**Лекция 9-2. Этапы математического моделирования**

Использование метода математического моделирования как средства решения сложных прикладных задач в случае каждой конкретной задачи имеет специфические особенности/ Тем не менее? Всегда четко прослеживаются общие характерные черты, позволяющие говорить о единой структуре этого процесса. Технологический процесс математического моделирования принято подразделять на ряд этапов.

«Нулевой этап» - обследование объекта моделирования

**Первый этап – построение математической модели (концептуальный).**

1. Вначале для исследуемого объекта формулируется *содержательная постановка* (словесная) задачи, иначе говоря, строится информационная физическая модель с критическим анализом существующих экспериментальных данных, связанных с изучаемым объектом, процессом или явлением. В рассматриваемом явлении выделяются главные факторы, но учитывающие и второстепенные, которые на данном этапе исследования отбрасывают, т.е. проводится выделение существенных факторов и свойств объекта. Здесь же определяется **цель предполагаемого моделирования**, т.е. перечень задач и вопросов, которые необходимо решить.
2. Затем формулируются гипотезы, предпосылки, допущения относительно свойств и поведения объекта моделирования, определяются параметры предполагаемой модели, границы (интервалы) применимости модели (полученные результаты будут справедливы только в рамках этих границ). Эту часть постановки задачи часто называют *концептуальной*.
3. Математическая постановка задачи, конструирование математической модели проводится физиками, математиками или другими специалистами, хорошо знающими данную предметную область. Математическая модель может быть записана: 1) в математических терминах, как правило в виде дифференциальных или интегро-дифференциальных уравнений или системы таких уравнений (**аналитическая модель**) с дополнительными условиями, представляющими собой начальные или граничные условия, которым должно удовлетворять искомое решение; 2) в виде алгоритма (логической последовательности) функционирования систем реального объекта по времени при различных значениях параметров систем и внешней среды (**имитационная модель**).
4. Проводится предварительное исследование математической модели:

- на корректность поставленной задачи;

- на адекватность построенной модели реальному объекту;

- на единственность и устойчивость решения.

Если моделируются сложные объекты и процессы, то при исследовании объекты рассматриваются как системы, выделяются подсистемы. Для подсистем строятся модели. Этот набор моделей определенным образом структурируется и упорядочивается. Такой подход к моделированию часто называют *прикладным* или *структурным математическим моделированием*. При прикладном ММ принципиальным моментом является то, что речь должна идти не об отдельной ММ (какой-то отдельной задаче), а об определенном классе (наборе) математических моделей (задач), связанных между собой.

**Второй этап – выбор метода решения и построение алгоритма моделирования (математическая постановка).**

На этом этапе необходимо выбрать метод решения ММ. Существуют различные методы решения ММ.

1. *Аналитический метод*. Широко распространенный способ первоначального анализа математической модели. Исследование объекта или явления обычно начинается с поиска возможных аналитических решений упрощенной ММ. Аналитические решения в последствии часто используются как тестовые модели для сравнения результатов решения ММ, полученных с помощью численного метода.
2. *Численный метод*, или *метод прямого программирования*. Это направление связано с разработкой метода вычисления сформулированной математической задачи (алгоритма), т.е. построение разностной (дискретной) модели, которая представляет собой совокупность цепочек алгебраических формул, по которым ведутся вычисления, и логических условий, позволяющих установить нужную последовательность применения этих формул.
3. *Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло).* Этот метод является применением теории вероятности и математической статистики для решения задач в различных областях, и он близок к численному методу. Однако в этом методе подход к решению поставленной задачи имеет свою специфику. В частности, здесь нет необходимости создания разностной (дискретной) модели. В этом методе реальному процессу сопоставляется вероятностный процесс. Решение вероятностной модели считается решением реальной задачи.
4. *Использование различных систем компьютерной математики*, например пакетов Maple, MathCAD, Mathematics, Exel и т.д., для решения математических задач, в которых можно провести компьютерное моделирование реальных процессов и явлений. Отметим, что эти системы являются отражением разработанных численных методов на современном этапе и их возможности часто при решении сложных задач бывают ограниченными.
5. *Метод виртуального эксперимента* с помощью аналоговых вычислительных машин (АВМ) и их виртуальных программных аналогов, например Electronics Workbench, Simulink + MatLAB, Vissim, LabVIEW и др. В этих информационных системах имеется возможность решать и анализировать ММ с помощью имитаторов электронных приборов и логических схем.

Аналитические способы решения ММ изучаются в курсе математики (алгебра, геометрия, матанализ, теория диффуров). Если ММ невозможно решить аналитическими способами, то идут по пути поиска решения другими методами, в частности численными.

Если мы ориентируемся на решение исходной задачи численным методом, то строим дискретные аналоги ММ, создаем вычислительный алгоритм моделирования.

Как правило, для одной и той же ММ можно предложить великое множество вычислительных алгоритмов. Каждый исследователь может разработать свой алгоритм или использовать известные алгоритмы для данной задачи. Однако у него возникает проблема (вопрос), насколько решение задачи по разработанному или выбранному алгоритму совпадает с истинным решением задачи, т.е. каково качество алгоритма?

Таким образом, при моделировании возникает попутная задача: как построить хороший алгоритм, не тратя времени и труда на программирование и расчеты, по его внешнему виду. Определение критериев для оценки качества вычислительных алгоритмов для различных задач составляет предмет теории численных методов – раздела вычислительной математики.

Общая цель этой теории – построение эффективных вычислительных методов, которые позволяют получить решение поставленной задачи с заданной точностью за минимальное количество действий (арифметических, логических), т.е. с минимальными затратами машинного времени.

Таким образом, перед реализацией алгоритма на ЭВМ необходимо теоретически оценить его качество и провести его исследования:

* на устойчивость алгоритма;
* на сходимость алгоритма;
* на точность вычислений;
* на экономичность вычислений.

Получить решение соответствующей математической задачи в виде аналитической формулы, содержащей явную зависимость от параметров, для реальных задач с учетом всех условий чаще всего не удается. Поэтому при подготовке алгоритма для проведения вычислительного эксперимента важно опираться на эффективные численные методы.

Если мы выбираем для решения ММ системы компьютерной математики (Maple, MathCAD) или системы схемотехнического моделирования (Similink, Vissim), то возникает задача освоения технологий компьютерного моделирования в выбранной информационной системе.

Например, если для решения дифференциальных уравнений мы выберем MathCAD, то в этой системе возможны следующие способы решения:

* создание собственного вычислительного алгоритма в виде дискретного аналога или процедуры на языке программирования системы;
* использование готовых процедур (опций) заложенных в среде моделирования.

Аналогичная ситуация возникает и в других системах компьютерного моделирования.

Выбор и обоснование выбора метода решения задачи.

**Третий этап – разработка компьютерной вычислительной установки.**

На этом этапе проводится разработка компьютерной вычислительной установки для решения ММ.

Если при решении ММ мы используем метод Монте-Карло, то для реализации разработанного алгоритма необходимо создание программы на машинных языках. Существует много языков программирования, каждый из которых ориентирован на определенный тип машины, на свой класс задач. (Можно перечислить наиболее распространенные языки программирования).

Разработка и реализация ПО для решения ММ имеет свои этапы и особенности:

* создание ТЗ на ПО;
* создание структуры программного комплекса;
* программирование;
* отладка и тестирование;
* разработка техописания ПО для эксплуатации;
* сопровождение ПО.

ПО современной ЭВМ представляет собой сложной «хозяйство», включающее языки, трансляторы, операционные системы, библиотеки стандартных программ, вспомогательные информационные системы, пакеты прикладных программ и прочие программные продукты.

Современное программирование – это самостоятельная наука с фундаментальными принципами, подходами и методами.

Таким образом, проведение вычислительного эксперимента требует от специалиста по математическому моделированию не только знаний языков программирования и навыков работы на вычислительных машинах, но и умения создавать спецификации на ТЗ и описание. Он также должен иметь навыки сопровождения ПО.

**Четвертый этап – компьютерное исследование или вычислительный эксперимент.**

**Пятый этап –обработка и анализ результатов вычислительного эксперимента. Практическое использование.**

(проверка адекватности модели, возможные варианты. Проверка достижения целей моделирования)

**Схема математического и компьютерного моделирования реальных процессов и явлений**

