# Вариант 76. Неизвестное число N должно быть равно 76. 5. Решение систем нелинейных алгебраических уравнений.

Системы нелинейных уравнений

******

или, в векторной форме, , решают практически только итерационными методами: пусть известно некоторое приближение ****** к корню ******, тогда следующее приближение находят по формуле

******,

где ****** – решение системы линейных уравнений

******

Данный метод решения системы нелинейных уравнений называется методом Ньютона.

Итерации методом Ньютона продолжают до тех пор, пока не будет получено , где  – заданная точность решения.

Нулевое приближение ****** в случае двух переменных можно найти графически: построить на плоскости кривые ****** и ****** и найти точки их пересечения. Для трёх и более переменных удовлетворительных способов подбора нулевых приближений нет.

*Пример. Решить методом Ньютона с точностью  систему*

******

|  |
| --- |
|  |

*Решение. Графически находим начальное приближение , .*

*Метод Ньютона запишем в координатной форме:*

* ,*

*.*

*, .*

*Система для определения  и  имеет вид*

|  |
| --- |
|  |

*, , ,*

**

*Окончательный (рабочий) вид системы:*

|  |
| --- |
|  |

*Теперь можно начинать итерации. Для первой итерации требуются значения  и . Их находим, решая систему:*

|  |
| --- |
|  |

|  |
| --- |
|  |

*, ,*

*, *

*Строим систему и вычисляем  и  для второй итерации:*

|  |
| --- |
|  |

|  |
| --- |
|  |

*, ,*

*, .*

*Неравенство  выполняется: , , поэтому итерации прекращаем.*

*Ответ: , .*

***Задача 5 . Решить методом Ньютона с точностью***  ***систему***

****

***Выполнить проверку решения.***

# 7. Численное интегрирование.

Пусть требуется найти определённый интеграл ******. Выразить интеграл через элементарные функции удаётся редко, а компактный и удобный для доведения до числа ответ получается еще реже. Поэтому обычно заменяют ****** такой аппроксимирующей функцией, чтобы интеграл от неё легко вычислялся. Возьмём простейшую аппроксимирующую функцию–многочлен нулевой степени, т. е. константу. Эту константу определим как значение подинтегральной функции в середине промежутка интегрирования ******, тогда ******. Формула ****** называется формулой средних. Геометрический смысл формулы средних состоит в том, что площадь криволинейной трапеции заменяется площадью прямоугольника.

Длина отрезка ****** не мала, поэтому погрешность формулы средних может быть большой.

Для повышения точности на промежутке ****** выбирается множество точек ***.*** Совокупность этих точек называется сеткой, каждую из точек ****** называют узлом сетки. Сетка называется равномерной, если ******. Величина ****** называется шагом сетки.

С учётом этой терминологии формулировка звучит так: для повышения точности вводят достаточно густую сетку ***.*** Интеграл разбивают на сумму интегралов по шагам сетки и на каждом шаге применяют формулу средних, получается обобщённая формула средних ******. На равномерной сетке формула упрощается: ***.*** Для оценки погрешности приближённого значения интеграла можно сгустить сетку (например, увеличить количество узлов в два раза) и повторно вычислить интеграл, тогда оценкой погрешности будет величина .

*Пример. Вычислить* *******, определить точность полученного результата.*

*Решение. Интеграл не берущийся, поэтому получить его значение можно только численными методами.*

*Разобьём промежуток* ****** *на 5 шагов, тогда* *******. Используем обобщённую формулу средних:* *******,* *******. Находим* *******.*

*.* ****** *с точностью* *******.*

***Задача 7. По формуле средних вычислить интеграл  с точностью*** ***.***