

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ В ЭВМ

Время выполнения – 2 часа.

Цель работы

Научиться переводить числа в те системы счисления, которые использует ЭВМ, подсчитывать объем занимаемой данными информации и уметь переводить значения количества информации из одних единиц измерения в другие.

Задачи лабораторной работы

После выполнения работы студент должен знать и уметь:

- 1) знать основные приемы работы с позиционными системами счисления;
- 2) уметь переводить числа между разными позиционными системами счисления;
- 3) уметь переводить значения из одних единиц измерения информации в другие.

Общие теоретические сведения

Система счисления – это способ представления чисел цифровыми знаками и соответствующие ему правила действий над числами.

Системы счисления можно разделить:

- непозиционные системы счисления;
- позиционные системы счисления.

В **непозиционной системе счисления** значение (величина) символа (цифры) не зависит от положения в числе.

Самой распространенной непозиционной системой счисления является римская.

В **позиционных системах счисления** значение (величина) цифры определяется ее положением в числе.

Любая позиционная система счисления характеризуется своим основанием.

Основание позиционной системы счисления – количество различных цифр, используемых для изображения чисел в данной системе счисления.

Основание 10 у привычной десятичной системы счисления (десять пальцев на руках). Алфавит: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

За основание можно принять любое натуральное число – два, три, четыре и т. д., образовав новую позиционную систему: двоичную, троичную, четверичную и т. д.

Позиция цифры в числе называется **разрядом**.

Представим развернутую форму записи числа:

$$A_q = a_{n-1} \cdot q^{n-1} + \dots + a_1 \cdot q^1 + a_0 \cdot q^0 + a_{-1} \cdot q^{-1} + \dots + a_{-m} \cdot q^{-m}, \text{ где}$$

q – основание системы счисления (количество используемых цифр)

A_q – число в системе счисления с основанием q

a – цифры многоразрядного числа A_q

n (m) – количество целых (дробных) разрядов числа A_q

Пример:

2 1 0 -1 -2

2 3 9, 4 5₁₀ = $2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2}$

$a_2 a_1 a_0, a_{-1} a_{-2}$

Двоичная система счисления

Официальное «рождение» двоичной системы счисления (в её алфавите два символа: 0 и 1) связывают с именем Готфрида Вильгельма Лейбница. В 1703 г. он опубликовал статью, в которой были рассмотрены все правила выполнения арифметических действий над двоичными числами.

Преимущества:

1) для её реализации нужны технические устройства с двумя устойчивыми состояниями:

- есть ток – нет тока;
- намагничен – не намагничен;

2) представление информации посредством только двух состояний надежно и помехоустойчиво;

3) возможно применение аппарата булевой алгебры для выполнения логических преобразований информации;

4) двоичная арифметика намного проще десятичной.

Недостаток: быстрый рост числа разрядов, необходимых для записи чисел.

Перевод чисел (8) → (2), (16) → (2)

Перевод восьмеричных и шестнадцатеричных чисел в двоичную систему: каждую цифру заменить эквивалентной ей двоичной *триадой* (тройкой цифр) или *тетрадой* (четверкой цифр).

Примеры:

5371₈ = 101 011 111 001₂;

5 3 7 1

1A3F₁₆ = 1 1010 0011 1111₂

1 A 3 F

Перевод чисел (2) → (8), (2) → (16)

Чтобы перевести число из двоичной системы в восьмеричную или шестнадцатеричную, его нужно разбить влево и вправо от запятой на *триады* (для восьмеричной) или *тетрады* (для шестнадцатеричной) и каждую такую группу заменить соответствующей восьмеричной (шестнадцатеричной) цифрой.

Примеры:

1101010000111₂ = 1 5 2 0 7₈;

1 101 010 000 111₂

110111000001101₂ = 6 E 0 D₁₆

110 1110 0000 1101₂

Таблица триад и тетрад для перевода между двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной системами счисления.

восьмеричная / шестнадцатеричная	триады	тетрады
0	000	0000
1	001	0001
2	010	0010
3	011	0011
4	100	0100
5	101	0101
6	110	0110
7	111	0111
8		1000
9		1001
A		1010
B		1011
C		1100
D		1101
E		1110
F		1111

Перевод чисел (q) → (10)

Запись числа в развернутой форме и вычисление полученного выражения в десятичной системе.

Примеры:

$$110110,1_2 = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} = 54,5_{10};$$

$$237,4_8 = 2 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 + 4 \cdot 8^{-1} = 128 + 24 + 7 + 0,5 = 159,5_{10};$$

$$3FA_{16} = 3 \cdot 16^2 + 15 \cdot 16^1 + 10 \cdot 16^0 = 768 + 240 + 10 = 1018_{10}.$$

Перевод чисел (10) → (q)

Последовательное целочисленное деление десятичного числа на основание системы q, пока последнее частное не станет равным нулю.

Число в системе счисления с основанием q – последовательность остатков деления, изображенных одной q-ичной цифрой и записанных в порядке, обратном порядку их получения.

2009	5				
-2005	401	5			
4	-400	80	5		
	1	-80	16	5	
		0	-15	3	
				1	

Таким образом, $2009_{10} = 31014_5$

Для перевода правильных дробей из десятичной системы счисления в произвольную используется метод последовательного умножения на основание системы счисления дробных цифр числа. Целую часть полученного произведения считать цифрой старшего разряда искомой дроби. Дробную часть полученного произведения вновь умножить на основание системы счисления, целую часть полученного результата считать следующей цифрой искомой дроби. Умножение производится пока не получим в дробной части значение, равное нулю, или не достигнем заданной точности (если число не переводится точно).

Пример. Перевести из десятичной системы счисления в двоичную число $0,375_{10}$.

0,375	0,75	0,5
x 2	x 2	x 2
<hr/>	<hr/>	<hr/>
0,750	1,50	1,0

В дробной части получили ноль, т. е. число перевелось в двоичную систему счисления точно: $0,011_2$.

Измерение информации

Количество информации, которое вмещает один символ N-элементного алфавита, равно $i = \log_2 N$ (формула Р. Хартли). В 32-значном алфавите каждый символ несет $i = \log_2 32 = 5$ (бит) информации.

Пример. Количество информации в слове «Информатика» при условии, что для кодирования используется 32-значный алфавит (алфавитный подход), равно $11 * 5 = 55$ (бит), т. к. в слове «Информатика» 11 символов.

При указании кодировки на 1 символ отводится 1 байт (национальные кодировки, в том числе Windows-1251, ASCII) или на 1 символ отводится 2 байта (универсальная кодировка Unicode).

Пример. При кодировании (Unicode) найти информационный объем фразы «Учение - свет, а неученье – тьма!».

Решение. Подсчитаем число символов в заданной фразе, учитывая буквы, пробелы и знаки препинания (тире, запятую, восклицательный знак). Всего символов – 33. Вычислим объем фразы: $33 \text{ (символа)} * 2 \text{ (байта)} = 66 \text{ байт} = 528 \text{ бит}$.

Пример. Сообщение содержит 4096 символов. Объем сообщения при использовании **равномерного кода** составил 1/512 Мбайт. Найти мощность алфавита, с помощью которого записано данное сообщение.

Решение. **Мощность алфавита** – количество символов в алфавите. Переведем информационный объем сообщения в биты.

$$\frac{1}{512} (\text{Мбайт}) = \frac{1}{512} \cdot 1024 \cdot 1024 \cdot 8 = 16384 \text{ (бит)}$$

Для кодирования одного символа отводится $i = \frac{16384}{4096} = 4 \text{ (бит)}$. Тогда мощность алфавита по формуле Р. Хартли равна $N = 2^i = 2^4 = 16$.

Пример. Сколько секунд потребуется чтобы передать со скоростью 28 800 бит/с текст объемом 100 страниц текста, в котором на каждой странице 30 строк по 60 символов в каждой строке в кодировке ASCII.

Решение: В кодировке ASCII каждый символ занимает 8 бит. Тогда объем текста равен $100 \cdot 30 \cdot 60 \cdot 8 = 1440000$ битов. Для его передачи по модему потребуется $\frac{1440000}{28800} = 50$ секунд.

Пример. Растровый графический файл содержит черно-белое изображение с 2 градациями цвета (черный и белый) размером 800 x 600 точек. Определите необходимый для кодирования цвета точек (без учета служебной информации о формате, авторстве, способах сжатия и пр.) размер этого файла на диске в байтах.

Решение. Поскольку сказано, что изображение двуцветное, следовательно, для указания цвета одной точки достаточно двух значений, кодирующих белый или черный цвет. Два значения могут быть закодированы одним битом. **Объем графического файла рассчитывается по формуле $V = i \cdot k$** , где i - глубина цвета, а k - количество точек.

Тогда объем графического файла равен $800 * 600 * 1 \text{ бит} = 480\,000 \text{ бит}$, учитывая, что $8 \text{ бит} = 1 \text{ байт}$ получаем $480\,000 / 8 = 60\,000 \text{ байтов}$. В реальности в графических документах кроме описания цвета точек присутствует еще и служебно-дополнительная информация (о формате записи, авторских правах, способах сжатия и пр.).

Задания

1. Перевести из произвольной системы счисления в десятичную (перед каждым числом добавьте цифры вашего варианта в соответствующей системе счисления):

- $721,172_8$
- $234,12_5$
- $1011,001_2$
- $D1A4,F3_{16}$

2. Перевести из десятичной системы счисления в произвольную (перед каждым числом добавьте цифры вашего варианта):

- $4935_{10} \rightarrow X_{16}$
- $29,125_{10} \rightarrow X_2$
- $13,328125_{10} \rightarrow X_2$
- $5110_{10} \rightarrow X_{12}$
- $0,4140625_{10} \rightarrow X_2$
- $241,024_{10} \rightarrow X_5$
- $613,375_{10} \rightarrow X_8$

3. Выполните действия и представьте ответ в шестнадцатеричной системе счисления (перед каждым числом добавьте цифры вашего варианта в соответствующей системе счисления):

- $513_{10} + 203_5 * 12_8 - 2D9_{16}$
- $B3,A68_{12} + 212,914_{10} * 1,1011_2$

4. Перевести из бит в Кбайт, Мбайт, Гбайт (перед каждым числом добавьте цифры вашего варианта в соответствующей системе счисления):

- 823429217 бит
- 761978432 бит

5. Вычислить информационный объем текста, включающего ваши фамилию, имя и отчество в кодировках Unicode и ASCII.

Контрольные задания

1. Во сколько раз увеличится число $10,1_2$ при переносе запятой на один знак вправо?

2. Какое минимальное основание может иметь система счисления, если в ней записано число 236?

3. Перевести числа из десятичной системы в требуемую, затем выполнить проверку обратным переводом (перед каждым числом добавьте цифры вашего варианта в соответствующей системе счисления):

- $488_{10} \rightarrow X_5$
- $2156_{10} \rightarrow X_{12}$
- $1101111011_2 \rightarrow X_3$
- $7B8_{16} \rightarrow X_{10}$

4. Сравните числа: 11101_2 , $1D_{16}$ и 27_8 .

5. Перевести в нужную систему счисления (перед каждым числом добавьте цифры вашего варианта в соответствующей системе счисления):

– $111101001000_2 \rightarrow X_{16}$

– $1100001111_2 \rightarrow X_8$

– $4F3D_{16} \rightarrow X_2$

– $713_8 \rightarrow X_2$

6. Вычислить количество информации во фразе «Информатика – наука об информации» при использовании кодировок Windows-1251 и Unicode.

7. Записать дату своего рождения (число, месяц и год) с помощью двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной систем счисления.

8. Упорядочить значения по возрастанию: $5E_{16}$, 111011_2 , 117_8 , 215_{10} .