять через какие - то другие величины. Например, чтобы увеличить объем выпуска, скорее всего, потребуется увеличить численность сотрудников, приобрести дополнительные производственные мощности, возможно, каким то образом усовершенствовать технологии. На увеличение объема продаж, скорее всего, может повлиять снижение цены, оптимизация рекламы и маркетинга.

Все выше изложенные рассуждения носят лишь качественный характер. Но существует необходимость рассмотрения вопросов точного, количественного характера, например:

- «На сколько млн. руб. увеличится объем продаж, если затраты на рекламу возрастут на 1 млн. руб.?»;
- «На сколько процентов увеличится объем продаж, если затраты на рекламу возрастут на один процент?» и т. п.

Поиском ответов на такие вопросы на основании числовой информации о поведении анализируемых показателей занимается эконометрическое моделирование. Поэтому одним из основных базовых элементов современного экономического образования, наряду с макроэкономикой и микроэкономикой, является эконометрика.

Вопросы эконометрического моделирования (набор статистических методов) можно решать с помощью современных информационных технологий. В настоящее время на рынке существует множество различных пакетов прикладных программ для решения задач подобного типа:

- MathCad;
- Eviews;
- Microsoft Excel;

– Statistica (является одной из наилучшей интегрированной системой комплексного статистического анализа и обработки данных в среде Windows. Включает в себя следующие специализированные модули: Основные статистики и таблицы, Непараметрическая статистика, Дисперсионный анализ, Множественная регрессия, Нелинейное оценивание, Анализ временных рядов и прогнозирование, Кластерный анализ, Факторный анализ, Дискриминантный

функциональный анализ, Анализ длительности жизни, Каноническая корреляция Моделирование структурных управлений, Промышленная статистика. В совокупности эти модули данной системы покрывают весь спектр современной статистической обработки.

Целесообразно выделить следующие сферы применения этих программных комплексов:

1. Анализ научной информации и ее оценивание.
2. Финансовый анализ.
3. Макроэкономическое прогнозирование.
4. Моделирование.
5. Прогнозирование состояния рынков.

В настоящее время наиболее распространенным программным комплексом статистического анализа является электронный процессор Microsoft Excel, который позволяет проводить регрессионный анализ (строить эконометрические модели), корреляционный анализ. С помощью данного программного средства можно очень быстро выявить наличие статистической зависимости в анализируемых данных и затем, используя полученные взаимосвязи, сделать прогноз состояния моделируемого объекта и выбирать на этой основе оптимальное управление данным объектом.

Для решения поставленных задач Excel содержит две основные части:

- Опция «Мастер Функций».
- Пакет «Анализ данных».

**1. Опция «Мастер функций».** Позволяет автоматизировать (упростить) решение основных эконометрических методов: регрессия, корреляция, дисперсия и т.д. В ней содержаться основные статистические функции рассмотренные в таблице 1.

Таблица 1. Основные статистические функции, входящие в опцию «Мастер функций».

Синтаксис	Характеристика функции
СРЗНАЧ(число 1, число 2, ...)	Среднее арифметическое значение признака
ДИСПР(число 1, число 2, ...)	Дисперсия признака
СТАНДОТКЛОНП(число 1, число 2, ...)	Среднее квадратичное отклонение (стандартное отклонение признака)
КОРРЕЛ(массив 1, массив 2)	Коэффициент корреляции между двумя признаками

Синтаксис	Характеристика функции
КОВАР (массив1; массив2)	Ковариация признаков, то есть среднее произведений отклонений для каждой пары признаков
КВПИРСОН (известные_значения_y; известные_значения_x)	Коэффициент детерминации
КВАДРОТКЛ (число1;число2;...)	Сумма квадратов отклонений признака от его среднего. Уравнение расчета имеет вид: $КВАДРОТКЛ = \sum (x - \bar{x})^2$
ОТРЕЗОК (известные_значения_x; известные_значения_y)	Определяет значение свободного члена уравнения (точку пересечения линии с осью $y$ , т.е. параметр $a$ ). Известные_значения_y — это множество значений зависимой переменной. Известные_значения_x — это множество значений независимой переменной
НАКЛОН (известные_значения_y; известные_значения_x)	Определяет значение коэффициента регрессии (наклон линии линейной регрессии, то есть параметр $b$ )
ЛИНЕЙН (известные_значения_y; известные_значения_x; конст; статистика)	<p>Рассчитывает статистику для данных с применением МНК, чтобы вычислить прямую линию, которая наилучшим образом аппроксимирует (удовлетворяет) имеющимся данным. Функция возвращает массив, который описывает полученную прямую.</p> <p><i>Известные_значения_y</i> — это множество значений зависимой переменной <math>y</math>.</p> <p><i>Известные_значения_x</i> — это множество значений независимой переменной.</p> <p><i>Конст</i> — логическое значение, которое указывает, требуется ли, чтобы свободный член уравнения (<math>a</math>) был рассчитан. Если 1 — рассчитывается, если 0 — не рассчитывается.</p> <p><i>Статистика</i> — логическое значение, которое указывает, требуется ли показать дополнительную статистику по</p>

регрессии. Если 1 – показывается, если 0 – не показывается.

Дополнительная регрессионная статистика содержит:

- стандартные значения ошибок для коэффициентов регрессии;
- стандартное значение для свободного члена уравнения;
- коэффициент детерминации;
- стандартная ошибка для оценки  $y$ ;
- F-статистика, или F-наблюдаемое значение критерия Фишера;
- число степеней свободы:  $n-m-1$ ;
- регрессионная сумма квадратов отклонений ( $RSS$ );
- остаточная сумма квадратов отклонений ( $ESS$ ).

Для отображения дополнительной статистики необходимо выделить диапазон ячеек размера (для парной регрессии блок размера 5\*2, для множественной число столбцов зависит от количества факторных признаков). Запустить функцию ЛИНЕЙН и для отображения нажать не *OK*, а комбинацию клавиш: *Ctrl+Shift+Enter*.

На рисунке показано, в каком порядке возвращается дополнительная регрессионная статистика.

	A	B	C	D	E	F
1	Значения коэффициентов уравнения регрессии					
2	$b_n$	$b_{n-1}$	...	$b_2$	$b_1$	$a$
3	$m_{bn}$	$m_{bn-1}$	...	$m_{b2}$	$m_{b1}$	$m_a$
4	Коэффициент детерминации	Стандартная ошибка $y$				
5	F - статистика	df				
6	Регрессионная СКО	Остаточная СКО				

FPACПОБР (вероятность;  
степени\_свободы1;  
степени\_свободы2)

Табличное значение F – критерия Фишера. Вероятность — уровень значимости, степени\_свободы 1 — это число степеней свободы факторной СКО, степени\_свободы2 — это ч.с.с. остаточной СКО

Синтаксис	Характеристика функции
СТЬЮДРАСПОБР (вероятность; степени_свободы)	Табличное значение t - распределения Стьюдента. Степени_свободы — число степеней свободы остаточной СКО
ФИШЕР (x)	Возвращает z - преобразование Фишера для аргумента x — это числовое значение, которое требуется преобразовать. Уравнение расчета имеет вид: $z = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$
ПРЕДСКАЗ (x; известные_значения_y; известные_значения_x)	Определяет прогнозное значение результативного признака при подстановке в уравнение регрессии прогнозного значения переменной x
СТОШУХ (известные_значения_y; известные_значения_x)	Стандартное отклонение ошибок регрессии.

**2. Статистический пакет «Анализ данных», в который входят:** регрессионный анализ, корреляция, дисперсионный анализ и другие средства.

Для более детального усвоения, рассмотрим применение основных функций Excel для построения и анализа однофакторной регрессионной модели на условном примере, где представлены основные схемы по выполнению заданий контрольной работы.

**Пример.** Изучается зависимость себестоимости единицы изделия ( $Y$ , тыс. руб.) от величины выпуска продукции ( $X$ , тыс. шт.).

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Себестоимость единицы изделия, тыс. руб.	5	7	11	6	17	10	24	20	29
Величина выпуска продукции, тыс. шт.	1	3	6	10	15	25	30	40	50

**Задание:**

1. Создать рабочую книгу в программе Microsoft Excel, (имя книги: Фамилия\_№варианта).
2. Переименовать листы: лист 1 – «Мастер функций», лист 2 – «Анализ данных».

Следующие пункты задания выполнять на листе 1 и на листе 2.

3. На листе 1 сформировать таблицу исходных данных (рис. 1).
4. С помощью функции мастер диаграмм построить поле корреляции фактических значений результативного и факторного признаков.
5. Найти значение линейного коэффициента корреляции.
6. Определить параметры уравнения парной регрессии.
7. Оценить статистическую значимость уравнения регрессии в целом.
8. Оценить статистическую значимость коэффициентов уравнения регрессии.
9. Объяснить полученное значение коэффициента детерминации.
10. На поле корреляции построить теоретическую линию регрессии.
11. Для рабочего листа «Мастер функций» рассчитать прогноз себестоимости единицы изделия, при условии, что средняя величина выпуска продукции увеличится на 20%.
12. Для рабочего листа «Анализа данных» построить и проанализировать график остатков.

## **РЕШЕНИЕ НА ОСНОВЕ ОПЦИИ «МАСТЕР ФУНКЦИЙ».**

- 1. Создаем рабочую книгу** (например, Петров\_333.xls).
- 2. В ней переименовываем рабочие листы** (Мастер функций и Анализ данных).
- 3. Заносим данные и формируем таблицу**, приведенную на рис.1.

№ п/п	Себестоимость единицы изделия	Величина выпуска продукции
1	5	1
2	7	3
3	11	6
4	6	10
5	17	15
6	10	25
7	24	30
8	20	40
9	29	50

Рис. 1. Исходные данные.

- 4. Построим поле корреляции по фактическим данным. Выберем тип диаграммы Точечная -> точечная диаграмма, на которой значения соединены отрезками).**

На построенной диаграмме выделим график функции, щелкнув по нему левой кнопкой мыши. Выделение обозначается светлым маркером на функции. Нажав правую кнопку мыши, выведем контекстное меню. На рис. 2 изображено поле корреляции с добавленной линией тренда.

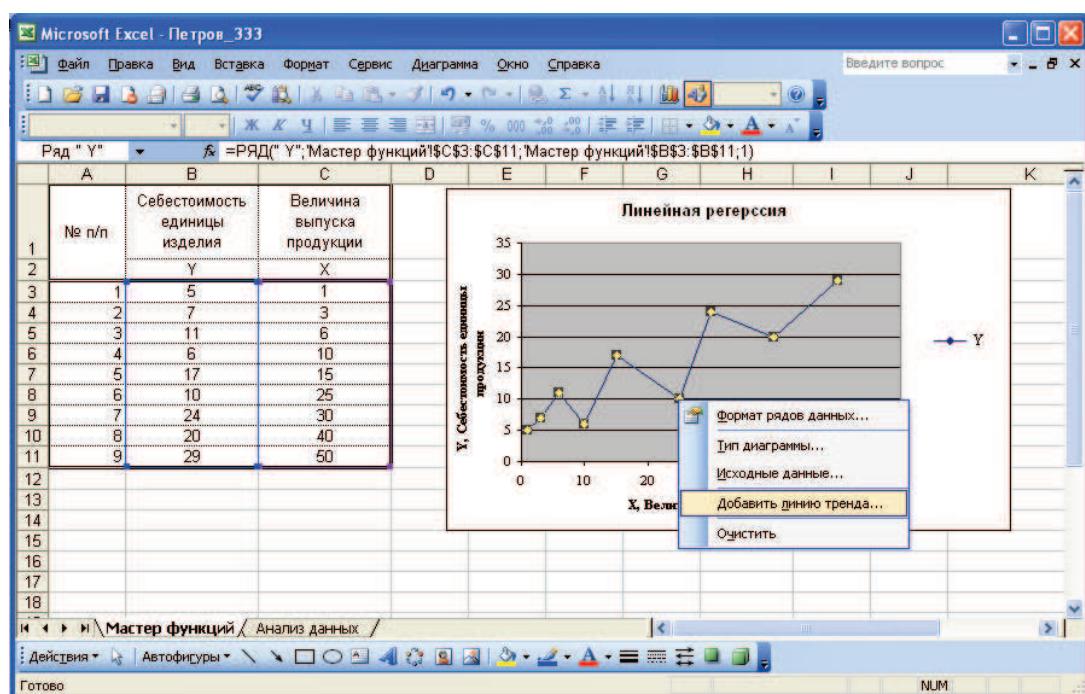


Рис. 2. Построение линии тренда.

Выберем опцию **Добавить линию тренда**. В панели линии тренда во вкладке **Тип** надо выбрать тип функции (по умолчанию выбирается **Линейная**), рис. 3.

Параметры линии регрессии (тренда) задаются: на вкладке **Параметры** введем название тренда (теоретической кривой) и установим флажки **«Показывать уравнение на диаграмме»** и **«Поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации ( $R^2$ )»**, т.е. коэффициент детерминации, как показано на рис. 4.

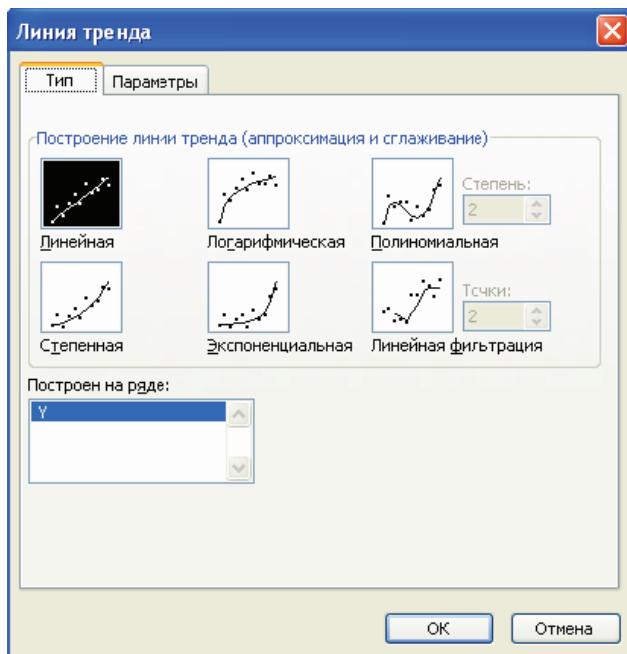


Рис. 3. Тип тренда.

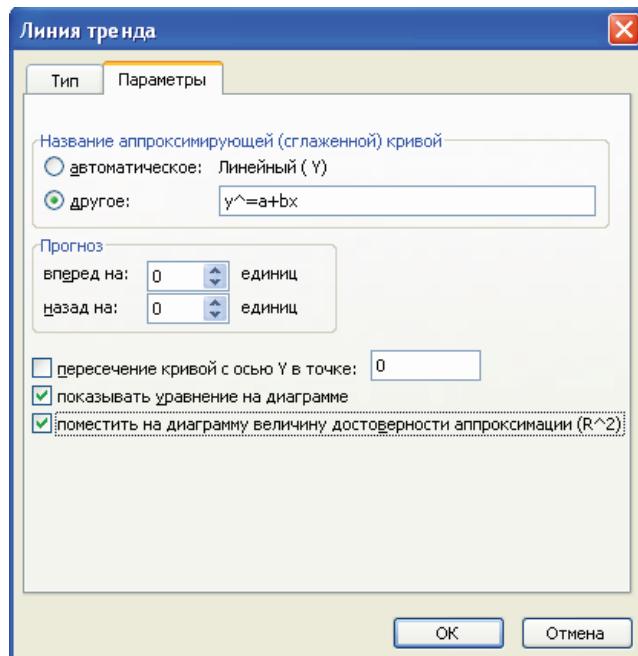


Рис. 4. Параметры тренда.

В результате на диаграмме появится вид теоретической кривой, ее параметры и коэффициент детерминации. Рис. 5.

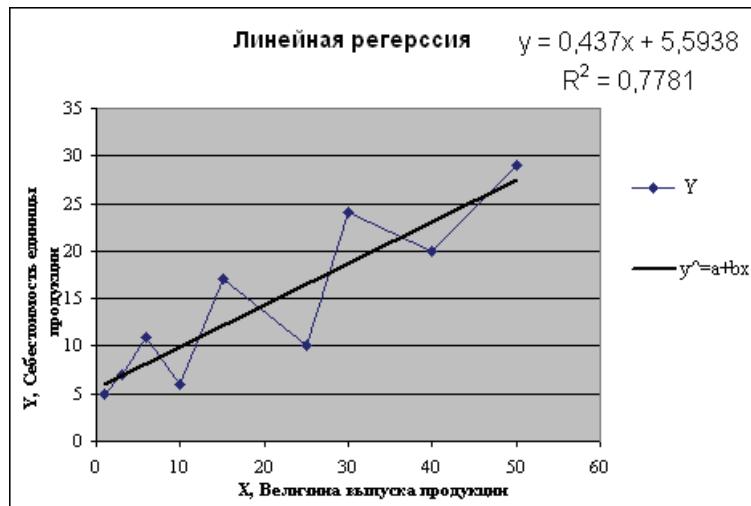


Рис. 5. Поле корреляции.

## 5. Рассчитаем коэффициент парной корреляции с помощью мастера функций.

Для расчета коэффициента линейной корреляции используется функция **КОРРЕЛ**, в окне которой необходимо ввести адреса диапазонов результативного и факторного признака. (Рис. 6 и 7).

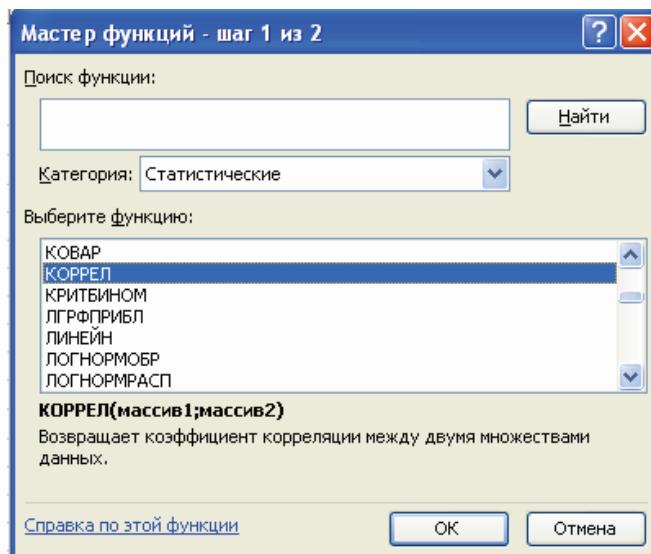


Рис.6. Функция для расчета коэффициента корреляции.

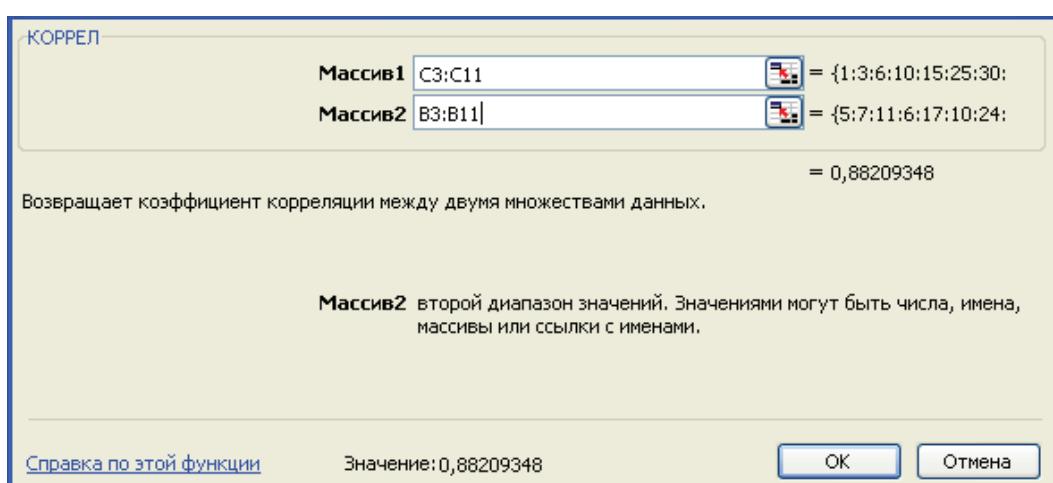


Рис.7. Устанавливаем параметры функции КОРРЕЛ.

Полученный коэффициент показывает, что связь высокая, по направлению – прямая (рис. 8).

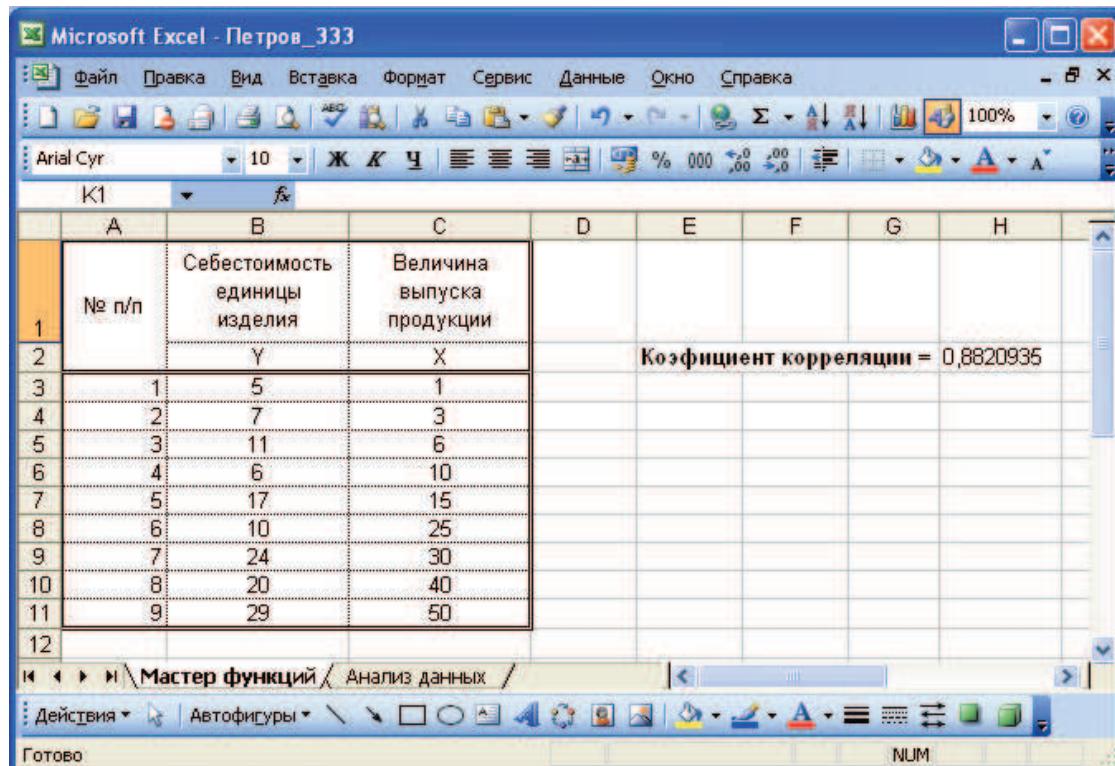


Рис.8. Рассчитанный коэффициент корреляции.

## 6. Определим параметры парного линейного уравнения парной регрессии:

$$y_x = a + b \cdot x + \varepsilon .$$

Рассмотрим несколько вариантов решения данного уравнения.

*6.1. Определим коэффициенты уравнения на основе формул:*

$$b = r_{xy} \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}$$

Для этого рассчитаем

- среднее квадратичное отклонение признаков используя функцию **СТАНДОТКЛОН** (рис. 9);
- среднее значение каждого признака через функцию **СРЗНАЧ** (рис. 10).

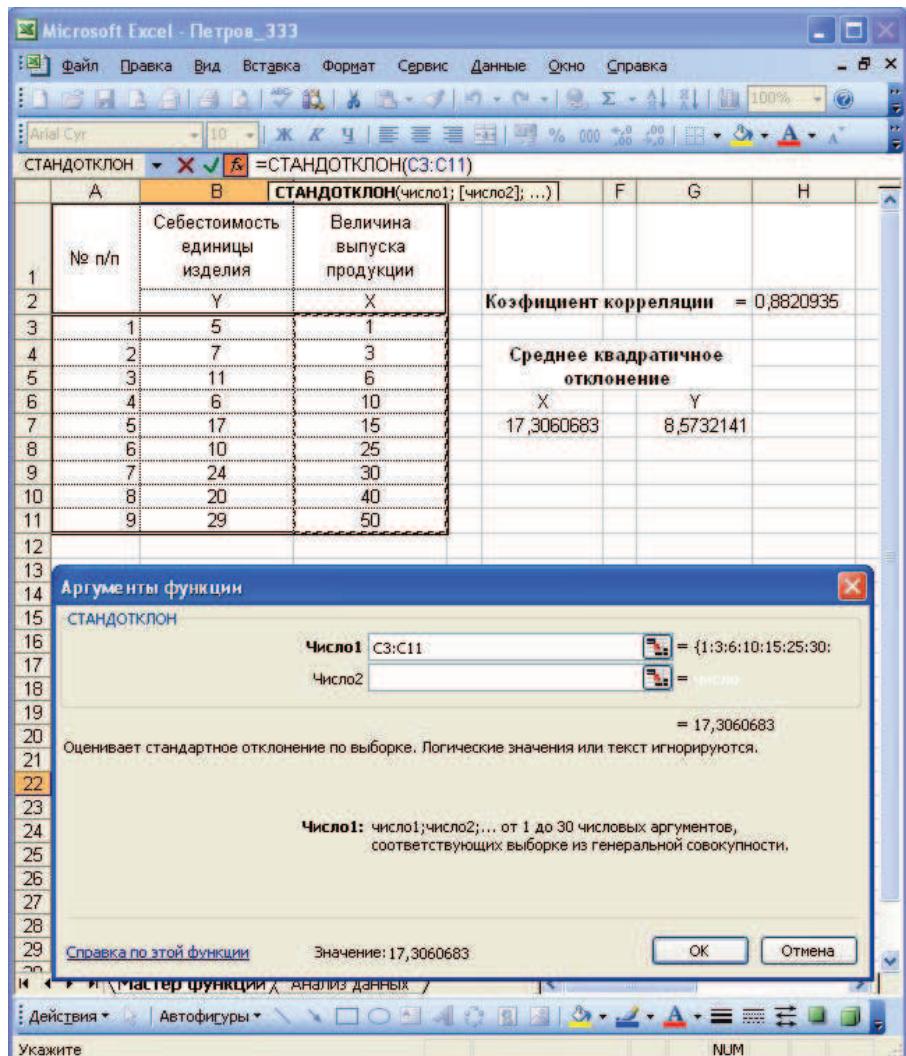


Рис. 9. Расчет среднеквадратического отклонения признаков.

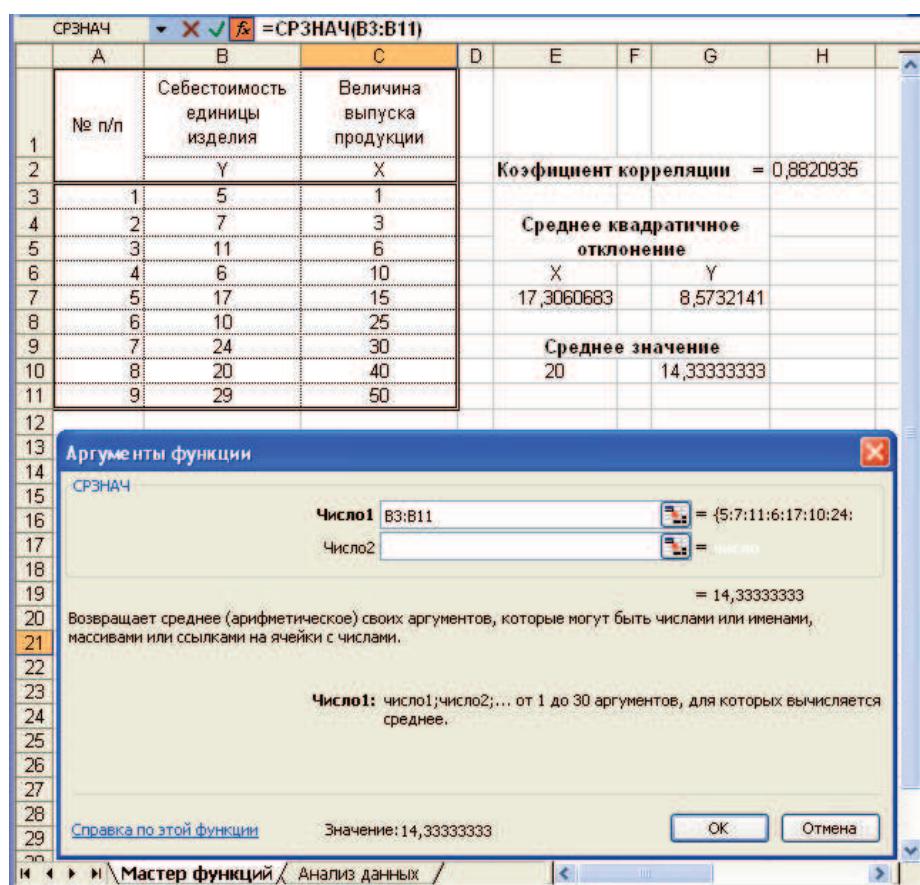


Рис. 10. Расчет среднего значения признаков.

Тогда коэффициенты уравнения регрессии  $a$  и  $b$  можно найти по формулам:  $H2^*(G7/E7)$  и  $G10-G13^*E10$  (рис. 10а).

<b>a</b>	<b>b</b>
5,5937674	0,436978297
$y_x = 5,59 + 0,44 \cdot x + e$	

Рис 10а. Расчет параметров уравнения по формулам.

Данное уравнение будет показывать, что при увеличении величины выпуска продукции на 1 тыс. шт. себестоимость единицы продукции увеличится в среднем на 44 руб.

## 6.2. Определим параметры уравнения с помощью функций: **НАКЛОН** и **ОТРЕЗОК**.

На панели соответствующей функции необходимо ввести адреса диапазонов  $Y$  и  $X$  (рис. 10б и рис. 10в).

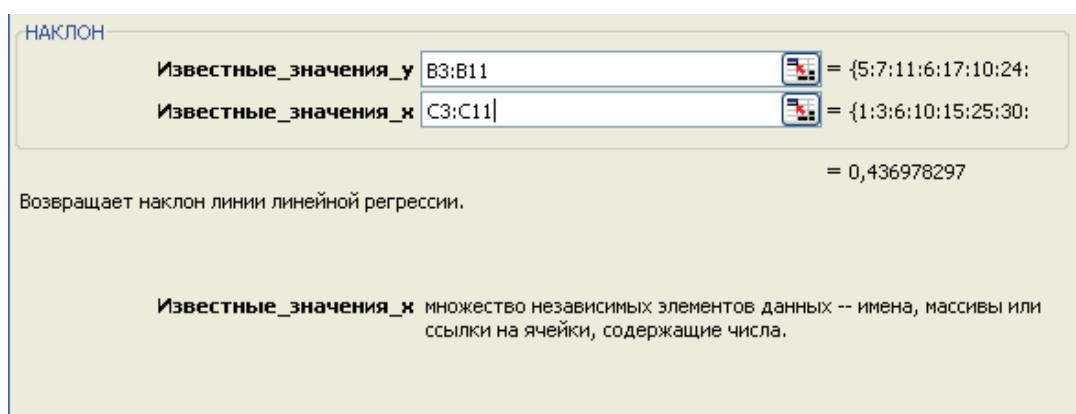


Рис 10б. Расчет параметра  $b$  по функции Наклон.

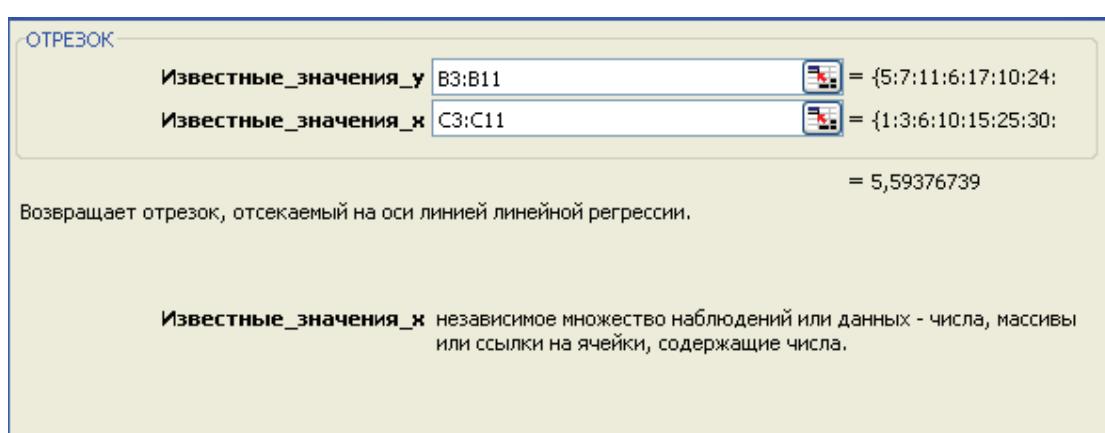


Рис 10в. Расчет параметра  $a$  по функции Отрезок.

Также определить коэффициенты регрессии можно по построенному графику в п.4. (см. рис. 14).

## 7. Установим статистическую значимость уравнения регрессии в целом.

Статистическую значимость уравнения регрессии в целом проверяем через коэффициент детерминации.

Рассчитаем значение коэффициента детерминации:

1. В ячейке М2 коэффициент детерминации рассчитан как квадрат коэффициента корреляции.

2. В ячейке М3 с использованием функции **КВПИРСОН** (см. таблицу 1 – Основные статистические функции опции «Мастер функций»).

**Наблюдаемое значение F – критерия Фишера** определяется по

$$\text{формуле: } F = \frac{r_{xy}^2}{1 - r_{xy}^2} \cdot (n - m - 1).$$

Вычисления производим вручную см. рис. 11.

Для оценки статистической значимости критерия Фишера необходимо рассчитать **табличные значения F – критерия Фишера**  $F_{\text{табл.}}(\alpha; k_1; k_2)$  используя функцию **FPACПОБР**, где  $\alpha = 0,05$ ;  $k_1 = 1$ ;  $k_2 = 7$  (рис. 11).

	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	<b>Уравнение регрессии</b>									
	$y_x = 5,59 + 0,44 \cdot x$									
2	Коэффициент корреляции	= 0,88		Коэффициент детерминации:	0,77809		Формула=			
3					0,77809		=СТЕПЕНЬ(H2;2)			
4	<b>Среднее квадратичное отклонение</b>									
5										
6	X	Y								
7	17,3060683	8,5732141								
8										
9	<b>Среднее значение</b>									
10	20	14,33333333								
11										
12	a	b								
13	5,59376739	0,436978297								

Рис. 11. Расчет статистической значимости уравнения регрессии в целом.

Так как наблюдаемое значение критерия Фишера больше чем его табличное значение соответственно уравнение регрессии в целом статистически значимо.

## 8. Установим статистическую значимость коэффициентов уравнения регрессии.

Для расчета наблюдаемого значения критерия Стьюдента необходимо определить значение стандартной ошибки коэффициентов регрессии. Специальной функции для расчета ошибок нет, поэтому необходимо воспользоваться функцией **ЛИНЕЙН**. Данная функция также позволяет определить все предыдущие показатели (рис. 12). Подробно состав данной функции разобран в таблице 1 – Основные статистические функции опции «Мастер функций».

**Наблюданное значение критерия Стьюдента** ( $t$  – статистика) определено по формуле:  $t_{a(b)} = \frac{a(b)}{m_{a(b)}}$ .

**Табличное значения  $t$  – критерия Стьюдента**  $t_{\text{табл.}}(\alpha; k_2)$ , где  $\alpha=0,05$ ;  $k_2=7$  определяются через функцию **СТЬЮДРАСПОБР** (см. таблицу 1 – Основные статистические функции опции «Мастер функций»).

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	№ п/п	Себестоимость единицы изделия	Величина выпуска продукции										
2		Y	X										
3	1	5	1										
4	2	7	3										
5	3	11	6										
6	4	6	10										
7	5	17	15										
8	6	10	25										
9	7	24	30										
10	8	20	40										
11	9	29	50										
12													
13		5,5937674	0,436978297										
14													
15													
16													
17													
18													
19													
20													
21													
22													
23													

Рис. 12. Расчет статистической значимости коэффициентов уравнения.

Так как наблюдаемое значение критерия Стьюдента для параметров уравнения регрессии больше чем их табличное значение, соответственно коэффициенты уравнения регрессии статистически значимы.

**9. Значение коэффициента детерминации** рис. 12, показывает, что доля влияния учтенных в модели факторов составляет 78%, доля неучтенных факторов 22%.

**10. Поле корреляции** с теоретическими значениями результативного признака строиться на основе поля корреляции рис. 5. На этом же графике относительно значений признака  $x$  строиться линия регрессии по теоретическим (расчетным) значениям результативного признака.

Расчет теоретических значений выполняется путем подстановки фактических значений  $x$  в полученное уравнение регрессии  $y_x = 5,5938 + 0,437x + e$ . Полученные значения занесем в таблицу расчета (рис. 13).

	A	B	C	D
№ п/п	Себестоимость единицы изделия	Величина выпуска продукции	Теоретические значения	
Y	X	Yx		
1	5	1	6,03	
2	7	3	6,90	
3	11	6	8,22	
4	6	10	9,96	
5	17	15	12,15	
6	10	25	16,52	
7	24	30	18,70	
8	20	40	23,07	
9	29	50	27,44	

Рис. 13. Расчет теоретических значений результативного признака.

Тогда поле корреляции примет вид:

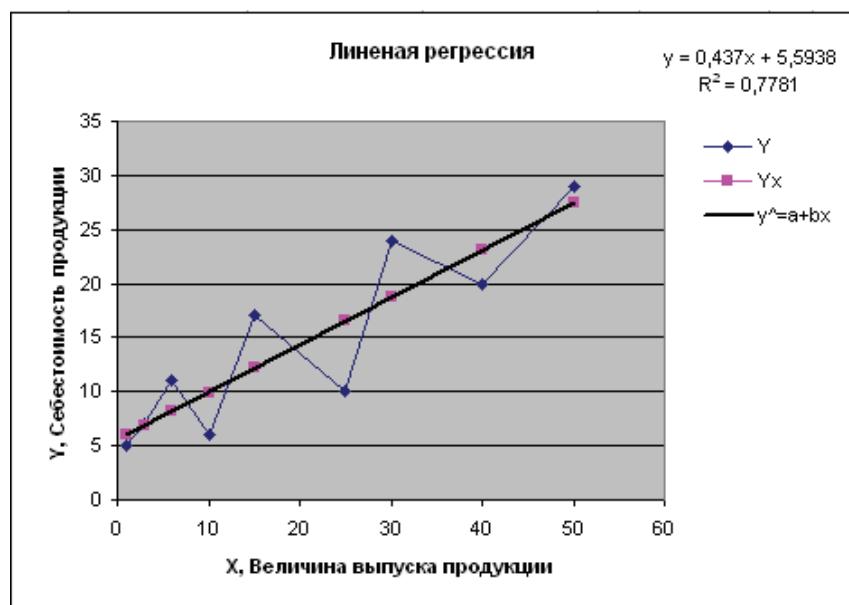


Рис. 14. Поле корреляции.

11. Прогноз значений результата также определяем точечно по формулам представленным на рисунке 15.

Прогноз результата:	
x (прогноз)	24
y (прогноз)	=F10*(1+20%)+F10 =F13+(H13*N24)

Рис. 15. Расчет прогнозного значения результата.

Рассчитанное значение прогноза, говорит о том, что себестоимость единицы продукции составит 16 тыс. руб. при условии, что величина выпуска продукции будет 24 тыс. шт.

## **РЕШЕНИЕ НА ОСНОВЕ ПАКЕТА «АНАЛИЗ ДАННЫХ».**

Результат третьего задания необходимо скопировать на лист «Анализ данных».

Для того, чтобы установить пакет **Анализа данных** требуется выполнить следующие действия:

1. В меню **Сервис** необходимо выбрать команду **Надстройки** и установить флажок **Пакет анализа** далее **OK** (рис. 16). Если в списке Надстроек нет пакета анализа данных, нажмите кнопку обзор и укажите диск, папку и имя файла для надстройки пакета **Analys32.dll** (как правило, папка **Library\Analisis**) или запустите программу **Setup** (не забудьте вставить диск, с которого устанавливали пакет Microsoft Office).

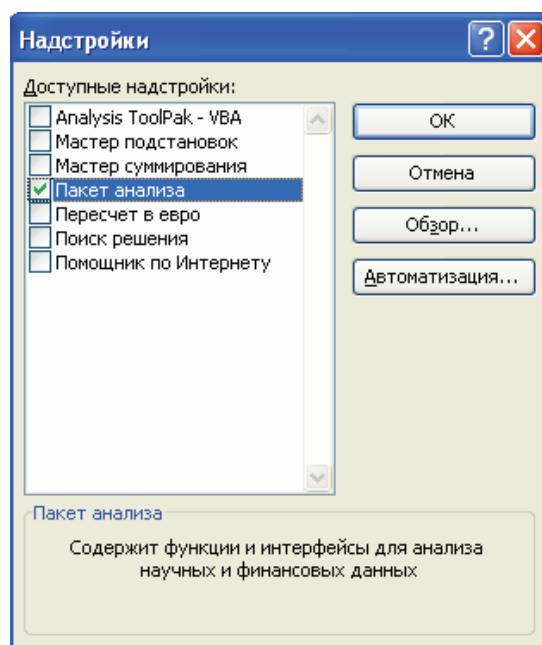


Рис. 16. Надстройки.

2. Для того чтобы запустить пакет «Анализ данных» в меню **Сервис** необходимо выбрать команду **Анализ данных** (рис. 17). В диалоговом окне в списке Инструменты анализа выбрать нужную строку.

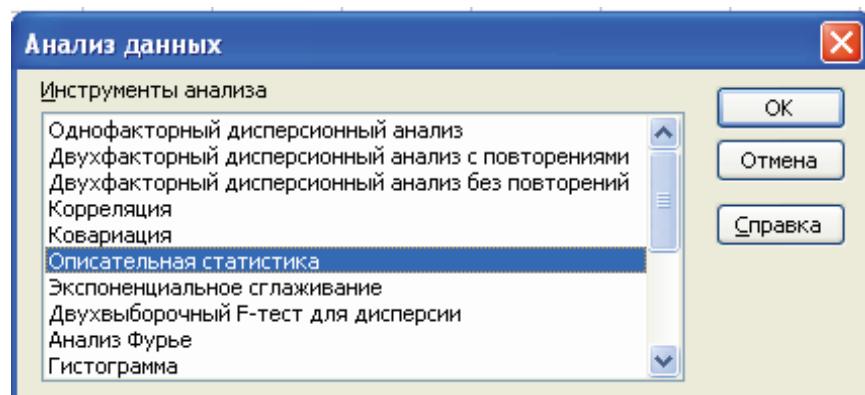


Рис. 17. Пакет анализ данных.

Строка **ОПИСАТЕЛЬНАЯ СТАТИСТИКА**, в диалоговом окне опции введем диапазон ряда Y (рис. 18). Флажок *Метки в первой строке* означает, что

в выбранный диапазон включается надписи («Y»). Выходной интервал – выбираете блок ячеек, в который будет выводиться результат.

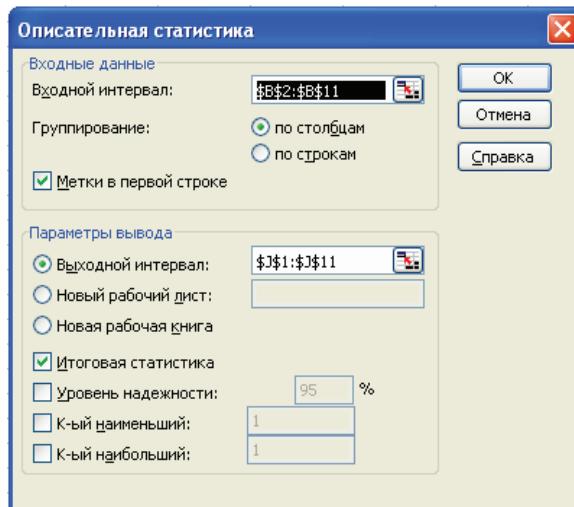


Рис. 18. Описательная статистика.

Опция на рис. 19 выводит рассчитанные значения статистических показателей не только для ряда Y, но и аналогично для ряда X.

	G	H	I	J
Описательная статистика				
1				
2		Y	X	
3	<b>Среднее</b>	14,33333333	20	
4	<b>Стандартная ошибка</b>	2,857738033	5,768689433	
5	<b>Медiana</b>	11	15	
6	<b>Мода</b>	#Н/Д	#Н/Д	
7	<b>Стандартное отклонение</b>	8,5732141	17,3060683	
8	<b>Дисперсия выборки</b>	73,5	299,5	
9	<b>Эксцесс</b>	-1,008164588	-0,868144606	
10	<b>Асимметричность</b>	0,600555169	0,635146647	
11	<b>Интервал</b>	24	49	
12	<b>Минимум</b>	5	1	
13	<b>Максимум</b>	29	50	
14	<b>Сумма</b>	129	180	
15	<b>Счет</b>	9	9	

Рис. 19. Выводы описательной статистики.

3. Для получения решения по заданию 4 – 10 необходимо воспользоваться функцией **Регрессия**. Для этого в окне «Анализа данных» необходимо выбрать строку Регрессия. Появляется диалоговое окно рис. 20, которое заполняется следующим образом:

*Входной интервал Y* – диапазон (столбец), содержащий данные со значениями объясняемой переменной;

*Входной интервал X* – диапазон (столбцы), содержащий данные со значениями объясняющих переменных.

*Метки* – флажок, который указывает, содержит ли первые элементы отмеченных диапазонов названия переменных (столбцов) или нет;

*Константа-ноль* – флажок, указывающий на наличие или отсутствие свободного члена в уравнении ( $a$ );

*Уровень надежности* – уровень значимости, (например, 0,05).

*Выходной интервал* – достаточно указать левую верхнюю ячейку будущего диапазона, в котором будет сохранен отчет по построению модели;

*Новый рабочий лист* – поставить значок и задать имя нового листа (**Отчет - регрессия**), в котором будет сохранен отчет.

Если необходимо получить значения и график остатков ( $e_i$ ), а также график подбора, установите соответствующие флашки в диалоговом окне. Тип диаграммы **Точечная** (на которой значения, соединены отрезками).

Нажмите кнопку **Ok**.

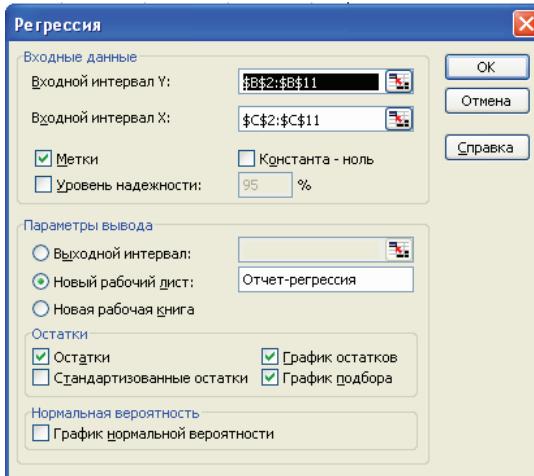


Рис. 20. Диалоговое окно Регрессия.

4. Вид отчета о результатах регрессионного анализа показан на рис. 21.

РЕГРЕССИОННАЯ СТАТИСТИКА							
Множественный R		0,88209348					
R-квадрат		0,778088907					
Нормированный R-квадрат		0,746387322					
Стандартная ошибка		4,317468221					
Наблюдения		9					

ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ							
	df	SS	MS	F	Значимость F		
Регрессия	1	457,5162771	457,5162771	24,54416436	0,001648375		
Остаток	7	130,4837229	18,64053184				
Итого	8	588					

КОЭФФИЦИЕНТЫ							
		Стандартная ошибка	t-статистика	P-значение	Нижние 95%	Верхние 95%	Нижние 99,0%
Y-пересечение	5,59376739	2,276644918	2,457022326	0,04365546	0,210357607	10,97718	0,210358
X	0,088203485	4,954206733	0,001648375	0,228410199	0,645546	0,228411	0,645546

ВЫВОД ОСТАТКА							
Наблюдение		Предсказанное Y	Остатки				
1		6,030745687	-1,030745687				
2		6,904702282	0,095297718				
3		8,215637173	2,784362827				
4		9,963550362	-3,963550362				
5		12,14844185	4,851558152				
6		16,51822482	-6,518224819				
7		18,7031163	5,296883695				
8		23,07289928	-3,072899277				
9		27,44268225	1,557317752				

Рис. 21. Вывод результатов регрессионного анализа.

На основе данных об остатках модели регрессии был построен **график остатков** (рис. 22) и **график подбора** – поле корреляции фактических и теоретических (расчетных) значений результативной переменной (рис. 22а).

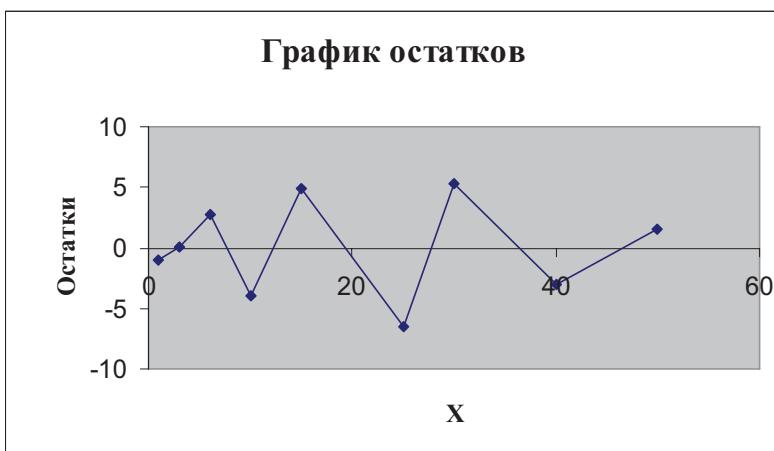


Рис. 22. График остатков модели регрессии.

На рис. 22а пунктиром обозначена **выровненная линия регрессии**, которая показывает, что полученные значения коэффициентов уравнения регрессии полностью удовлетворяют условию МНК ( $y - y_x \rightarrow 0$ ), т.е. теоретические значения результативной переменной по фактическим значениям факторной переменной образуют прямую линию.

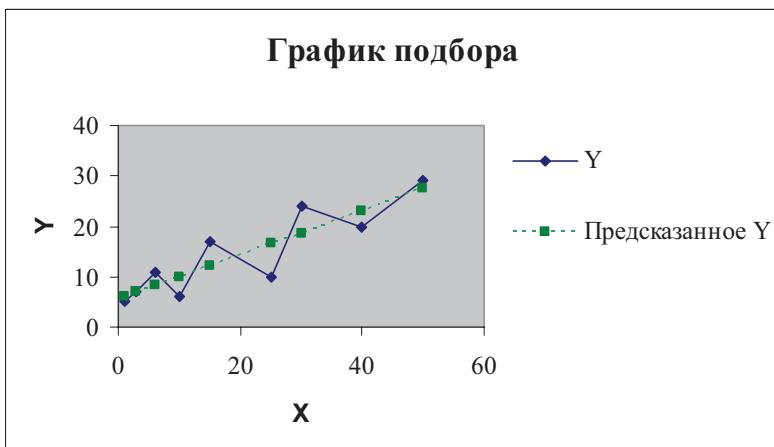


Рис. 22а. График подбора результативной переменной.

Рассмотрим результаты регрессионного анализа (рис. 21).

Регрессионная статистика	
Множественный R	0,88209348
R-квадрат	0,778088907
Нормированный R-квадрат	0,746387322
Стандартная ошибка	4,317468221
Наблюдения	9

*Множественный R* – коэффициент корреляции.

*R-квадрат* – это коэффициент линейной детерминации. Коэффициент  $R^2$  является одной из наиболее эффективных оценок адекватности регрессионной

мерой качества уравнения регрессии в целом (или, как говорят, мерой качества подгонки регрессионной модели к наблюденным значениям  $Y_t$ ):

$$R^2 = 1 - \frac{ESS}{TSS}.$$

Величина  $R^2$  показывает, какая часть (доля) вариации объясняемой переменной обусловлена вариацией объясняющей переменной.  $R^2 = 0,78$  свидетельствует о том, что вариация себестоимости единицы продукции на 78% обусловлена линейным влиянием величины выпуска продукции.

*Нормированный R-квадрат* – скорректированный (адаптированный, поправленный(adjusted)) коэффициент детерминации:  $R_{adj}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-m-1}$ ,

Недостатком коэффициента детерминации  $R^2$  является то, что он увеличивается при добавлении новых объясняющих переменных, хотя это и не обязательно означает улучшение качества регрессионной модели. В этом смысле предпочтительнее использовать  $R_{adj}^2$ . В отличие от  $R^2$  скорректированный коэффициент  $R_{adj}^2$  может уменьшаться при введении в модель новых объясняющих переменных, не оказывающих существенное влияние на зависимую переменную.

$$\text{Стандартная ошибка модели (регрессии)} \ MSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-m}}.$$

*Наблюдения* – число наблюдений.

Дисперсионный анализ					
	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	Значимость <i>F</i>
Регрессия	1	457,5162771	457,5162771	24,54416436	0,001648375
Остаток	7	130,4837229	18,64053184		
Итого	8	588			

Отчет приведен в таблице А.

Таблица А. Схема дисперсионного анализа.

	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	Значимость <i>F</i>
Регрессия	$k = 1$	$RSS = 457.52$	$\frac{RSS}{df} = 457.52$	$\frac{RSS}{ESS} \cdot \frac{n-k-1}{k} = 24.54$	<b>0.00165</b>
Остаток	$n-k-1 = 7$	$ESS = 130.48$	$\frac{ESS}{df} = 18.64$		
Итого	$n-1 = 8$	$TSS = 588$			

*df* – degrees of freedom – число степеней свободы связано с числом единиц совокупности  $n$  и с числом определяемых по ней констант.

*F* и Значимость *F* позволяют проверить значимость уравнения регрессии, т.е. установить, соответствует ли математическая модель, выражающая зависимость между переменными, экспериментальным данным и

достаточно ли включенных в уравнение объясняющих переменных (одной или нескольких) для описания зависимой переменной.

*SS* – Сумма квадратов отклонений значений признака Y.

*MS* – Дисперсия на одну степень свободы.

*F* – Наблюдаемое (эмпирическое) значение статистики *F*, по которой проверяется гипотеза равенства нулю одновременно всех коэффициентов модели. Значимость *F* – теоретическая вероятность того, что при гипотезе равенства нулю одновременно всех коэффициентов модели *F*-статистика больше эмпирического значения *F*.

На уровне значимости  $\alpha = 0.05$  гипотеза  $H_0 : b_1 = 0$  отвергается, если Значимость  $F < 0.05$ , и принимается, если Значимость  $F \geq 0.05$ .

### Регрессионный анализ.

	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%	Нижние 95,0%	Верхние 95,0%
Y-пересечение	5,59376739	2,276644918	2,457022326	0,04365546	0,210357607	10,97718	0,210358	10,97718
X	0,4369783	0,088203485	4,954206733	0,001648375	0,228410199	0,645546	0,22841	0,645546

Отчет приведен в таблице Б.

Таблица Б. Расчет и оценка коэффициентов уравнения регрессии.

	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P - Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
Y	<b>a = 5,59</b>	$m_a = 2,28$	$t_a = 2,46$	<b>0,043</b>	<b>0,21 ≤ a ≤ 10,97</b>	
X	<b>b = 0,43</b>	$m_b = 0,088$	$t_a = 4,95$	<b>0,0016</b>	<b>0,23 ≤ b ≤ 0,65</b>	

Таким образом, получена следующая однофакторная модель регрессии:

$$y_x = 5,59 + 0,44 \cdot x + e$$

$m_a$  – стандартные ошибки коэффициентов.

$t_a = \frac{a}{m_a}$  – t-статистика соответствующего коэффициента  $a$ .

*P - Значение* – вероятность, позволяющая определить значимость коэффициента регрессии. Для уровня значимости  $\alpha = 0.05$ :

Если *P-Значение*  $\geq 0.05$ , то коэффициент  $b$  незначим, следовательно, гипотеза  $H_0 : b = 0$  принимается.

Если *P-Значение*  $< 0.05$ , то коэффициент  $b$  значим, следовательно, гипотеза  $H_0 : b = 0$  отвергается.

*Нижние 95% - Верхние 95%* – доверительный интервал для параметра  $b$ , т.е. с надежностью 0.95 этот коэффициент лежит в данном интервале. Поскольку коэффициент регрессии в эконометрических исследованиях имеют четкую экономическую интерпретацию, то границы доверительного интервала для коэффициента регрессии не должны содержать противоречивых результатов, например,  $-10 \leq b \leq 40$ . Такого рода запись указывает, что истинное значение коэффициента регрессии одновременно содержит положительные и отрицательные величины и даже ноль, чего не может быть.

Интерпретация коэффициентов модели: При нулевых значениях «дохода» и «имущества» накопление будет равно  $a = 5,59$ . Так как  $P$ -значение этого коэффициента равно 0.043, то он незначимо отличается от нуля.

То, что коэффициент  $b = 0,43$ , означает, что при увеличении величины выпуска продукции на тыс. шт. себестоимость возрастет на 0,43тыс. руб., Анализ  $P$ -значений показывает, что оба коэффициента значимы.

ВЫВОД ОСТАТКА		
Наблюдение	Предсказанное Y	Остатки
1	6,030746	-1,030746
2	6,904702	0,095298
3	8,215637	2,784363
4	9,963550	-3,963550
5	12,148442	4,851558
6	16,518225	-6,518225
7	18,703116	5,296884
8	23,072899	-3,072899
9	27,442682	1,557318

*Предсказанное Y* - теоретические (расчетные) значения результативного признака.

*Остатки* – остатки по модели регрессии, рассчитанные по формуле:  $e_i = y - y_x$ .

5. Рассчитать значение линейного коэффициента корреляции можно используя строку в «Описательной статистике» - **КОРРЕЛЯЦИЯ** (рис. 23).

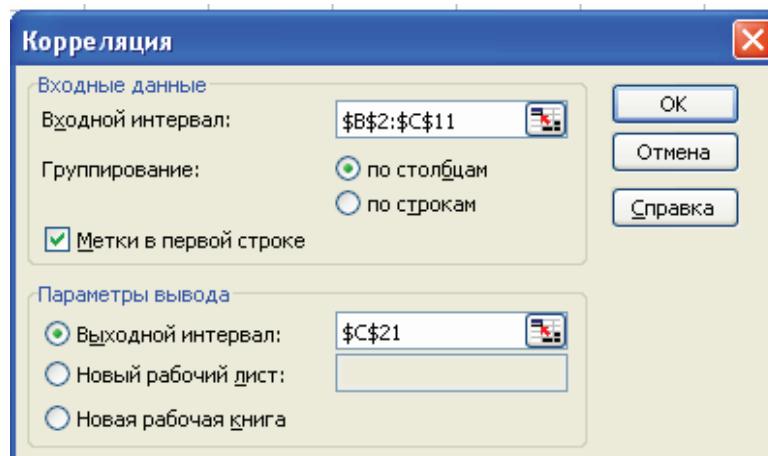


Рис. 23. Страна описательной статистики Корреляция.

Результат представлен в виде корреляционной матрицы (рис. 24).

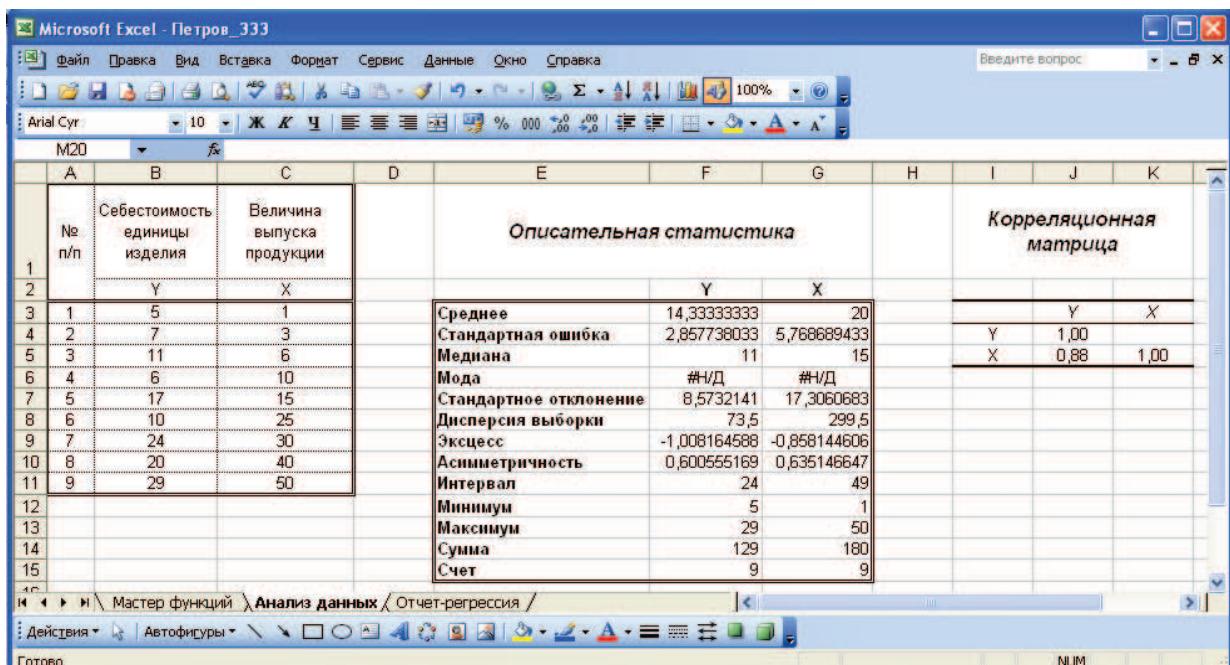


Рис. 24. Вывод результатов корреляционного анализа.

#### *Рекомендации по оформлению отчета.*

На основе разобранного примера выше необходимо выполнить индивидуальное задание, описанное ниже и по результатам решения оформить отчет.

Содержание отчета должно соответствовать следующей схеме\*:

1. Поле корреляции.
2. Решение на основе «Мастера функций».
3. Решение на основе «Анализа данных».
4. Заключение (выводы по работе).

\*Каждый пункт отчета должен содержать «Скриншоты» (моментальный снимок экрана – клавиша PrintScreen) из рабочей книги.

Титульный лист отчета представлен в приложении. Нумерация страниц отчета начинается со 2 – го листа. Каждая часть отчета начинается новой страницы.

В каждом пункте отчета необходимо сделать подробные выводы по выполненному заданию.

В заключении, необходимо сравнить полученные показатели в основных частях «Мастер функций» и «Анализ данных» - сделать выводы.

## **ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ**

1. Создать рабочую книгу в программе Microsoft Excel (*имя книги: Фамилия\_№ варианта*).
2. В этой книге листы переименовать: лист 1 – «Мастер функций», лист 2 – «Анализ данных».

Следующие пункты задания выполнять на листе 1 и на листе 2.

3. Занести данные на рабочий лист. Сформировать таблицу.
4. Построить поле корреляции фактических значений признаков.

Объяснить полученный результат.

5. Найти значение линейного коэффициента корреляции и поясните его смысл.

6. Определить параметры уравнения парной регрессии и интерпретировать их. Объяснить смысл полученного уравнения регрессии.

7. Оценить статистическую значимость уравнения регрессии в целом.

Сделать выводы.

8. Оценить статистическую значимость коэффициентов уравнения регрессии. Сделать выводы.

9. Объяснить полученное значение  $d$ .

10. На поле корреляции построить теоретическую линию регрессии. Сравнить с фактической линией регрессии. Объяснить полученный результат.

11. Для «Анализа данных» построить и проанализировать график остатков.

12. Для «Мастера функций» рассчитать прогноз себестоимости единицы изделия, при условии, что средняя величина выпуска продукции увеличится на 20%.

13. Построить и проанализировать множественную модель регрессии на основе статистического пакета «Анализ данных» (2-ая факторная переменная выбирается самостоятельно).

14. Оформить отчет по заданию.

## ВАРИАНТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

Варианты заданий 1 - 80 по корреляционно-регрессионному анализу даны в таблице 3, а значения показателей производственно-хозяйственной деятельности предприятий машиностроения приведены в таблице 4.

Таблица 2. Рассматриваются следующие экономические показатели.

$Y_1$	- производительность труда;	$X_7$	- фондоотдача;
$Y_2$	- индекс снижения себестоимости продукции;	$X_8$	- среднегодовая численность ППП;
$Y_3$	- рентабельность;	$X_9$	- среднегодовая стоимость ОПФ;
$Y_4$	- индекс розничных цен	$X_{10}$	- среднегодовой фонд заработной платы ППП;
$Y_5$	- выработка изделий;	$X_{11}$	- фондовооруженность труда;
$X_1$	- трудоемкость единицы продукции;	$X_{12}$	- оборачиваемость нормируемых оборотных средств;
$X_2$	- удельный вес рабочих в составе ППП;	$X_{13}$	- оборачиваемость ненормируемых средств;
$X_3$	- удельный вес покупных изделий;	$X_{14}$	- непроизводственные расходы;
$X_4$	- коэффициент сменности оборудования;	$X_{15}$	- товарооборот;
$X_5$	- премии и вознаграждения на одного работника	$X_{16}$	- объем реализации.
$X_6$	- удельный вес потерь от брака;		

Таблица 3. Варианты заданий по корреляционно – регрессионному анализу.

№ Варианта	Результативный признак, Y	Факторный признак, X	№ Варианта	Результативный признак, Y	Факторный признак, X
1	1	1	41	2	9
2	1	2	42	2	10
3	1	3	43	2	11
4	1	4	44	2	12
5	1	5	45	2	13
6	1	6	46	2	14
7	1	7	47	2	15
8	1	8	48	2	16
9	1	9	49	5	1
10	1	10	50	5	2
11	1	11	51	5	3
12	1	12	52	5	4
13	1	13	53	5	5
14	1	14	54	5	6
15	1	15	55	5	7
16	1	16	56	5	8
17	3	1	57	5	9
18	3	2	58	5	10
19	3	3	59	5	11
20	3	4	60	5	12
21	3	5	61	5	13
22	3	6	62	5	14
23	3	7	63	5	15
24	3	8	64	5	16
25	3	9	65	4	1
26	3	10	66	4	2
27	3	11	67	4	3
28	3	12	68	4	4
29	3	13	69	4	5
30	3	14	70	4	6
31	3	15	71	4	7
32	3	16	72	4	8
33	2	1	73	4	9
34	2	2	74	4	10
35	2	3	75	4	11
36	2	4	76	4	12
37	2	5	77	4	13
38	2	6	78	4	14
39	2	7	79	4	15
40	2	8	80	4	16

## ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Таблица 4. Исходные данные по экономическим показателям.

№ п/п	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	X1	X2	X3	X4	X5	X6
1	9,26	6,17	204,2	13,26	199,2	0,23	0,78	0,4	1,37	1,23	0,23
2	9,38	6,25	209,6	10,16	204,6	0,24	0,75	0,26	1,49	1,04	0,39
3	12,11	8,07	222,6	13,72	217,6	0,19	0,68	0,4	1,44	1,8	0,43
4	10,81	7,21	236,7	12,85	231,7	0,17	0,7	0,5	1,42	0,43	0,18
5	9,35	6,23	62	10,63	57	0,23	0,62	0,4	1,35	0,88	0,15
6	9,87	6,58	53,1	9,12	48,1	0,43	0,76	0,19	1,39	0,57	0,34
7	8,17	5,45	172,1	25,83	167,1	0,31	0,73	0,25	1,16	1,72	0,38
8	9,12	6,08	56,5	23,39	51,5	0,26	0,71	0,44	1,27	1,7	0,09
9	5,88	3,92	52,6	14,68	47,6	0,49	0,69	0,17	1,16	0,84	0,14
10	6,30	4,20	46,6	10,05	41,6	0,36	0,73	0,39	1,25	0,6	0,21
11	6,22	4,15	53,2	13,99	48,2	0,37	0,68	0,33	1,13	0,82	0,42
12	5,49	3,66	30,1	9,68	25,1	0,43	0,74	0,25	1,1	0,84	0,05
13	6,50	4,33	146,4	10,03	141,4	0,35	0,66	0,32	1,15	0,67	0,29
14	6,61	4,41	18,1	9,13	13,1	0,38	0,72	0,02	1,23	1,04	0,48
15	4,32	2,88	13,6	5,37	8,6	0,42	0,68	0,06	1,39	0,66	0,41
16	7,37	4,91	89,8	9,86	84,8	0,3	0,77	0,15	1,38	0,86	0,62
17	7,02	4,68	62,5	12,62	57,5	0,32	0,78	0,08	1,35	0,79	0,56
18	8,25	5,50	46,3	5,02	41,3	0,25	0,78	0,2	1,42	0,34	1,76
19	8,15	5,43	103,5	21,18	98,5	0,31	0,81	0,2	1,37	1,6	1,31
20	8,72	5,81	73,3	25,17	68,3	0,26	0,79	0,3	1,41	1,46	0,45
21	6,64	4,43	76,6	19,4	71,6	0,37	0,77	0,24	1,35	1,27	0,5
22	8,10	5,40	73,01	21	68,01	0,29	0,78	0,1	1,48	1,58	0,77
23	5,52	3,68	32,3	6,57	27,3	0,34	0,72	0,11	1,24	0,68	1,2
24	9,37	6,25	199,6	14,19	194,6	0,23	0,79	0,47	1,4	0,86	0,21
25	13,17	8,78	598,1	15,81	593,1	0,17	0,77	0,53	1,45	1,98	0,25
26	6,67	4,45	71,2	5,23	66,2	0,29	0,8	0,34	1,4	0,33	0,15
27	5,68	3,79	90,8	7,99	85,8	0,41	0,71	0,2	1,28	0,45	0,66
28	5,22	3,48	82,1	17,5	77,1	0,41	0,79	0,24	1,33	0,74	0,74
29	10,02	6,68	76,2	17,16	71,2	0,22	0,76	0,54	1,22	0,03	0,32
30	8,16	5,44	119,5	14,54	114,5	0,29	0,78	0,4	1,28	0,99	0,89
31	3,78	2,52	21,9	6,24	16,9	0,51	0,62	0,2	1,47	0,24	0,23
32	6,48	4,32	48,4	12,08	43,40	0,36	0,75	0,64	1,27	0,57	0,32
33	10,44	6,96	173,5	9,49	168,50	0,23	0,71	0,42	1,51	1,22	0,54
34	7,65	5,10	74,1	9,28	69,10	0,26	0,74	0,27	1,46	0,68	0,75
35	8,77	5,85	68,6	11,42	63,60	0,27	0,65	0,37	1,27	1	0,16
36	7,00	4,67	60,8	10,31	55,80	0,29	0,66	0,38	1,43	0,81	0,24
37	11,06	7,37	355,6	8,65	350,60	0,01	0,84	0,35	1,5	1,27	0,59
38	9,02	6,01	264,8	10,94	259,80	0,02	0,74	0,42	1,35	1,14	0,56
39	13,28	8,85	526,6	9,87	521,60	0,18	0,75	0,32	1,41	1,89	0,63
40	9,27	6,18	118,6	6,14	113,60	0,25	0,75	0,33	1,47	0,67	1,1
41	6,70	4,47	37,1	12,93	32,10	0,31	0,79	0,29	1,35	0,96	0,39
42	6,69	4,46	57,7	9,78	52,70	0,38	0,72	0,3	1,4	0,67	0,73
43	9,42	6,28	51,6	13,22	46,60	0,24	0,7	0,56	1,2	0,98	0,28
44	7,24	4,83	64,7	17,29	59,70	0,31	0,66	0,42	1,15	1,16	0,1
45	5,39	3,59	48,3	7,11	43,30	0,42	0,69	0,26	1,09	0,54	0,68
46	5,61	3,74	15	22,49	10,00	0,51	0,71	0,16	1,26	1,23	0,87
47	5,59	3,73	87,5	12,14	82,50	0,31	0,73	0,45	1,36	0,78	0,49
48	6,57	4,38	108,4	15,25	103,40	0,37	0,65	0,31	1,15	1,16	0,16

№ п/п	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	X1	X2	X3	X4	X5	X6
49	6,54	4,36	267,3	31,34	262,30	0,16	0,82	0,08	1,87	4,44	0,85
50	4,23	2,82	34,2	11,56	29,20	0,18	0,8	0,68	1,17	1,06	0,13
51	5,22	3,48	26,8	30,14	21,80	0,43	0,83	0,03	1,61	2,13	0,49
52	18,00	12,00	43,6	19,71	38,60	0,4	0,7	0,02	1,34	1,21	0,09
53	11,03	7,35	72	23,56	67,00	0,31	0,74	0,22	1,22	2,2	0,79

Продолжение таблицы 2.

№ п/п	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15	X16
1	1,45	26006	167,69	47750	6,4	166,32	10,08	17,72	335,38	2,9
2	1,3	23935	186,1	50391	7,8	92,88	14,76	18,39	372,2	2,6
3	1,37	22589	220,45	43149	9,76	158,04	6,48	26,46	440,9	2,74
4	1,65	21220	169,3	41089	7,9	93,96	21,96	22,37	338,6	3,3
5	1,91	7394	39,53	14257	5,35	173,88	11,88	28,13	79,06	3,82
6	1,68	11586	40,41	22661	9,9	162,3	12,6	17,55	80,82	3,36
7	1,94	26609	102,96	52509	4,5	88,56	11,52	21,92	205,92	3,88
8	1,89	7801	37,02	14903	4,88	101,16	8,28	19,52	74,04	3,78
9	1,94	11587	45,74	25587	3,46	166,32	11,52	23,99	91,48	3,88
10	2,06	9475	40,07	16821	3,6	140,76	32,4	21,76	80,14	4,12
11	1,96	10811	45,44	19459	3,56	128,52	20,52	25,68	90,88	3,92
12	1,02	6371	41,08	12973	5,65	177,84	17,28	18,13	82,16	2,04
13	1,85	26761	136,14	50907	4,28	114,48	16,2	25,74	272,28	3,7
14	0,88	4210	42,39	6920	8,85	93,24	13,32	21,21	84,78	1,76
15	0,62	3557	37,39	5736	8,52	126,72	17,28	22,97	74,78	1,24
16	1,09	14148	101,78	26705	7,19	91,8	9,72	16,38	203,56	2,18
17	1,6	9872	47,55	20068	4,82	69,12	16,2	13,21	95,1	3,2
18	1,53	5975	32,61	11487	5,46	66,24	24,84	14,48	65,22	3,06
19	1,4	16662	103,25	32029	6,2	67,68	14,76	13,38	206,5	2,8
20	2,22	9166	38,95	18946	4,25	50,4	7,56	13,69	77,9	4,44
21	1,32	15118	81,32	28025	5,38	70,56	8,64	16,66	162,64	2,64
22	1,48	11429	67,26	20968	5,88	72	8,64	15,06	134,52	2,96
23	0,68	6462	59,92	11049	9,27	97,2	9	20,09	119,84	1,36
24	2,3	24628	107,34	45893	4,36	80,28	14,76	15,98	214,68	4,6
25	1,37	49727	512,6	99400	10,31	51,48	10,08	18,27	1025,2	2,74
26	1,51	11470	53,81	20719	4,69	105,12	14,76	14,42	107,62	3,02
27	1,43	19448	80,83	36813	4,16	128,52	10,44	22,76	161,66	2,86
28	1,82	18963	59,42	33956	3,13	94,68	14,76	15,41	118,84	3,64
29	2,62	9185	36,96	17016	4,02	85,32	20,52	19,35	73,92	5,24
30	1,75	17478	91,43	34873	5,23	76,32	14,4	16,83	182,86	3,5
31	1,54	6265	17,16	11237	2,74	153	24,84	30,53	34,32	3,08
32	2,25	8810	27,29	17306	3,1	107,64	11,16	17,98	54,58	4,5
33	1,07	17659	184,33	39250	10,44	90,72	6,48	22,09	368,66	2,14
34	1,44	10342	58,42	19074	5,65	82,44	9,72	18,29	116,84	2,88
35	1,4	8901	59,4	18452	6,67	79,92	3,24	26,05	118,8	2,8
36	1,31	8402	49,63	17500	5,91	120,96	6,48	26,2	99,26	2,62
37	1,12	32625	391,27	7888	11,99	84,6	5,4	17,26	782,54	2,24
38	1,16	31160	258,62	58947	8,3	85,32	6,12	18,83	517,24	2,32
39	0,88	46461	75,66	94697	1,63	101,52	8,64	19,7	151,32	1,76
40	1,07	13833	123,68	29626	8,94	107,64	11,88	16,87	247,36	2,14

Nº II/II	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15	X16
41	1,24	6391	37,21	11688	5,82	85,32	7,92	14,63	74,42	2,48
42	1,49	11115	53,37	21955	4,8	131,76	10,08	22,17	106,74	2,98
43	2,03	6555	32,87	12243	5,01	116,64	18,72	22,62	65,74	4,06
44	1,84	11085	45,63	20193	4,12	138,24	13,68	26,44	91,26	3,68
45	1,22	9484	48,41	20122	5,1	156,96	16,56	22,26	96,82	2,44
46	1,72	3967	13,58	7612	3,49	137,52	14,76	19,13	27,16	3,44
47	1,75	15283	63,99	27404	4,19	135,72	7,92	18,28	127,98	3,5
48	1,46	20874	104,55	39648	5,01	155,52	18,36	28,23	209,1	2,92
49	1,6	19418	222,11	43799	11,44	48,6	8,28	12,39	444,22	3,2
50	1,47	3351	25,76	6235	7,67	42,84	14,04	11,64	51,52	2,94
51	1,38	6338	29,52	11524	4,66	142,2	16,92	8,62	59,04	2,76
52	1,41	9756	41,99	17309	4,3	145,8	11,16	20,1	83,98	2,82
53	1,39	11795	78,11	22225	6,62	120,52	14,76	19,41	156,22	2,78